Kreise. Unsere Frage läßt sich daher auch so stellen: Warum hat die Natur in unserem Sonnensysteme ungleich mehr exzentrische Ellipsen, als kreisrunde Bahnen hervorgebracht?

Erstens, scheint es, um Raum zu ersparen und die Dauer ihres Werkes zu sichern. Um denselben Mittelpunkt lassen sich, auch in verschiedenen Ebenen, nicht zwei Kreise von gleicher Größe legen, aber wohl unzählige Ellipsen, ohne sich zu schneiden. In der Entfernung der Erde von der Sonne z. B. läßt sich nur eine Planetenbahn legen, aber in derselben Entfernung können, auf der Oberfläche einer Kugel von diesem Halbmesser, unzählige Perihelien von sehr länglichen Ellipsen liegen, deren große Axen sehr verschieden sind und sich nach allen Gegenden des Himmels erstrecken, wodurch zugleich alle Durchschnitte dieser Bahnen und alle Begegnungen der sich in ihnen bewegenden Körper, die der Erhaltung des Ganzen leicht schädlich werden könnten, leicht vermieden werden.

Es gibt aber noch einen anderen wichtigeren Grund für diese größere Anzahl der Ellipsen, der in der Lehre von der Bewegung oder in der Mechanik gesucht werden muß, den wir aber erst im nächstfolgenden Abschnitte erklären können, wenn wir zuerst die verschiedenen krummen Linien, in welchen sich die Himmelskörper bewegen, etwas näher kennen gelernt haben werden.

Verschiedene Arten der Bahnen der Himmelskörper.

Der größte Theil der sogenannten feinen Welt, so wenig er sich auch sonst um Geometrie bekümmern mag, ist doch, vielleicht gegen seine Absicht, mit einigen geometrischen Figuren und Körpern sehr genau bekannt, z. B. mit den langligen Rechtecken, die mit rothen und schwarzen Farben bemalt, denen, die sich einmal nicht besser beschäftigen können, die langen Abende so gut verkürzen; oder die Wür-

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

fel, die für einen zu ihren Untersuchungen aufgelegten Kopf so unwiderstehliche Reize haben sollen, daß sie ihn oft um Haus und Hof, um Ehre, Gesundheit und Leben bringen; oder die Zylinder, die mit dem Safte des Malzes oder der Trauben gefüllt, den ermatteten Geist oft zur neuen Schnellkraft reizen, und noch öfter den zu viel gereizten für immer abspannen: oder endlich die Kugeln und Kegel, deren Unterhaltung aber meistens nur dem gemeinen Manne überlassen bleibt, wahrscheinlich weil sie noch die vernünftigste von allen ist, und nebst der heilsamen Bewegung des Körpers zugleich den gesunden Genuß der freien Luft gestattet. — Von allen diesen geometrischen Körpern wollen wir hier nur den letzten, den Kegel, etwas näher betrachten, von dem sich die höher Gebildeten einen, wenn nicht angemessenen, doch hier hinreichenden Begriff machen können, wenn sie sich ihn als ein umgestürztes Champagnerglas vorstellen wollen, von dem, wie es sich bei den Untersuchungen über die Natur seines Inhaltes öfter ereignen soll, der Fuß abgeschlagen ist.

Aus diesem Kegel also hat das Genie der Griechen die sogenannten Kegelschnitte entwickelt, die jetzt eine so wichtige Rolle in der Geometrie und in der neueren Sternkunde spielen.

Wenn man einen solchen Kegel, z. B. von weichem Thone, mit einem Messer in einem seiner Seitenpunkte nach irgend einer bestimmten Richtung durchschneidet, so wird der Rand des abgeschnittenen Kegels eine krumme Linie bilden, die, je nach der Richtung des Schnittes, verschiedene Gestalten annehmen wird. Führt man zuerst den Schnitt von dem bezeichneten Punkte der Seitenfläche aufwärts bis nahe zu der Spitze des Kegels hin, so ist die so entstehende Figur des Schnittes eine längliche, geschlossene Linie, eine Ellipse, und zwar eine sehr schmale und längliche Ellipse, wenn der Schnitt sehr nahe nach der Spitze des Kegels geführt worden ist. Wie man aber das Messer mehr senkt, so daß dasselbe

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

am Ende des Schnittes immer weiter von der Spitze des Kegels aus demselbem tritt, so wird diese Ellipse immer weniger länglich, immer runder, bis sie endlich, wenn der Schnitt mit der Basis des Kegels parallel geführt wird, vollkommen rund, wie diese Basis selbst, oder bis sie ein Kreis wird. Führt man dann das Messer noch weiter abwärts, unter diesen Kreis, so entstehen neuerdings Ellipsen, die wieder, wie zuvor, immer länglicher und zugleich größer werden, je weiter man herab geht, wobei man sich die krumme Seitenfläche des Kegels unten ins Unbegränzte verlängert vorstellen kann.

Bisher trat das Messer, am Ende des Schnittes, immer noch an der dem Anfange entgegengesetzten Seite des Kegels heraus, oder alle die so entstandenen Figuren, der Kreis sowohl, als alle die unzähligen Ellipsen sind geschlossene und in sich selbst begränzte Linien. — Wird aber der Schnitt so tief abwärts geführt, daß die Richtung desselben mit der dem Anfange gegenüber stehenden Seite des Kegels parallel wird, so trifft in diesem Falle das Messer die gegenüberstehende Seite des Kegels gar nicht mehr, und es entsteht nun eine ganz andere Art von einer krummen Linie, die nicht mehr, wie der Kreis oder die Ellipse ringsum geschlossen, sondern die im Gegentheile auf ihrer unteren Seite offen ist und sich dort, wenn man den Kegel abwärts willkürlich verlängert denkt, in zwei freien Ästen ins Unendliche ausdehnt. Diese krumme Linie heißt die Parabel.

Senken wir unsern Schnitt noch weiter abwärts und stellen wir uns zugleich über unsern Kegel einen andern gleich großen, mit der Spitze abwärts gekehrt und so gelegt vor, daß die beiden Spitzen zusammenfallen und daß daher diese Kegel senkrecht über einander stehen. Alle bisherigen Schnitte konnten offenbar in derselben Richtung fortgeführt, diesen zweiten oder neuen Kegel nicht treffen, und auch der letzte Schnitt, der die Parabel erzeugte, geht parallel mit der Seitenfläche des neuen Kegels fort, ohne sie zu berühren. Wie aber der

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Schnitt noch weiter unter die Parabel hinab gesenkt wird, so trifft er, nicht nur den ersten, sondern auch den zweiten Kegel und schneidet in beiden Kegeln eine krumme, also daher eigentlich zwei krumme Linien aus, deren jede, wie die Parabel, auf einer Seite geschlossen ist, und auf der andern offenen Seite sich mit zwei unbegränzten Ästen ins Unendliche ausdehnt. Diese Doppellinien, die man Hyperbeln nennt, entstehen so lange, als der immer mehr abwärts geführte Schnitt noch den einen, also auch den anderen Kegel trifft.

Unter allen Lagen also, welche die den Kegel schneidende Ebene annehmen kann, gibt es nur eine einzige, die der Basis parallele, in welcher der Kreis entsteht, und ebenfalls nur eine einzige, die der Oberfläche des Kegels parallele, in welcher die Parabel gebildet wird. Aber es gibt unzählige Lagen, welche Ellipsen, und ebenfalls unzählige, welche Hyperbeln erzeugen können. Ja selbst unter den beiden letzten sind wieder die Ellipsen der Anzahl nach größer als die Hyperbeln, wenn anders der Kegel spitzig ist, d. h. wenn seine Seitenflächen am Scheitel nicht senkrecht, oder noch mehr als senkrecht auf einander stehen. Die Parabel ist die Scheidelinie zwischen den Ellipsen und Hyperbeln, da über ihr nur Ellipsen und unter ihr nur Hyperbeln liegen. Ganz eben so ist der Kreis die Scheidelinie für die Ellipsen über und für die Ellipsen unter ihm, von welchen die ersten immer enger, und die zweiten immer weiter und größer werden, je mehr sie sich von dem Kreise entfernen. Wir werden bald sehen, daß sich diese beiden Gattungen von Ellipsen nicht bloß in geometrischer Beziehung, sondern auch in astronomischer Rücksicht auf eine sehr merkwürdige Weise unterscheiden.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf