Wissenschaftliche Beilage zum Jahresbericht über das Realgymnasium zu Zwickau.

Ostern 1891.

Das krystallographische Zeichnen auf der Schule.

Von

Oberlehrer Dr. **Alexander Noellner.**

Mit 1 Lichtdrucktafel und 2 Buntdrucktafeln.

(Alle Rechte vorbehalten.)

ZWICKAU.

Druck von R. Zückler.

1891.

1891. Programm No. 553.

9ZW 6
3 (1891)

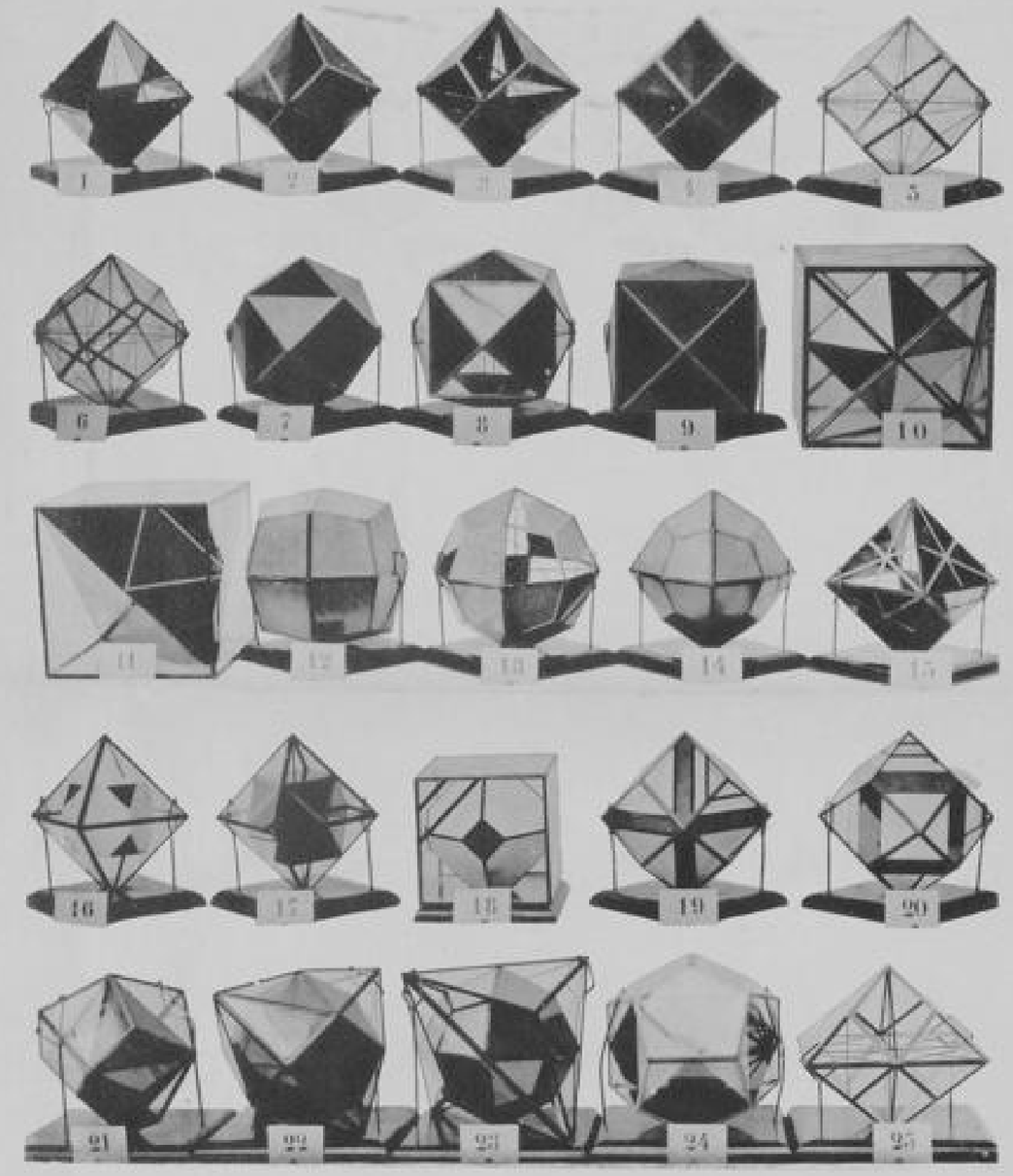
553

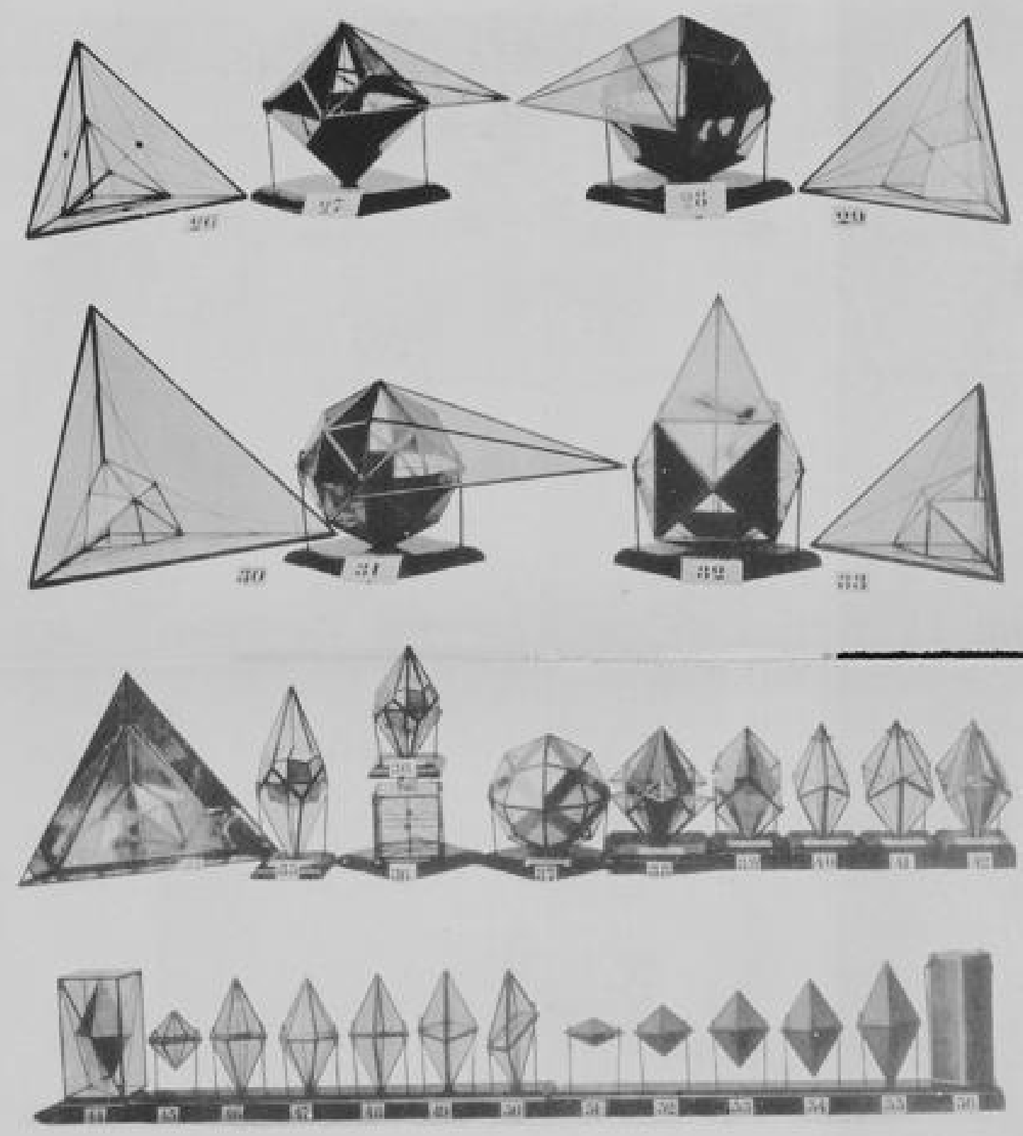
Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

UNIVERSITÄTS- UND LANDESBIBLIOTHEK DÜSSELDORF

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf





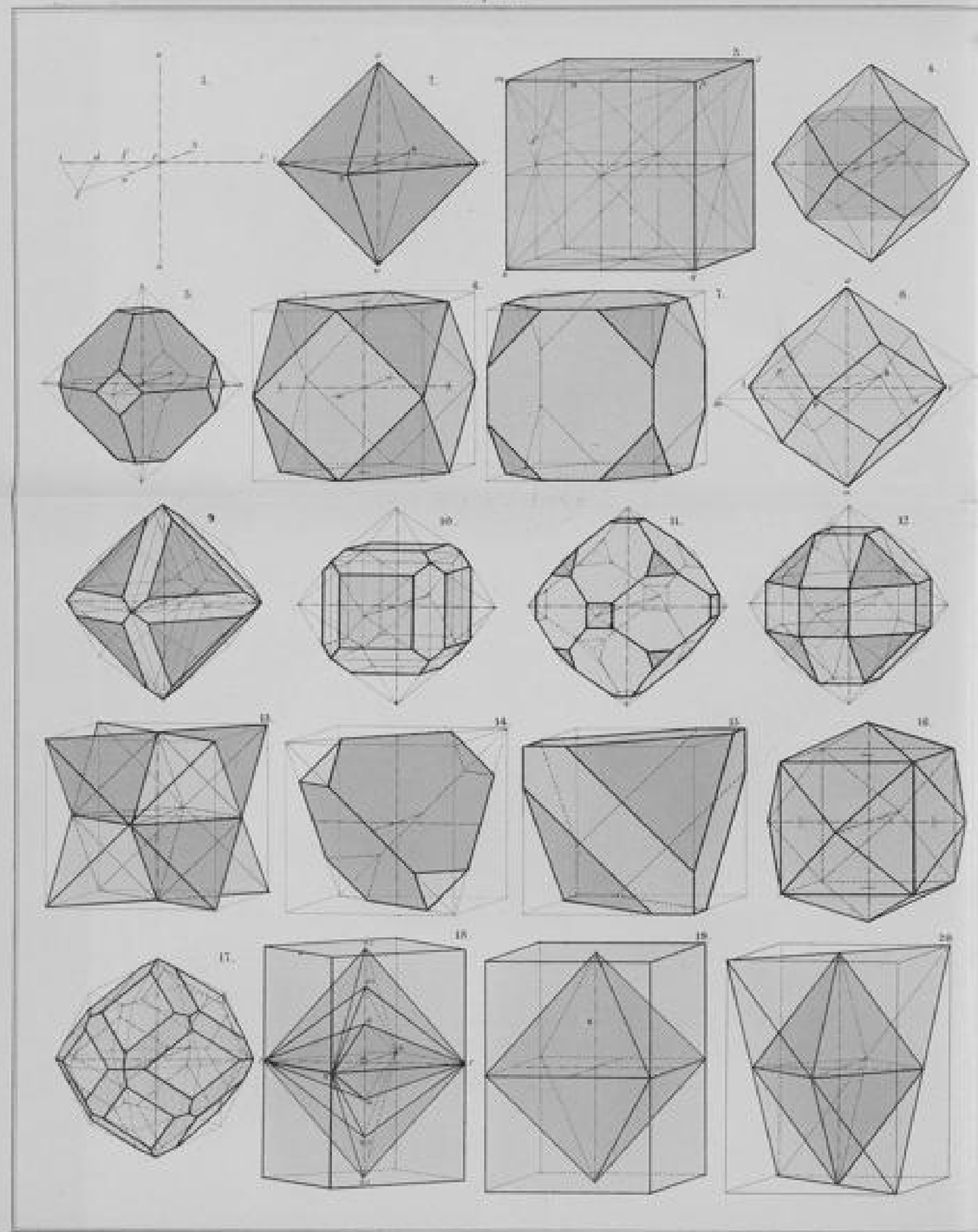
Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

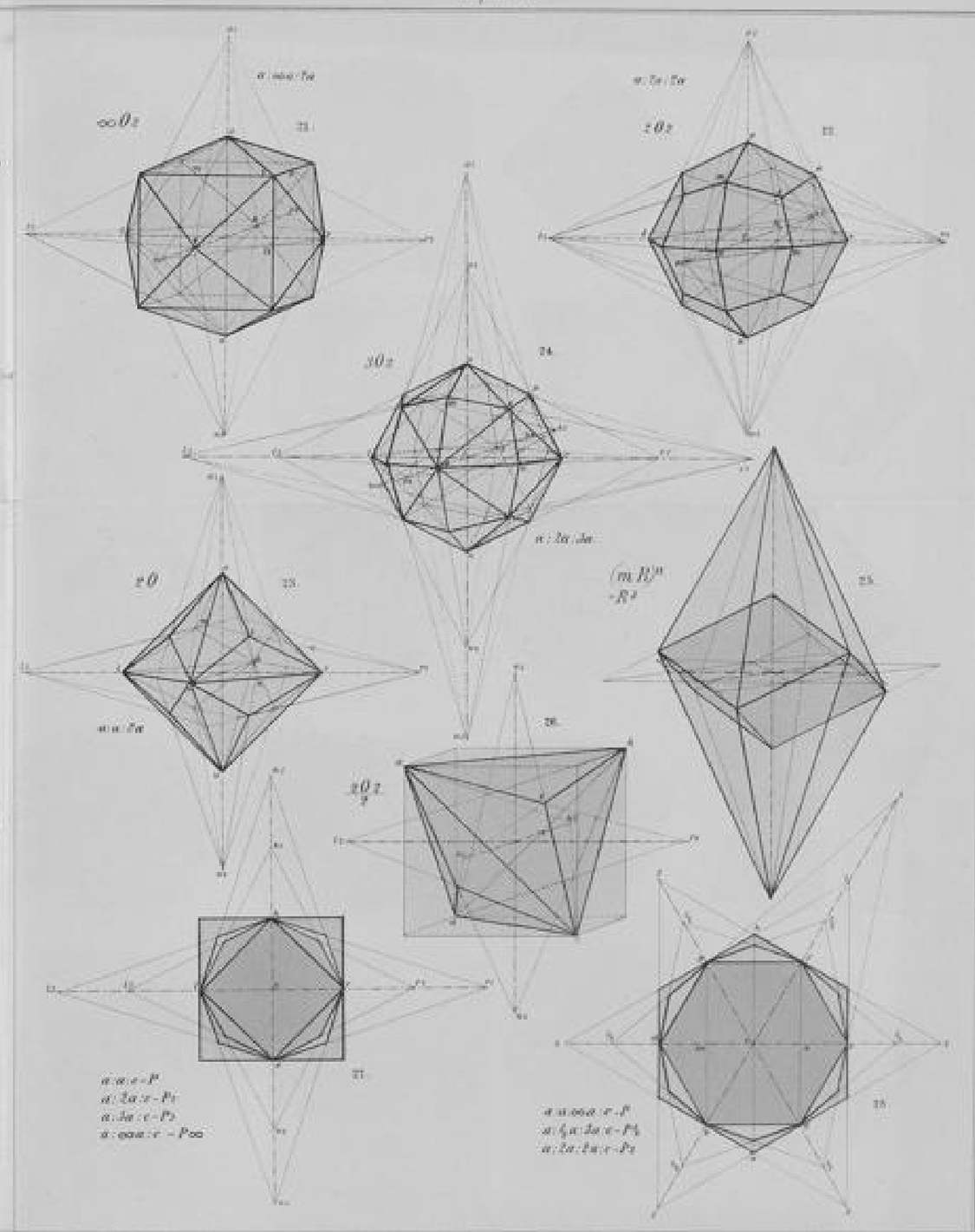
Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Tafel I.

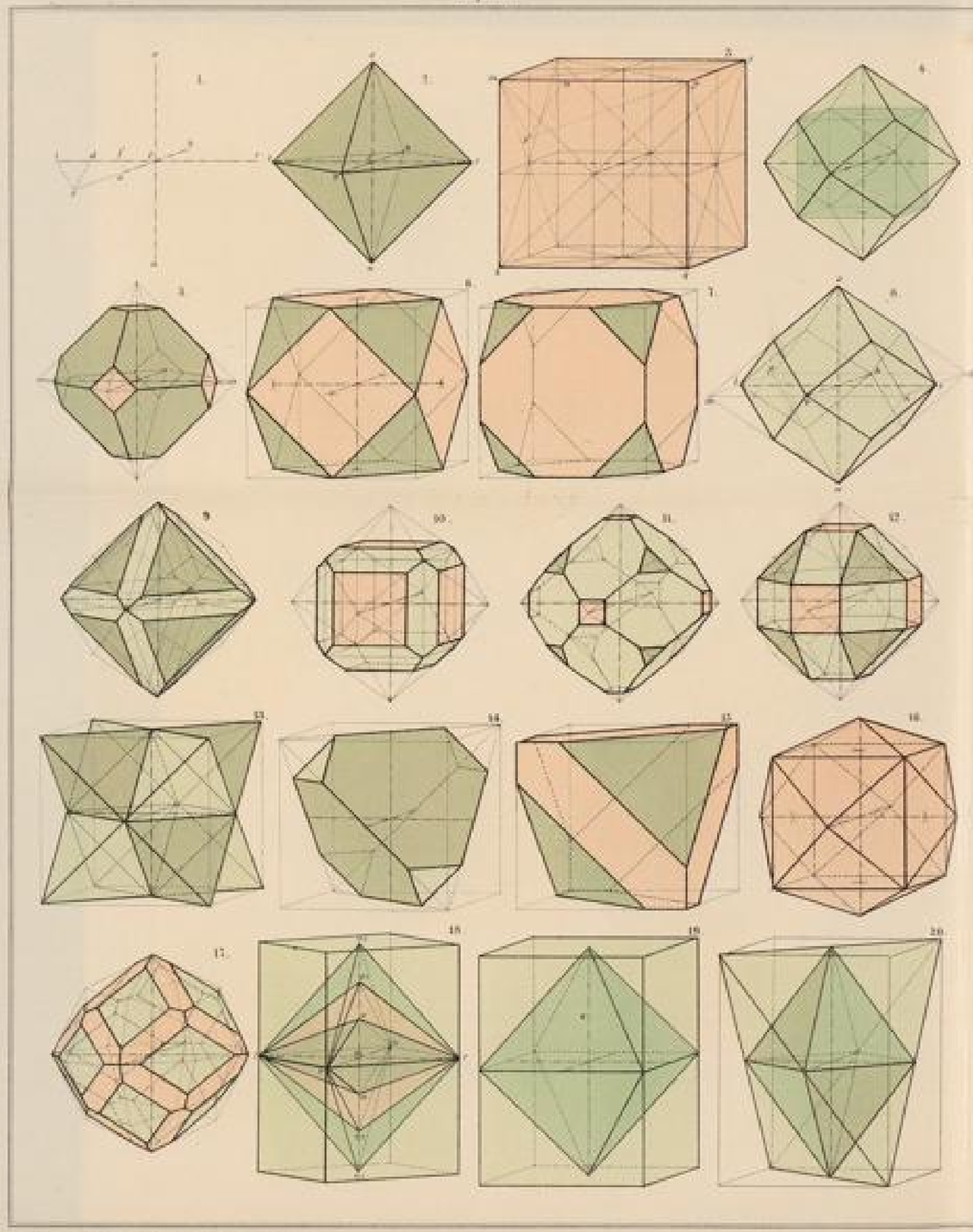


Tafel II.

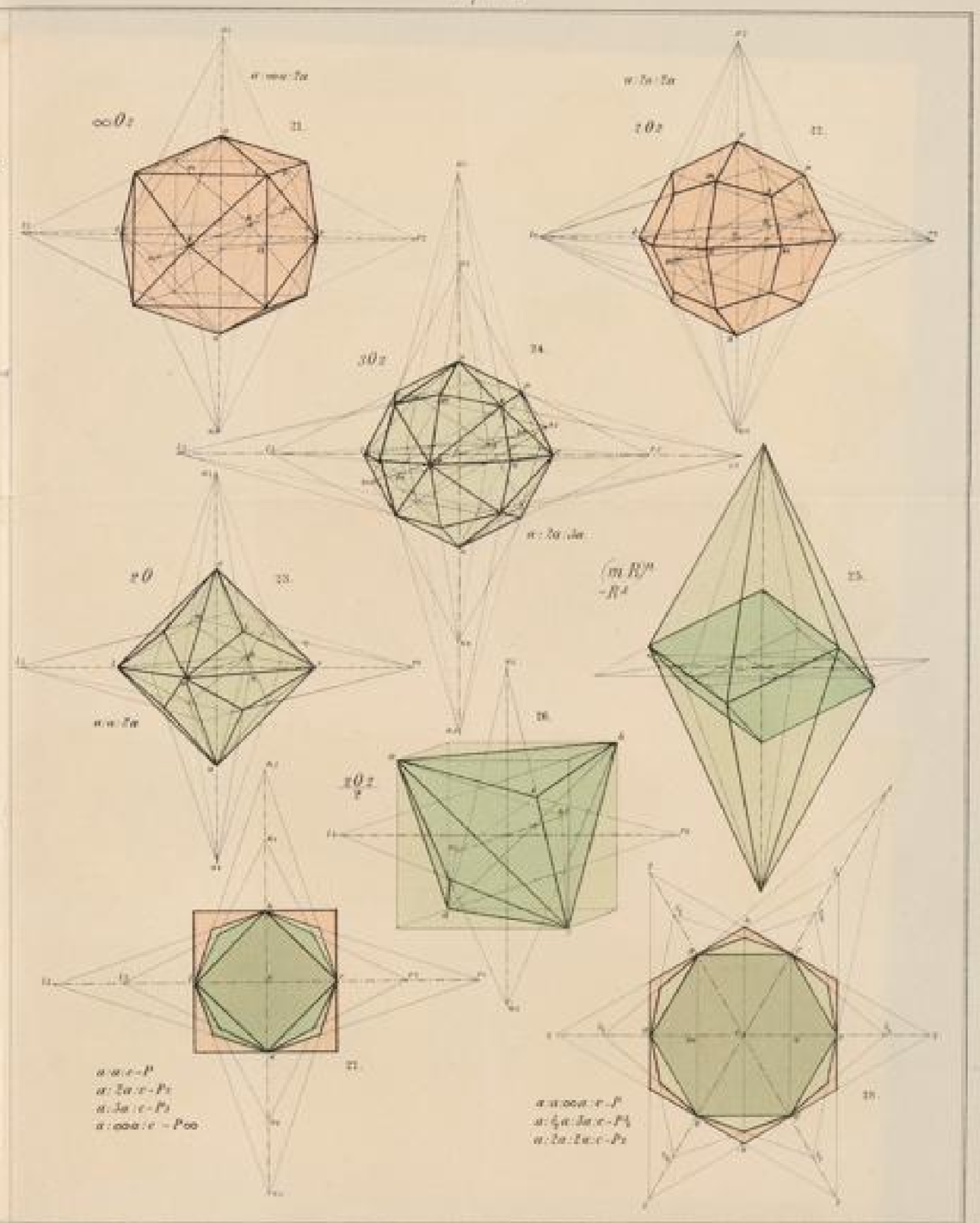


Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

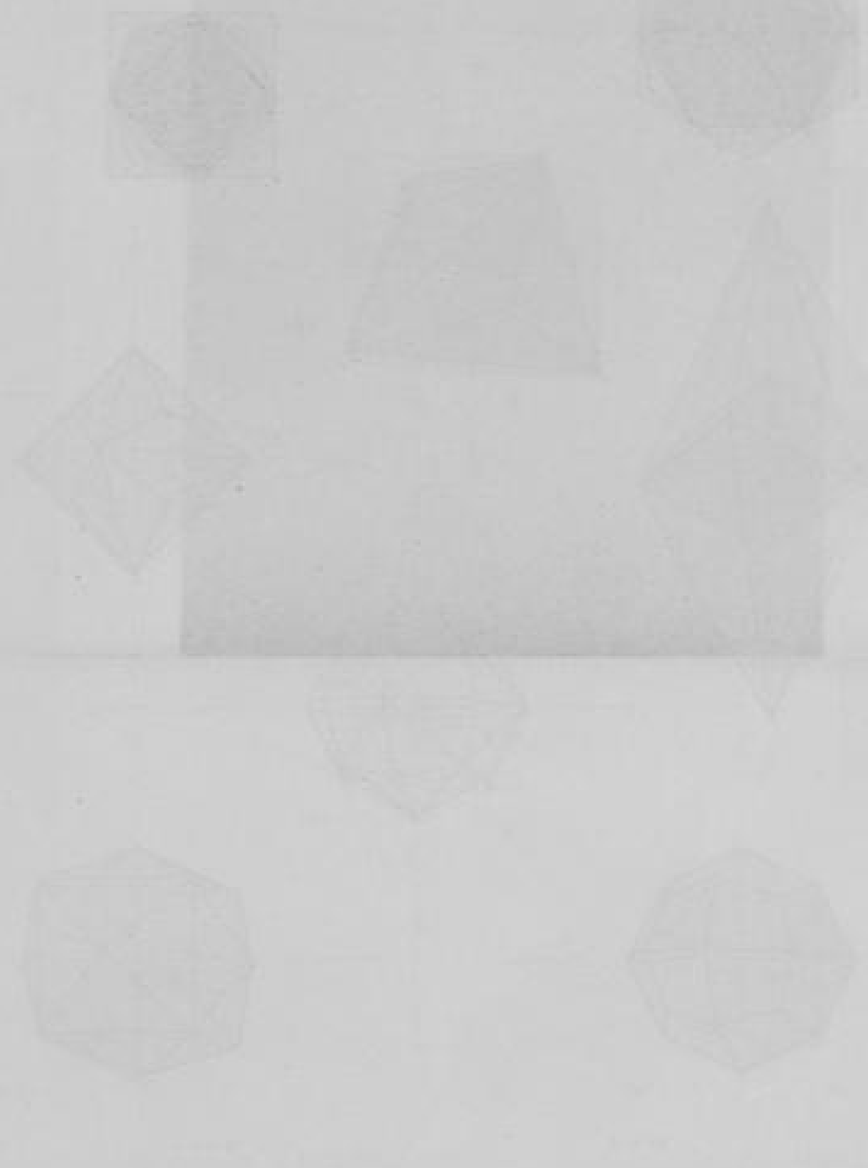
Tafel I.



Tafel II.

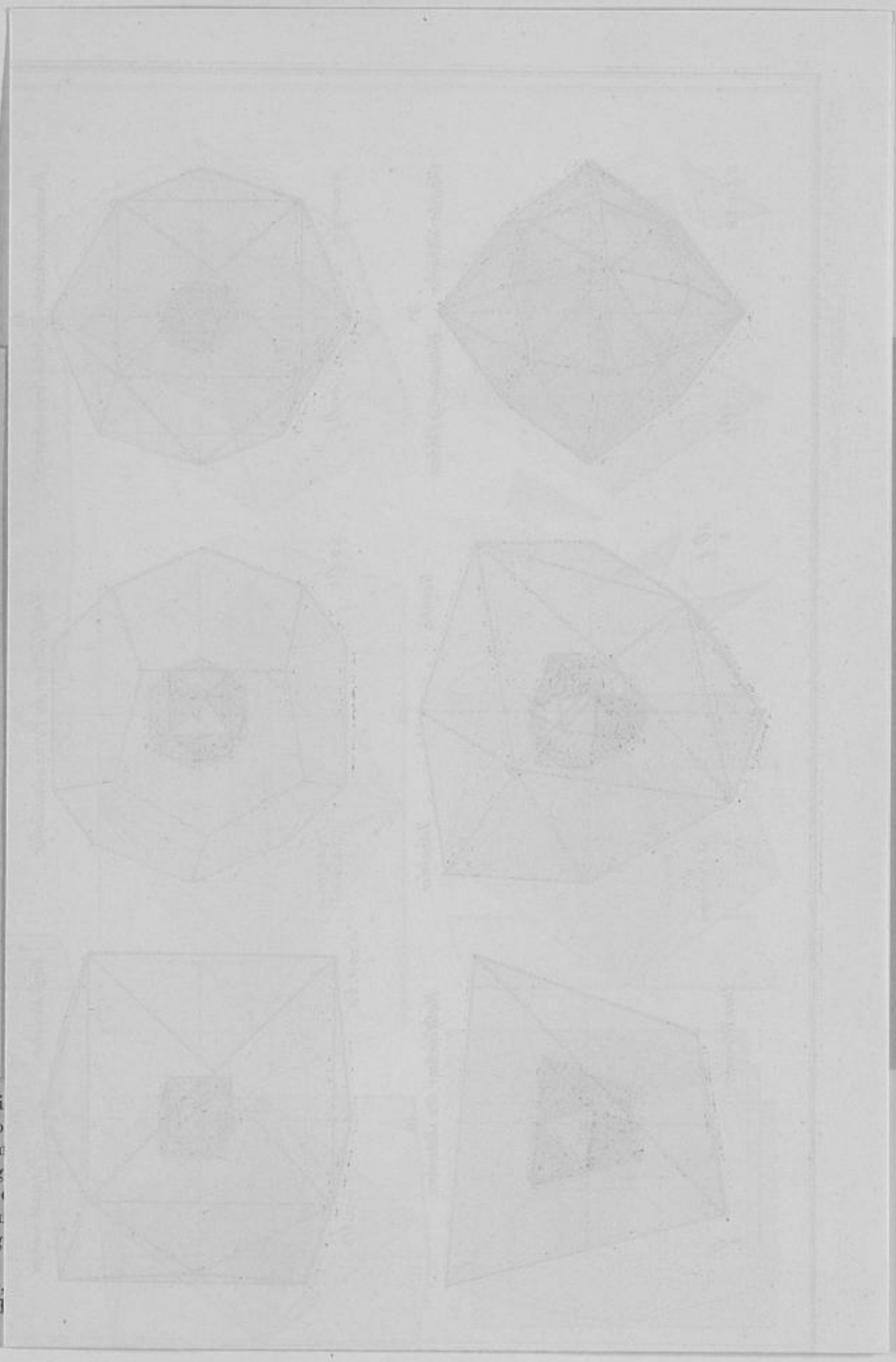


Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf



Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

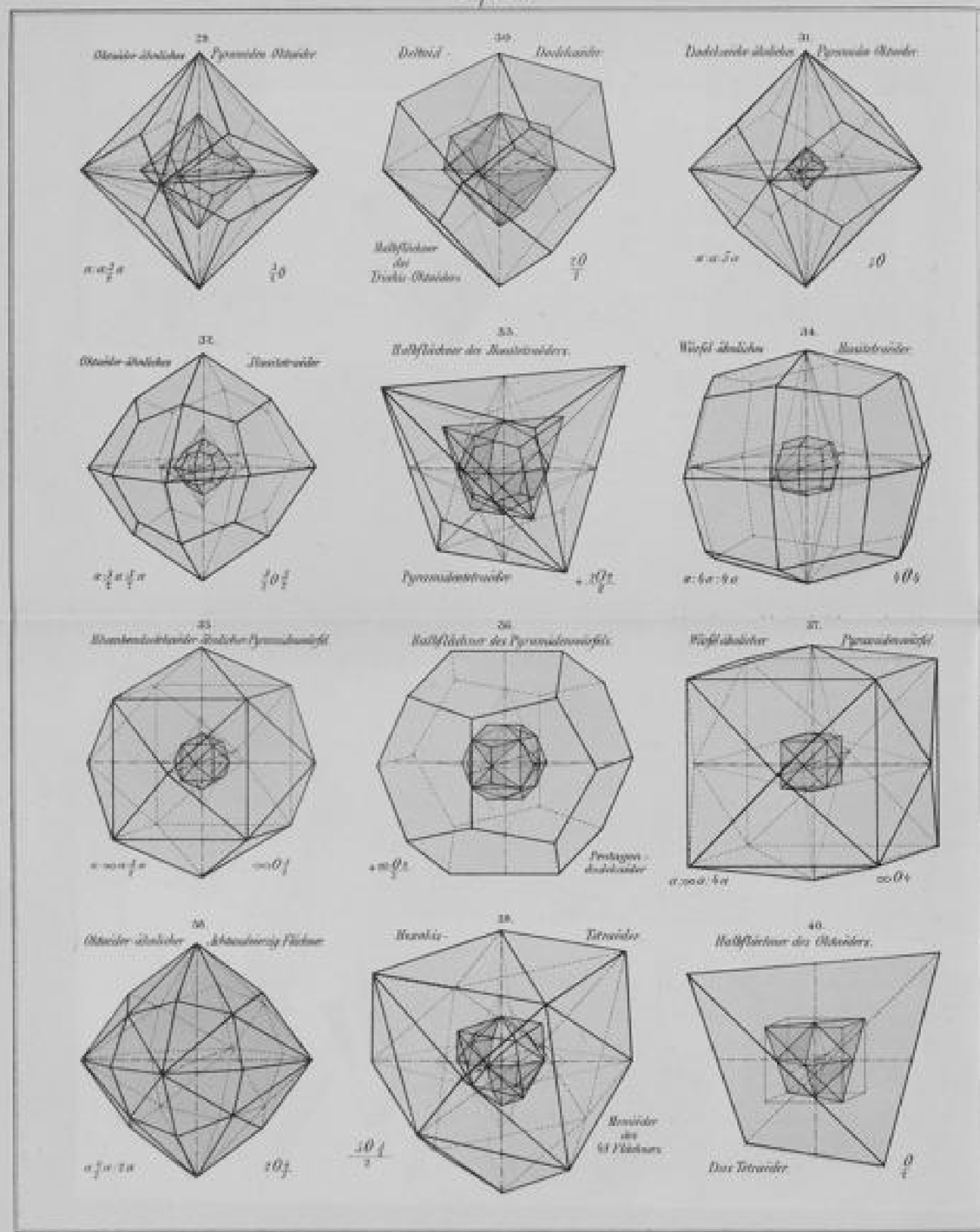


oder
metri
Darb
samm
nötig
den
holu
nung

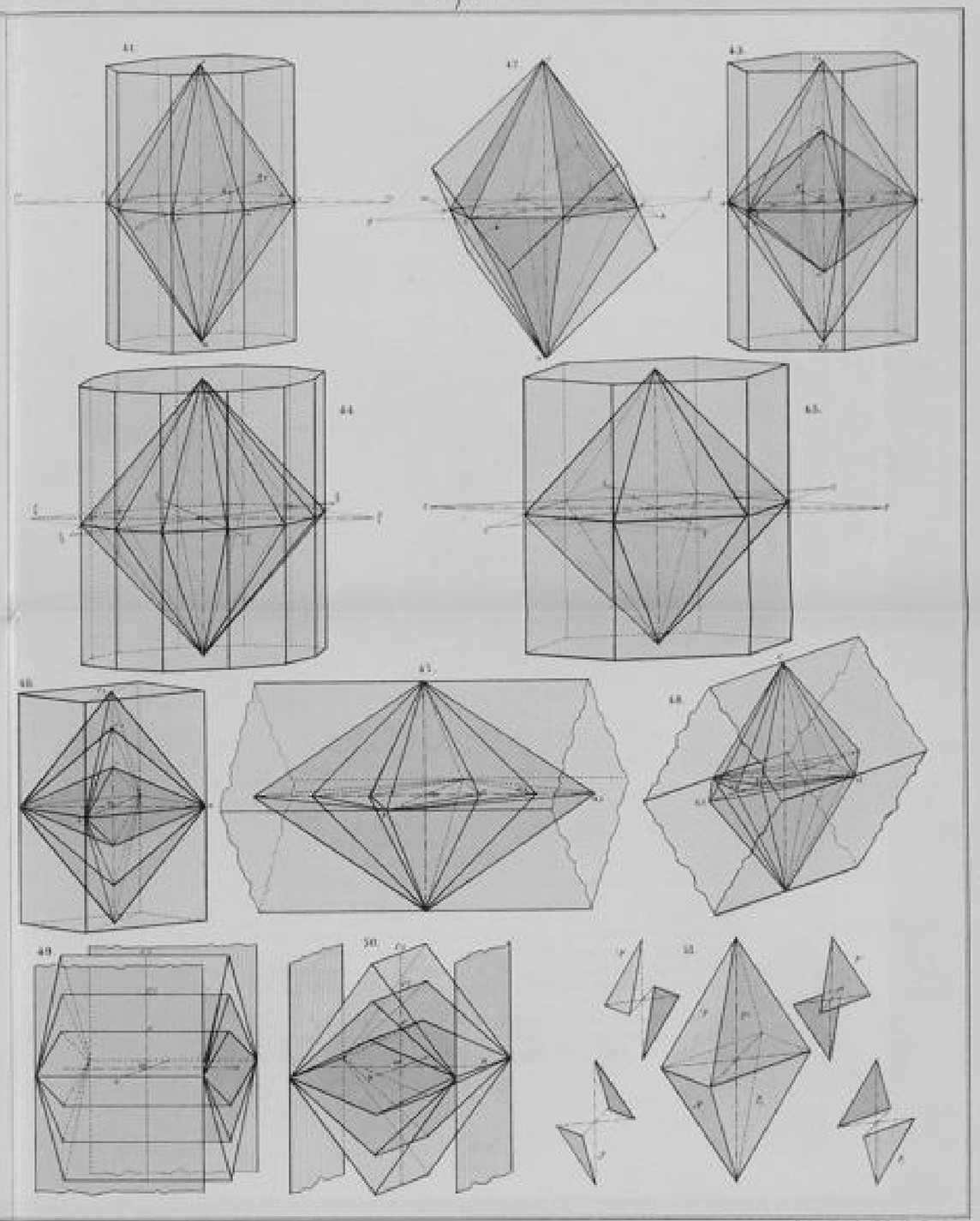
wird,
wend

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Tafel III.

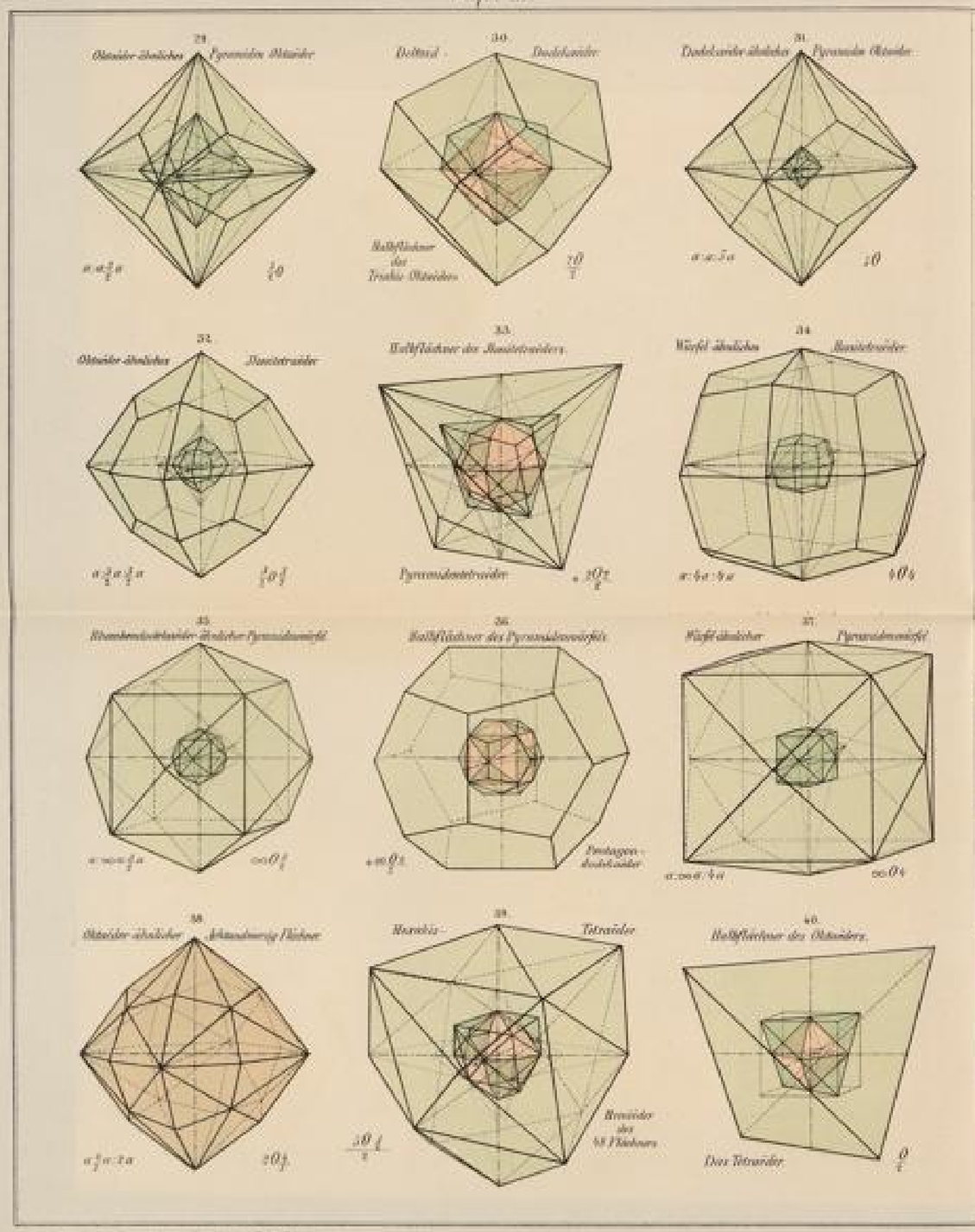


Tafel IV.

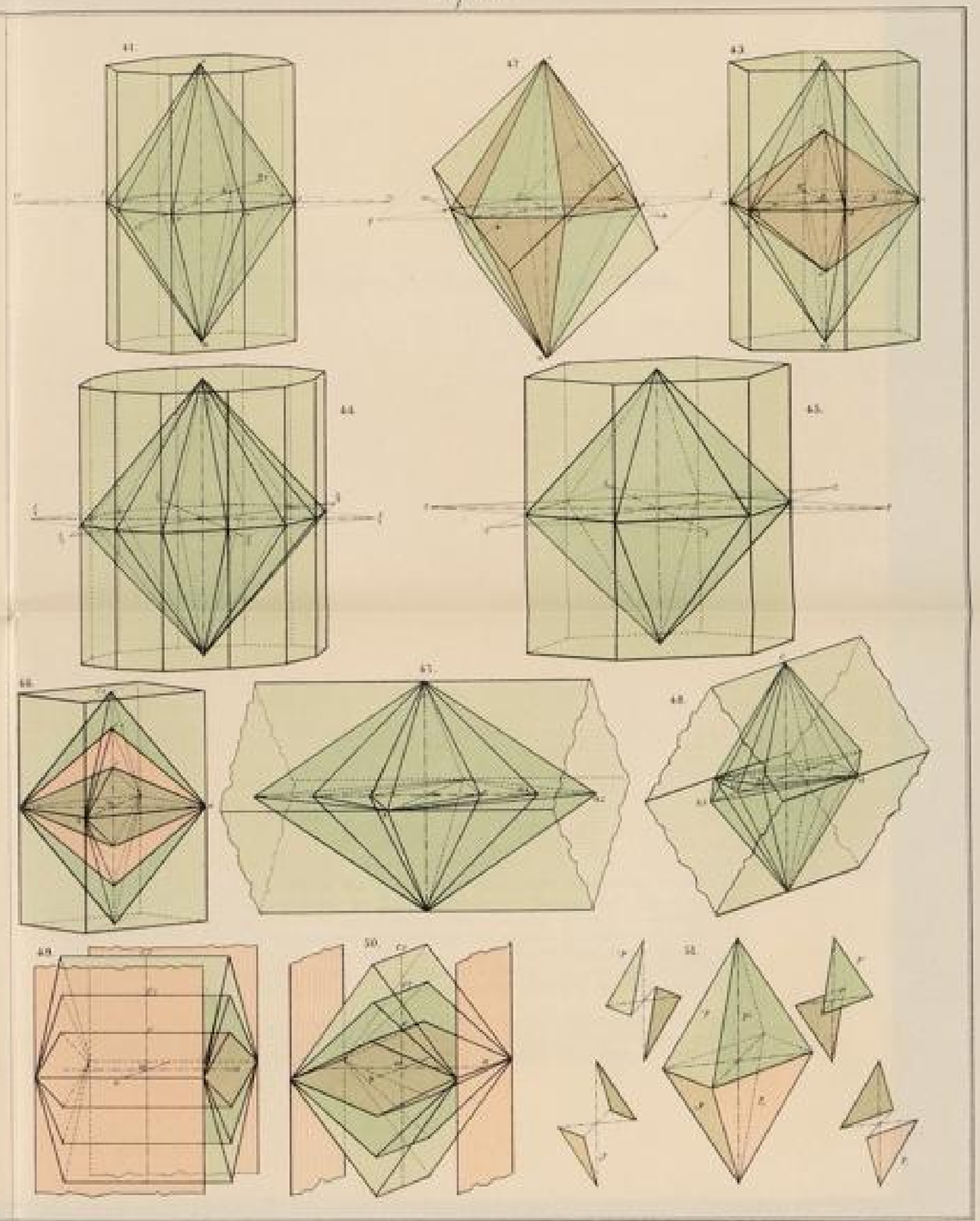


Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Tafel III.

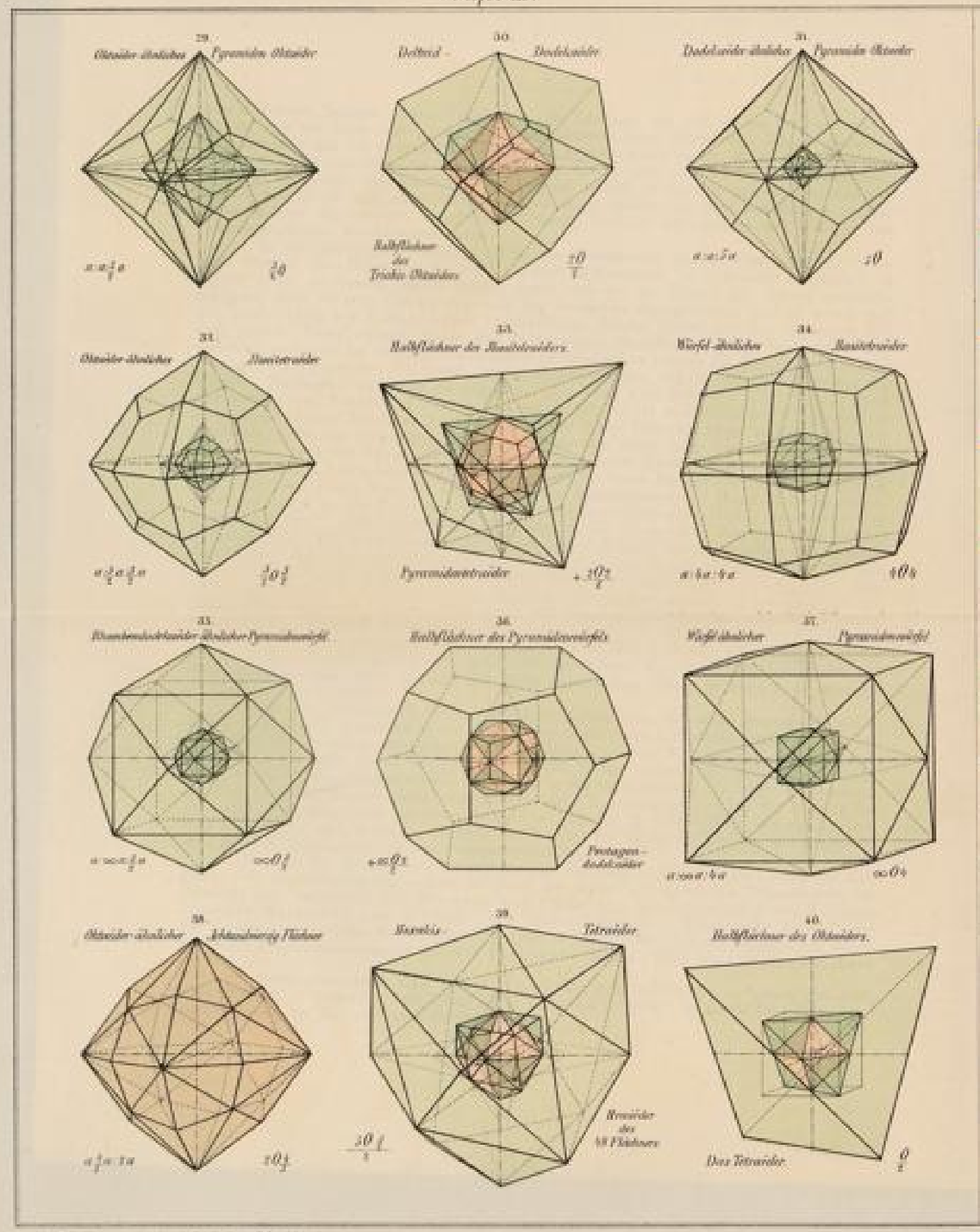


Tafel IV.

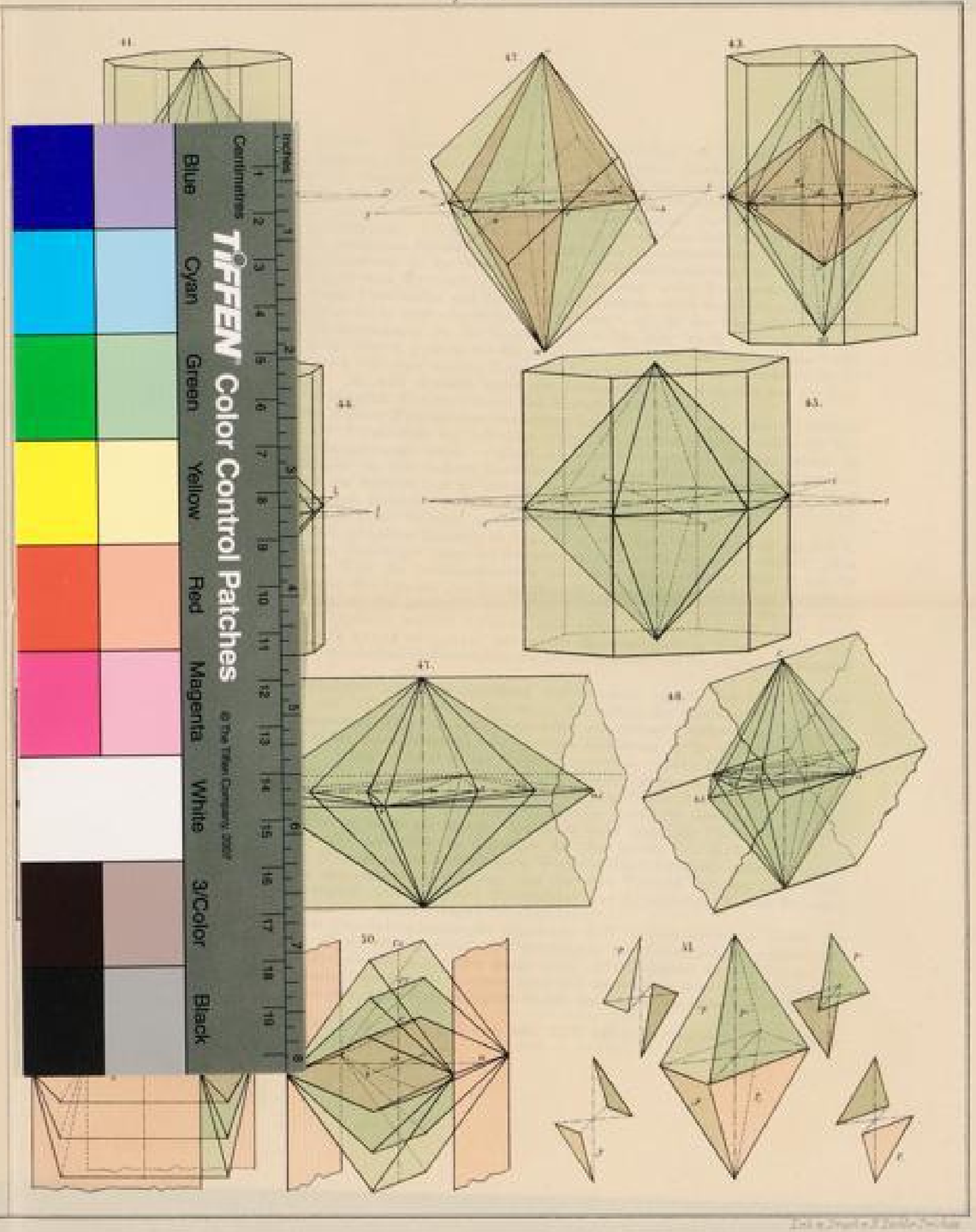


Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

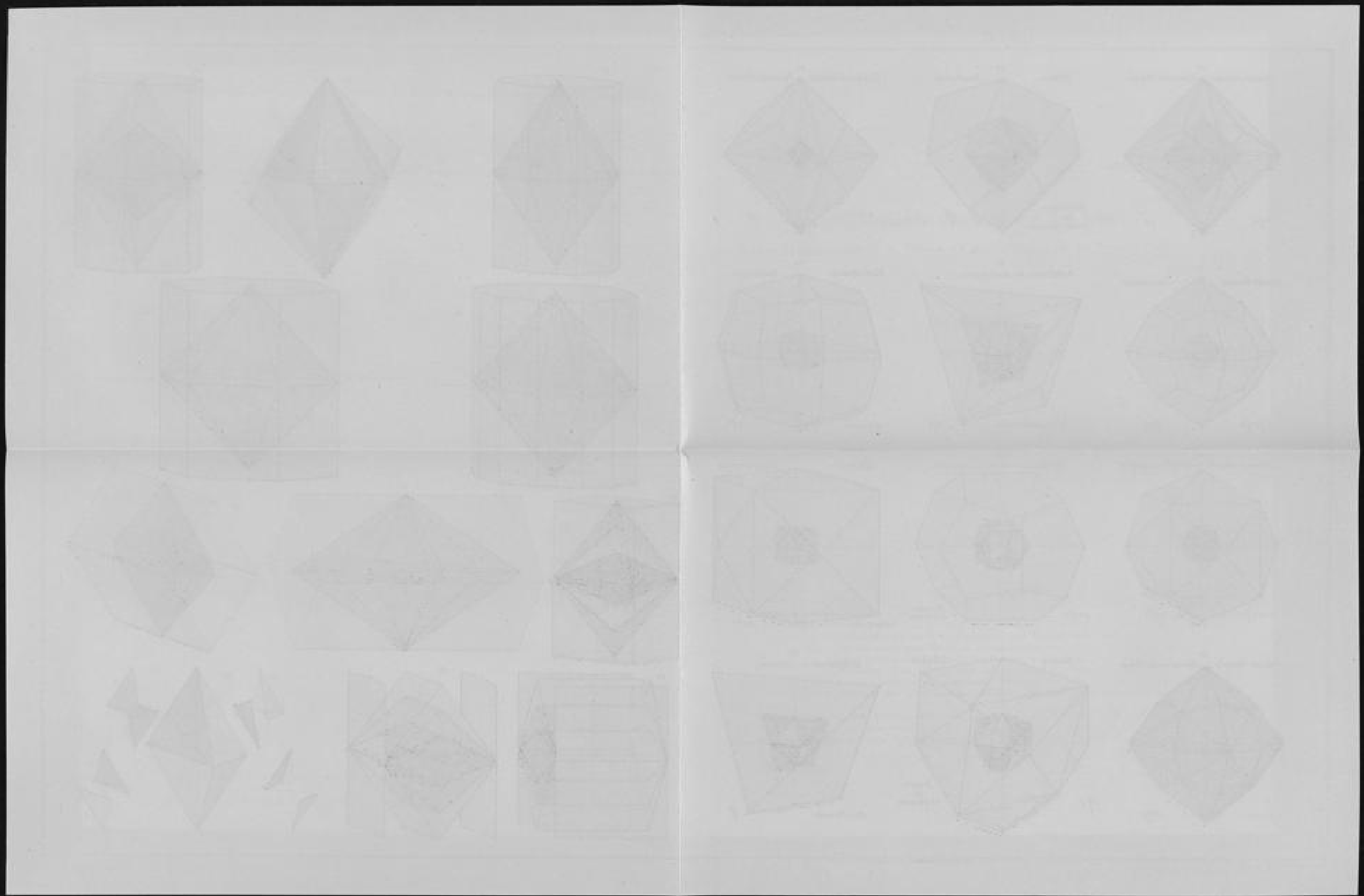
Tafel III.



Tafel IV.



Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf



Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Das krystallographische Zeichnen auf der Schule.

Schon in früher Jugend ist im Verfasser ein warmes Interesse für das Gebiet der Krystallographie erweckt worden durch die stete Anregung, welche sein Vater ihm geboten hat durch das eigene Wirken auf genanntem Gebiete, und besonders durch dessen mit bewunderungswürdiger Sorgfalt gepflegte, auch in weiteren Fachkreisen wohlbekannte Sammlung natürlicher und selbstgezogener künstlicher Krystalle, welche in des Verfassers Besitz übergegangen ist und von ihm als Lehrer der Naturwissenschaften am hiesigen Realgymnasium im mineralogisch-krystallographischen Unterricht thunlichst mit zu Grunde gelegt wird. Auf diese Weise ist bei ihm auch schon früh die Überzeugung zum Durchbruch gekommen, dafs kaum irgend ein Unterrichtsgebiet aus dem weiten Reiche der Naturwissenschaften so leicht und elementar in das schwierige Verständnis räumlicher Gebilde einzuführen vermag wie der Unterricht in der Krystallographie. Der Verfasser hat daher gleich beim Beginn seiner nunmehr zehnjährigen Lehrthätigkeit in diesem Unterrichtszweige gerade auf die Ausbildung des Raumanschauungsvermögens den Schwerpunkt zu legen sich bemüht und zur besseren Nutzbarmachung der krystallographischen Lehren für die Erreichung dieses Zieles erstens für die Beschaffung geeigneterer Krystallmodelle und zweitens für eine sorgsame Pflege des schulmäfsigen krystallographischen Zeichnens nach diesen Modellen sorgen zu müssen geglaubt. — Er betrachtet den Unterricht in der Krystallographie als eine wesentliche Ergänzung des geometrisch-stereometrischen Unterrichts insonderheit auf den mittleren Unterrichtsstufen und findet sich hierzu nicht nur berechtigt sondern geradezu verpflichtet im Hinblick auf die Bestimmungen der jetzt geltenden Lehrpläne für die Realgymnasien, nach welchen die Stereometrie und die darstellende Geometrie erst in der Obersekunda und Prima gelehrt werden. Da aber eine nicht unbeträchtliche Anzahl unserer Schüler mit Abschlufs der Untersekunda die Anstalt zu verlassen pflegt, so würde dieselbe mit einer beklagenswert mangelhaft ausgebildeten Raumanschauung in das praktische Leben übertreten, wenn nicht der für die Obertertia im Winterhalbjahre vorgeschriebene Unterricht in der „Mineralogie mit besonderer Berücksichtigung der Krystallographie" zu möglichster Ausfüllung jener Lücke verwertet wird.

In der 13. Jahresversammlung des Sächs. Schulmännervereins im Jahre 1887 zu Zwickau hat der Verfasser in der mathematisch-naturwissenschaftlichen Sektion in einem Vortrage: „Über Krystallmodelle und die Pflege des Krystallzeichnens" seine Auffassungen über die Modelle und das Zeichnen nach denselben dargelegt. Der Anklang, den dieselben damals gefunden haben, giebt ihm Veranlassung, dieselben hiermit durch Veröffentlichung im diesjährigen Osterprogramm weiteren Kreisen zur Beurteilung auf ihre praktische Verwertbarkeit hin zu unterbreiten. Er glaubt hierbei hoffen zu dürfen, dafs mancher der Herren Fachgenossen, welcher nicht im Besitze der ausführlicheren Werke von *Naumann, Quenstedt, Kopp* u. A. über das krystallographische Zeichnen oder des vortrefflichen neueren Werkes von Direktor *Dr. Holzmüller*: „Einführung in das stereometrische Zeichnen mit Berücksichtigung der Krystallographie und Kartographie" sein sollte, diese Darbietung wenn auch nicht als etwas ganz Neues so doch immerhin als kurze übersichtliche Zusammenstellung des im krystallographischen Schulzeichnen bei weitest gezogenen Grenzen Benötigten willkommen heifsen werde. Dem Schüler aber mögen die Abbildungen der Modelle neben den danach gefertigten Krystallzeichnungen als erwünschte Unterlage für seine häuslichen Wiederholungen und für die Ausführung der in wesentlich gröfserem Mafsstabe anzufertigenden Zeichnungen dienen.

Ehe jedoch zu näheren Angaben über die Modelle und die Zeichenmethode verschritten wird, sollen vorerst einige der zahlreichen Stimmen zu Worte kommen, welche mit mir die Notwendigkeit der eingehenderen Pflege des krystallographisch-stereometrischen Zeichnens auf unseren

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

höheren Schulen betonen. Diese Äufserungen, die ich ganz und voll zu den meinigen machen möchte, sind mir leider erst jetzt beim Zusammenstellen dieser Begleitworte bekannt geworden; sie mögen aber mit um so gröfserer Genugthuung hier angeführt werden, da sie besser, als eigne Befürwortung es vermöchte, den Beweis erbringen, dafs es nicht etwa ein noch nicht schulgemäfs gezügeltes akademisch-wissenschaftliches Ansinnen ist, welches an die Zeit und die Leistungsfähigkeit der Schüler seit bald einem Jahrzehnt gestellt wird, sondern dafs diese Bestrebungen nur den Ausdruck einer allgemeineren, tiefgehenden Strömung ähnlicher Anschauungen und Wünsche (aus den verschiedensten Berufskreisen) bilden.

In der vielseitigen Darstellung „Über das Zeichnen auf unseren höheren Schulen"[1]) berührt Direktor *Dr. Holzmüller* die vielbesprochene Rektoratsrede des *Professors v. Brunn*,[2]) in welcher dieser an unseren höheren Schulen tadelt, dafs sie die Übung des Auges vernachlässigen, dafs sie sich viel zu sehr mit den Sprachen dagegen aber viel zu wenig mit der Ausbildung des Formensinnes beschäftigen, welcher letztere aber zur allgemeinen Bildung gehöre. Daher verlangt *Brunn* eine mathematische Grundlage, bei der das sichtbar geometrische, noch mehr das stereometrische Element entsprechend zu betonen sei. Für Jeden verlangt er Übung im körperlichen Zeichnen, in der Projektionslehre, also im richtigen Darstellen der Körper. *Holzmüller* sagt dann im folgenden: „Ist aber eine Methode möglich, die auch den unbegabten Schüler zu fördern imstande ist, so ist es Pflicht der Schule, sämtliche Schüler zum Zeichnen heranzuziehen und diesen Unterrichtszweig zu einem gebotenen zu machen." Bei der notwendigen Reform der Gymnasien müsse unter den neueren Unterrichtsfächern u. a. auch der Sprache des Zeichnens in höherem Grade Rechnung getragen werden. Nicht nur um das Lesen, sondern auch um das Schreiben dieser Sprache handelt es sich. „Lesen und Schreiben dieser Sprache müssen wie beim Elementarunterricht Hand in Hand gehen. Nur der wird in die Geheimnisse der Krystallographie eindringen, der körperlich gezeichnet hat." „Die bewährte alte Dreiteilung in den beweisenden, konstruierenden und berechnenden Teil wird in der Stereometrie auf den meisten Schulen nicht eingehalten. Man beweist die nötigsten Lehrsätze und eilt mit einer gewissen Hast dem Gebiete der Berechnung zu, das konstruktive Gebiet wird aber fast vollständig vernachlässigt." „Giebt es zur Ausbildung der räumlichen Anschauung etwas Besseres, als die genaue Darstellung gesehener oder gedachter Körpergebilde?" „Sollte nicht gerade der Umstand, dafs man das körperliche Zeichnen vernachlässigt, die Schuld daran tragen, dafs so viele Schüler an der Stereometrie scheitern, dafs ihr räumliches Vorstellungsvermögen ein Minimum bleibt?" „Für die Schule selbst liegt ein grofser Gewinn darin, wenn die Stereometrie endlich von der früheren abstrakten, mehr beweisenden und berechnenden Methode erlöst und auf dem Wege konstruktiver Übung zu einem Lieblingsgebiete der Schüler gemacht wird."

Auch *Dr. Hildebrandt*[3]) bekennt, dafs beim Anfangsunterricht in der Stereometrie wie in der Planimetrie und namentlich in der Algebra dem Schüler die Behandlung konkreter Aufgaben näher liegt, als eine streng wissenschaftliche Entwicklung abstrakter Wahrheiten, die Beschäftigung mit dem Körper näher als die mit Punkt, Linie und Fläche; er bezeichnet als die drei Punkte, welche vorteilhaft die *Holzmüller'sche* „Einführung in das stereometrische Zeichnen" kennzeichnen: 1. „Der Verfasser nimmt ohne lange theoretische Erörterungen sofort die Lösung bestimmter Aufgaben über einfache Körper in Angriff, 2. wählt dabei die schiefwinklige Projektion zum Ausgangspunkte und 3. läfst das eigentliche Zeichnen und Projicieren stets Hand in Hand gehen mit dem mathematischen Berechnen."

Direktor *Dr. Krumme*, welcher mehrfach im Paedagogischen Archiv die Lösung von Aufgaben über Krystallberechnung mittels der Sätze der ebenen und sphärischen Trigonometrie veröffentlicht hat, empfiehlt[4]) zur Belebung und Förderung des Unterrichts das Zeichnen einzelner Krystallkörper in Parallel- oder Central-Perspektive. Ebenderselbe beklagt[5]) auf der Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte in Berlin 1886, dafs die Übungen der stereometrischen Konstruktionsaufgaben an dem Übelstande leiden, dafs sie sich das Zeichnen

[1]) Paedagogisches Archiv XXX. 1888. S. 3. — [2]) Paed. Arch. XXVIII. 290. — [3]) Paed. Arch. 1887. XXIX. 433 u. f. — [4]) Ebendas. 1887. XXIX. 113. — [5]) Ebendas. S. 106 u. f. „Über die Auswahl des Lehr- und Übungsstoffes für den Unterricht in der Stereometrie."

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

nicht dienstbar machen. „Was die Schrift für den Gedanken ist, das ist das Zeichnen für die Anschauung. Zur Mitteilung dessen, was man durch Anschauung in sich aufgenommen hat, reicht bei einigermafsen verwickelten Gebilden die Beschreibung nicht mehr aus.“ „Wenn also die Schule ihre Zöglinge befähigen will, sich räumliche Gebilde vorzustellen, so mufs sie die Schüler auch anleiten, das Darstellungsmittel des Angeschauten, das Zeichnen zu verstehen und zu gebrauchen“. „Der Unterricht in der Stereometrie hat seinen Übungsstoff naturgemäfs den mit räumlichen Gebilden sich beschäftigenden Unterrichtsfächern zu entnehmen, für welche also der Unterricht in der Stereometrie der natürliche Brennpunkt ist. Diese sind u. a. Projektionslehre und Krystallographie.“ „Man mag dabei die Anschauung durch Benutzung von Bleistiften, Federhaltern und Heftdeckeln unterstützen, ohne wirkliches Zeichnen sind aber diese Luftgebilde von zweifelhaftem Nutzen.“ — „In den Übungsbeispielen für den Unterricht in der Stereometrie ist die Krystallographie bis jetzt wenig oder gar nicht berücksichtigt; und doch bietet gerade die Krystallographie eine unerschöpfliche Fülle von Übungsstoff auch für den ersten Unterricht sowohl in der Stereometrie als in der Trigonometrie.“ Es wird demnach durch die Hereinziehung von Aufgaben aus der Krystallographie in die Mathematik Konzentration des Unterrichts bezweckt.

Auf derselben Berliner Naturforscherversammlung bedauert *Scholz*,[6]) „dafs auf den höheren Lehranstalten trotz der Vorschriften der Lehrpläne neben der synthetischen Geometrie die darstellende meist ganz vernachlässigt werde, obgleich die letztere wegen ihrer Verwendbarkeit im Leben, ihrer Beziehungen zu den anderen Unterrichtszweigen der Stereometrie und Krystallographie das Interesse des Schülers rege zu erhalten und wegen des steten Überganges vom Wort zum Bild und der reichen Konstruktionsthätigkeit aufserordentlich geeignet sei, das Anschauungsvermögen auch jüngerer Schüler zu entwickeln.“

Für das krystallographische Zeichnen im besonderen möge auch eine Äufserung *Huxley's*[7]), des berühmten englischen Physiologen, über das Zeichnen im Allgemeinen angezogen werden: „Man kann in der That den Wert des Zeichenunterrichts nicht hoch genug schätzen, weil er uns die Mittel an die Hand giebt, die Jugend zur Aufmerksamkeit und Genauigkeit zu erziehen, zwei Dinge, an denen es der gesamten Menschheit mehr mangelt, als an irgend einer andern geistigen Fähigkeit, welche es auch sein möge.“ „Man kann sich daher diese Gewohnheit nicht früh genug aneignen, und meines Erachtens giebt es nichts, was so vortrefflich im Stande wäre, der Jugend die Gewohnheit der Aufmerksamkeit und Genauigkeit einzuimpfen wie das Zeichnen.“

In einem Aufsatz[8]): „Über die Erziehung zum Arbeiten“ spricht sich Gymnasialoberlehrer *Pietzker* dahin aus: „Vor allem wäre eine innige Verbindung der planimetrischen Vorstellungen mit den fundamentalen Begriffen der Stereometrie anzustreben“, wodurch sich eine auch für den mathematischen Gymnasialunterricht sehr wertvolle Einführung in die beschreibende Geometrie ergeben würde. „Aufgaben aus der Krystallographie, deren Fruchtbarkeit für den mathematischen Unterricht mehr und mehr gewürdigt wird, haben auch noch den Vorzug, dafs die vom Schüler gefundene Lösung durch die Beobachtung geprüft und bestätigt werden kann;“ und darin liegt ein gewisser Ersatz für eine in dem bisherigen Unterrichtsbetrieb überhaupt nicht zur Geltung kommende Seite desjenigen Unterrichts, welcher zur Arbeit erzieht und zwar zu derjenigen Art der Arbeit, bei welcher sich inneres Denken und sinnliche Beobachtung in fortwährender Wechselwirkung befinden, während zugleich die Hand als williges und geschicktes Werkzeug eine ihr vom Verstand und vom Auge vorgeschriebene äufsere Thätigkeit ausübt. Zwei Hilfsmittel zur Erreichung dieses Zweckes sind das Zeichnen und der Handfertigkeitsunterricht.“

Auch für das krystallographische Zeichnen gilt in fast gleichem Mafse das was von *Dr. Macher* „Ueber die darstellende Geometrie als Unterrichtsgegenstand“[9]) auch im Lehrplan des Gymnasiums im folgenden gesagt wird: „Die Thätigkeit des Schülers bei der Erlernung der darstellenden Geometrie ist durchaus nicht eine mechanische, etwa im Zeichnen nach auswendig gelernten Rezepten; seine Hauptthätigkeit besteht vielmehr in der steten bis ins Einzelne

[6]) Paed. Arch. 1887. XXIX. 3. — [7]) Paed. Arch. 1884. XXVI. 440. — [8]) Paed. Arch. 1888. S. 102. — [9]) Paed. Arch. 1885. XXVII. 20.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

gehenden Vorstellung der abzubildenden Objekte und der bei ihrer Projizierung sich abspielenden Vorgänge. Bevor er nur überhaupt die graphische Darstellung eines Gebildes in Angriff nehmen kann, muss er ein treffend räumliches Bild desselben in seiner Phantasie hervorrufen, dessen Entstehung und Aufbau aus den Grundgebilden genau überlegen und darauf gestützt den ganzen Plan der Abbildung im Geiste entwerfen und in allen seinen Teilen klar durchschauen. Erst dann kann er mit der Fixierung des gewonnenen Gedankenganges auf seinem Zeichnungsblatte beginnen — ein Procefs, der zwar in seinen Einzelheiten nach bekannten Gesetzen durchgeführt werden kann, aber fortwährend von der räumlichen Anschauung begleitet sein mufs, falls aus den aufeinanderfolgenden Teilconstruktionen das gewünschte einheitliche Ganze, das dem Original entsprechende Bild entstehen soll. — Dafs hiermit erhebliche Anforderungen an den Geist des Schülers gestellt werden, ist nicht zu verkennen, aber ebensowenig kann es einem Zweifel unterliegen, dafs solch eine treffliche Entwicklung und Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens, solch eine stramme Übung und Ausbildung des logischen räumlichen Denkens die darstellende Geometrie zu einem Fache von eminent geistbildender Kraft stempeln."

In einer Jubiläumsfestrede spricht sich Gymnasial- und Realgymnasialdirektor *Dr. Eitner*[10]) in Görlitz u. A. folgendermafsen aus: „Die Schule soll neben der Sorge für die geistige und wissenschaftliche Ausbildung ihrer Zöglinge diese anleiten, auch ihre Sinne zu üben und ihre körperlichen Werkzeuge: Auge und Hand recht brauchen zu lernen." „Damit aber die blofse Anschauung namentlich für träumerische Naturen nicht zur Gedankenlosigkeit verführe, mufs der als Keim in der Seele des Kindes schlummernde Trieb zur Selbstthätigkeit geweckt und durch geschickte Anleitung in den Dienst des Unterrichts genommen und für seine Zwecke verwendet werden, und das geschieht am besten Hand in Hand mit der Anschauung durch Wiedergabe des Angeschauten durch Zeichnen, allerdings nicht ein Zeichnen in systematisch betriebener Weise, ein blofses Kopieren nach Vorlagen, sondern wie es ja auch jetzt schon von einsichtigen Lehrern geübt wird, im Anschlufs an die natürliche Auffassung der bestehenden Körperformen, in der Wiedergabe des gerade Charakteristischen. Jedenfalls werden dadurch unklare Vorstellungen vermieden, wie sie bei den gewöhnlichen Flächenbildern unvermeidlich sind; der Schüler lernt vielmehr sogleich die Gestalt der Körper nach ihren drei Abmessungen erkennen; er lernt richtig sehen, Entfernungen schätzen und erhält so frühzeitig den Begriff der Perspektive. In dieser Weise betrieben wird das Zeichnen ein unentbehrliches Hülfsmittel der Anschauung in fast allen Lehrgegenständen; indem ich einen mathematischen Körper nach seinen charakteristischen Merkmalen selber konstruiere, werde ich mir klar über seine Eigenschaften."

Gymnasiallehrer *Hornemann*[11]) in Hannover spricht sich in einem Vortrag: „Über die Pflege des Auges und der Anschauung" aus wie folgt: „Auch auf dem Gymnasium ist schärfer als bisher diejenige Seite unserer Erkenntnis zu betonen, welche auf richtiger Benutzung des Auges, auf richtigem Sehen, auf sinnlicher Wahrnehmung und Anschauung beruht." „Es fällt dem Zeichenunterricht die grofse Aufgabe der Ergänzung jenes einseitigen Weltbildes, welches die Sprache vermittelt, zu; deshalb mufs er über die unteren Klassen hinaus die übrigen Lehrfächer begleiten und zwar in seinen beiden Hauptzweigen als Freihandzeichnen und als Linearzeichnen. Besonders ist das weite Gebiet der Geometrie, vor allem die Stereometrie geeignet zur Ergänzung des Zeichenunterrichts in der Pflege der Anschauung."

Der Verein deutscher Zeichenlehrer[12]) warnt in seinen „Grundsätzen" vor der einseitigen Bevorzugung einer einzelnen Aufgabe des Zeichenunterrichts auf Kosten der anderen und giebt vier Zwecke in der folgenden Reihenfolge an: a) „Erweckung und Ausbildung der Erkenntnis des Gesetzmäfsigen in allem Sichtbaren nach Form, Mafs, Verhältnis, Farbe und Beleuchtung — folglich Pflege des bewufsten Sehens. b) Ausbildung des Verständnisses für schöne Gebilde — nach Form und Farbe — und für ihre dem Zweke entsprechende Darstellung; c) Aneigung grundlegender Kenntnisse, die Kunst und das Kunstgewerbe betreffend; d) Entwicklung der zeichnerischen Fertigkeit." Die hier unter

[10]) Paed. Arch. 1889. XXXI. 114. — [11]) Paed. Arch. 1887. S. 382–385. — [12]) Paed. Arch. 1889. XXXI. 361.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

a, b und d aufgeführten Zwecke finden ihre volle Erfüllung in dem Zweige des krystallographischen Zeichnens.

Nach Prof. *Löwenthal*[13]) lautet der dritte der sieben Punkte des Vaihinger'schen Reformprogramms im Auszuge: 3) „Durchführung des Zeichnens bis in die obersten Klassen und zwar eines rationellen, mit den übrigen Unterrichtsfächern organisch verbundenen Zeichnens", welcher Forderung der Lehrplan des Realgymnasiums im wesentlichen entspricht.

Professor *Dr. Günther*[14]) drückt sich dahin aus: „Etwas mehr zur Weckung und Schärfung des Raumanschauungsvermögens junger Philologen wird auch die humanistische Studienanstalt leisten können, wenn sie nur ernstlich will." „Es gewährt die zeichnende Geometrie in richtiger Weise gelehrt und fruchtbar gemacht, dem Schüler einen durch nichts so leicht zu ersetzenden geistigen Genufs." — „Weitaus die beste Gelegenheit sachliches Interesse zu erwecken, bietet wohl der mineralogische Unterricht, wenn er einerseits nach der geologischen, andererseits — durch das Mittel der Krystallographie hindurch — nach der mathematischen Seite lohnende Ausblicke zu eröffnen bestrebt ist."

Der Privatdozent der Philosophie *Dr. Neudecker*[15]) fafst folgendermafsen seine Ansichten zusammen: „Summa summarum: der ganz einseitige und falsche Begriff von formaler Bildung, mit welchem „der herrschende Philologismus" hantiert, bedarf dringend der Revision. Will man dem richtigen Bildungs- und Wissensbegriff in der Organisation der Gymnasien gerecht werden, so sorge man ganz gleichmäfsig für Heranbildung zu sprachlicher Korrektheit, mathematischer Denkfertigkeit und eines entwickelten Sinnes für das Thatsächliche."

Für das auch von mir betonte farbige Zeichnen spricht sich in gewissem Sinne auch Professor *Dr. Weck*[16]) folgendermafsen aus: „Es mufs das Zeichen noch besser zu Ehren kommen, als es durch die 1882er Lehrpläne geschieht. Das Zeichnen ist die Sprache des Auges und zugleich die Probe für seine richtige Auffassung, die der letzteren erst den Charakter der Wahrheit, also des Wissenschaftlichen verleihen kann; es ist in moralischer und physischer Hinsicht eine entlastende und erquickende Disciplin, als Vorschule der Ästhetik aber schlechthin unersetzlich. Daraus ergiebt sich zugleich, dafs man beim Umrifs oder bei der einfachen Licht- und Schattenwirkung nicht stehen bleiben darf. Die Gestalt hat Adel, wirkt aber wie alles blofs Vornehme konventionell, also erkältend, erst die Einführung der Farbe, die frühzeitig erfolgen mufs, kann Leben und Wärme entzünden und, was die Hauptsache ist, den Unterricht zum treuen Spiegel der Natur und dadurch zu einer wahren Quelle der Bildung machen." — Einem möglichst frühen Beginne des Zeichnens redet derselbe Verfasser an folgender Stelle das Wort[17]): „Dem Gesichtssinn stehen in den Naturwissenschaften und im Zeichnen Hilfsmittel zur Verfügung, von denen das Altertum keine Ahnung hatte. Da übrigens das Auge als das zarteste Werkzeug auch am frühesten gebildet und verbildet wird, so ist es notwendig, den genannten Fächern vor allem auf der Unterstufe einen möglichst weitgehenden Einflufs zu sichern."

In gleichem Sinne äufsert sich Professor *Dr. Lunge:*[18]) „Ich sehe in der Vernachlässigung des Zeichenunterrichts einen der schlimmsten Mängel des philologischen Gymnasiums, besonders auch für die allgemeine Bildung." „Vergessen wir es nicht, dafs diese Vernachlässigung des Zeichnens den Schülern des philologischen Gymnasiums einen bleibenden und meist im ganzen Leben nicht mehr einzubringenden Nachteil zufügt. Das Zeichnen wie alle Handfertigkeiten mufs von Jugend auf gepflegt werden, wenn es mit irgend welchem Erfolge ausgeführt werden soll."

Professor *G. Barkhausen*[19]) bezeichnet als schwerwiegenden Mangel der Vorbildung zum Besuch der technischen Hochschule die Unselbständigkeit des Denkens, die besonders in der Auffassung räumlicher Gebilde hervortritt. Die positiven Anforderungen der technischen Hochschule an die Vorbereitungsschule gipfeln in der weitgehendsten

[13]) Paed. Arch. XXXI. 578. „Auf dem Wege zur Schulreform." — [14]) Paed. Arch. 1890. XXXII. 368. „Über den Bildungswert der mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer". — [15]) Paed. Arch. 1883. XXV. 524. „Die eigentliche Hauptfrage im gegenwärtigen Mittelschulstreit". — [16]) Centralorgan XVIII. 436. [17]) Ebenda S. 403. — [18]) Paed. Arch. 1886. S. 112. „Die Vorbildung auf dem Gymnasium und Realgymnasium zu wissenschaftlichen und technischen Zwecken." — [19]) Paed. Arch. 1888. XXX. 400. „Betrachtungen über die Stellung der technischen Hochschule zur Einheitsschule."

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Pflege des räumlichen Vorstellungsvermögens." — „Der Schüler sollte schon früh im Rechen- und im Zeichenunterricht in die Zahlen- und Raumgröfsen eingeführt werden, welche später in den mathematischen Einzelfächern Gegenstand strengerer Behandlung mit Beweis und Formel sind. Zu diesem Zweck mufs auch das Zeichnen mit Hilfsmitteln — namentlich dem Mafsstabe — früh beginnen."

Auch *Dr. Flemming*, Prof. der Anatomie in Kiel, spricht sich[20]) in gleicher Weise aus: „Je früher und andauernder jemand angehalten wird, körperliche Formen zu beobachten, sie durch Zeichnung wiederzugeben und in der Erinnerung festzuhalten, je früher er überhaupt beobachten lernt, desto besser wird ihm das später gelingen. Das sind Dinge, die ein Gymnasiast bei jetziger Sachlage so gut wie gar nicht üben kann." „Ich meine, dafs Zeichnen, namentlich perspektivisches, durchaus zu den wissenschaftlichen Unterrichtsmitteln gehört; es steht als intellektuelle Übung doch wohl jedenfalls auf höherem Range, als z. B. das Memorieren von Vokabeln und Paradigmen."

Als letzte Äufserung einer gleichen Auffassung sei noch diejenige von Prof. *Rosenthal*[21]) angeführt. „Der besseren Ausbildung des Anschauungsvermögens sollte vor allem ein Unterrichtszweig dienstbar gemacht werden, welcher bisher in der Erziehung der später studierenden Jugend viel zu wenig gewürdigt wird, das Zeichnen." „Zeichnen kann eine Kunst sein; an und für sich ist es aber nur ein Mittel, Gedanken auszudrücken, dient also als Mittel der Mitteilung wie die Sprache. Man kann gewisse Begriffe besser durch Zeichnung mitteilen als durch Worte. Zeichnen lernen heifst also, sein Vermögen zur Darstellung von Gedanken vermehren." — „So früh als möglich soll zur Darstellung des Körperlichen geschritten werden unter Anwendung von Tusche und mit Aufsetzen von Lichtern, um mit geringen Mitteln einen deutlichen Effekt zu erzielen. Auf den höheren Stufen ist das lineare und konstruktive Zeichnen zu üben." „Ein solcher Unterricht macht den Schüler nicht blofs mit einem nützlichen Werkzeug der Darstellung bekannt, er lehrt auch Formen verstehen, übt Auge und Hand, bereichert das Vorstellungsvermögen, dient also unmittelbar der geistigen Erziehung, auf welche es uns ankommt."

Die Krystallmodelle,

welche zur Erreichung einer gründlicheren Raumanschauungsausbildung und als Grundlage für das Zeichnen vom Verfasser selbst berechnet und entworfen und von ihm auch eigenhändig mit gummierten Klebstreifen und Fischleim zusammengefügt und auf einem Unterlagsbrettchen federnd befestigt sind, mögen durch ihre auf beiliegenden Lichtdrucktafeln[22]) wiedergegebenen Abbildungen für sich selbst sprechen, besser als wortreiche Erklärungen es vermögen. Nur einige Andeutungen über die bei ihrer Anfertigung leitenden Gesichtspunkte seien im folgenden angeführt; der Kürze halber seien hierbei die numerierten Modelle mit *M.* 1. und *M.* 2. u. s. w. bezeichnet, während durch *F.* 1 oder *F.* 2. auf die betreffende Nummer der buntgedruckten Figurentafeln hingewiesen wird.

Nach dem Bericht der schon erwähnten Realschulmännerversammlung im Jahre 1887 zu Zwickau lassen sich die Vorzüge dieser Modelle, welche sie zum Teil mit ähnlichen derartigen Modellen gemein haben, in die folgenden Punkte zusammenfassen, die hier etwas ausführlicher erläutert werden sollen:

1. Die Modelle sind zumeist aus durchsichtigen Glasflächen hergestellt, welche die Lage der Krystallflächen zu den als starke, hellrote Seidenschnuren eingespannten krystallographischen Achsen und den weiteren Hilfslinien deutlich und weithin sichtbar erkennen lassen. Um die zur schnelleren Form-Übersicht und zum Zwecke des Zeichnens unbedingt notwendige Zergliederung eines Vielflächners in die einen Oktanten erfüllenden Flächenkomplexe sofort auf den ersten Anblick ersichtlich zu machen, andererseits auch zur Erklärung des Entstehens der

[20]) Paed. Arch. 1883. XXV, 513 bei Besprechung des Vortrags von A. Fick „Über die Vorbildung zum Studium der Medizin." — [21]) Paed. Arch. 1885 S. 221 „Die Vorbildung zum Universitätsstudium." — [22]) Von Herrn Photograph Fickenwirth hierselbst nach photographischen Aufnahmen angefertigt.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Halbflächner sind die in einem Oktanten liegerden Einzelflächen oder Flächengruppen der regulären Körper (oder bei *M.* 8 bez. *M.* 32 die einzelnen Modellflächen) abwechselnd aus farblosem und aus hellgelb gefärbtem Glase gefertigt, durch welchen Umstand die Durchsichtigkeit der Modelle im photographischen Bilde leider etwas gelitten hat, da die gelben Flächen das Licht schlecht durchgelassen haben und daher im Bilde meist undurchsichtig und dunkel erscheinen.

2. Alle zusammengehörigen Formen eines Systems, also z. B. alle regulären Modelle 1—33 sind zur Veranschaulichung vergleichender und entwickelnder Betrachtungen isometrisch d. h. um ein gleichgrofses Achsenkreuz konstruiert und bei einer Höhe von 20 cm (einige sogar 30 cm) geeignet, vor der gesamten Klasse auf einmal erklärt und leicht erfafst zu werden, wodurch störende und zeitraubende Einzeldemonstrationen in Wegfall kommen. Nicht warm genug empfehlen kann der Verfasser an dieser Stelle jedem für derartige Betrachtungen und Konstruktionen sich Interessierenden: Die „Mitteilungen über isometrische Krystallformen" von *Alois Karl Wach* (Pilsen 1882) und „150 Krystallformennetze zum Anfertigen von isometrischen Krystallmodellen" (Pilsen 1881) von demselben. Auch der Verfasser verdankt genannten Werken mannigfache Anregung und Auskunft bei Anfertigung seiner Modelle.

3. Eine jede Form ist (vergl. *Wach* „isometrische Krystallformen S. 72") auf einem schwarz angestrichenen und lackierten Brettchen durch federnde, geeignet gebogene Messingdrähte bei stets senkrecht gestellter Hauptachse und einer querverlaufenden Nebenachse so befestigt, dafs sie sich dem Auge des Anfängers stets nur in dieser einen unveränderlichen, krystallographisch orientierten Stellung darbietet, dadurch dem Gedächtnis schneller und bleibender eingeprägt wird und beim Auflösen einer Combination viel leichter in die Augen springt.

4. Zur stetigen Unterstützung dieser Anschauungs-Ausbildung stehen die Modelle in der gleichen krystallographisch vorgeschriebenen Stellung wie sie die Lichtdruck- und die Buntdrucktafeln zeigen im naturwissenschaftlichen Lehrzimmer in einem Glasschrank jeden Augenblick vor und nach dem Unterricht der Betrachtung zugänglich. Ein dem Fufsbrette aufgeklebter Zettel mit dem Hauptnamen (u. s. Synonymen), dem Naumann'schen Symbol und dem Parameterverhältnis giebt die notwendige Erläuterung zu jedem Körper.

5. Die Verschiedenartigkeit der Kanten ist durch folgerichtig durchgeführte Verschiedenfarbigkeit derselben hervorgehoben; dadurch lassen sich die Verwandtschaften und die Übergänge der einzelnen Formen ineinander und in ihre Grenzformen mit zwingender Augenfälligkeit und ohne erhebliche Schwierigkeiten selbst mit den Unbegabteren leicht entwickeln. In den *M.* 1—33 sind die Oktaëderkanten und aufgeklebten-Flächen stets schwarz gehalten, der Würfel ist stets durch rote, das Granatoëder stets durch grüne Kanten bez. Flächen gekennzeichnet; auch die „gebrochenen" Oktaëder- und Würfelkanten der Ikositetraëder in *M.* 12—14, 28—31, 35 und 36 *b* und im Achtundvierzigflächner zeigen die entsprechenden drei Farben schwarz, rot und grün. — So tritt in der ersten Entwicklungsreihe der *M.* 1 bis 5 das Wachsen des Oktaëders O in *M.* 1, durch das noch Oktaëder-ähnliche Pyramidenoktaëder $\frac{3}{2}O$ in *M.* 2, die Mittelform $2O$ in *M.* 3 und die schon Dodekaëder-ähnliche Form $5O$ in *M.* 4 bis zum Rhombendodekaëder ∞O in *M.* 5 als Grenzform klar vor Augen. Dasselbe ist der Fall bei der zweiten Übergangsreihe, dem Dodekaëder ∞O in *M.* 6, dem Dodekaëder-ähnlichen Pyramidenwürfel $\infty O\frac{3}{2}$ in *M.* 7, der Mittelform des Pyramidenwürfels $\infty O2$ in *M.* 8, dem würfelähnlichen Pyramidenwürfel $\infty O4$ in *M.* 9 und der zweiten Grenzform, dem Würfel $\infty O\infty$ in *M.* 10. Desgleichen zwingt sich unmittelbar dem Verständnis auf die dritte Entwicklungsreihe, darstellend den Übergang des Würfels $\infty O\infty$ in *M.* 11, durch das würfelähnliche Ikositetraëder $4O4$ in *M.* 12, die Mittelform des Leucitoëders $2O2$ in *M.* 13 und das oktaëderähnliche Ikositetraëder $\frac{3}{2}O\frac{3}{2}$ in *M.* 14 bis zu der Endform und ursprünglichen Ausgangsform, dem Oktaëder O in *M.* 15. — Alle Glasmodelle der regulären Vollflächner lassen aufserdem die bei Wiederholungen und Rückblicken von den Schülern zu entwickelnde Thatsache, dafs sie nur Specialfälle des allgemeinsten regulären Körpers des Achtundvierzigflächners sind, dadurch unmittelbar ablesen, dafs wie *M.* 5, 6, 15 am deutlichsten *M.* 3, 8, 13, 27, 28, 31, 32 wenigstens teilweise zeigen, entweder durch aufgeklebte bunte Papierstreifen (wie in *M.* 1, 10, 11, 15) oder durch innen unterhalb der Fläche eingezogene farbige Seidenfäden die betreffenden Körper jedesmal als Achtundvierzigflächner mit teilweise eingedrückten Flächen und Kanten erscheinen. — Alle diese an den gewöhnlichen Modellen mit ihrem

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

scheinbaren Wirrwarr von Kanten nicht ganz leicht zu erklärenden entwicklungsmäfsigen Beziehungen der regulären Körper unter sich und zum Achtundvierzigflächner, die sonst nur schwer dem Rahmen der Schulkrystallographie eingefügt werden können, dürfen mit den vorliegenden Modellen ohne Schwierigkeit berührt werden.

An solchen Modellen in richtiger Weise betrieben, gilt von dem Unterricht in der Krystallographie das was *Eitner*[23]) in der schon erwähnten Festrede äufsert: „Wenn der Schüler vom Lehrer durch zweckmäfsige Methoden angeleitet worden ist zur Anschauung, Beobachtung, Vergleichung und Erklärung von Naturgegenständen, und wenn Ordnung und Regelmäfsigkeit in diese Beobachtungen gekommen ist, so wird er bald in freudigem Wetteifer Ähnlichkeiten und Verschiedenheiten erkennen, die Einzeldinge unter die Arten, diese unter die Gattungen einreihen und unterordnen lernen und auf diese Weise gleichsam spielend die Einheit erkennen, die über der Mannigfaltigkeit der Einzelerscheinungen steht, und mit dieser Erkenntnis zugleich „das Innewerden einer absoluten Gesetzmäfsigkeit und Notwendigkeit alles Seienden," — und so hat denn schon der alte philosophische Grundsatz: „nihil est in intellectu, quod non prius fuerit in sensu, d. h. was nicht zu sinnlicher Anschauung gelangt ist, kann auch der Verstand nicht begreifen," in diesem Sinne vollkommen recht."

6. Durch Auflegen passend geschnittener und mit den betreffenden farbigen Streifen beklebter Glasflächen als Darstellung der Ausdehnung von Krystallflächen bis zum Schnittpunkt mit den eingeschriebenen Achsen oder deren Verlängerung kann das Parameterverhältnis der betreffenden Formen ohne weiteres abgelesen werden. Man braucht bei Anwendung dieser „Anlege- oder Bestimmungsflächen" nicht zu sagen: „Denkt euch diese Fläche erweitert bis zum Schnittpunkt u. s. w.", (eine Zumutung an das noch unentwickelte Raumauffassungsvermögen, die häufig oder meist erfolglos gestellt werden dürfte,) sondern man kann vielmehr sagen: „ihr seht, dafs diese Fläche bei ihrer Erweiterung schneidet u. s. w." Ein nicht zu unterschätzender Vorteil! Indem man mehrere Schüler nacheinander vorruft und jeden die Anlegefläche an verschiedene beliebige Flächen der feststehenden Körper anlegen läfst, wie es in den *M.* 27, 28, 31, 32 dargestellt ist, bestimmt Jeder vor und mit der Klasse das Parameterverhältnis in *M.* 27 als $a:a:2a$, in *M.* 28 als $a:2a:2a$, in *M.* 32 als $a:\infty a:2a$ und in *M.* 31 als $a:3a:2a$.

7. Das Wachsen einzelner Flächen oder Flächengruppen durch Verwendung aufgelegter, die Erweiterung darstellender Glastafeln ist, wie allgemein üblich, so auch vom Verfasser verwertet zur Ableitung der Halbflächner und Drittelflächner des regulären, des quadratischen und des hexagonalen Systems. So ist abgeleitet das Tetraëder $\frac{0}{2}$ in *M.* 10 und 11; das Deltoïddodekaëder $\frac{2O}{2}$ in *M.* 21, das Hexakistetraëder $\frac{3O2}{2}$ in *M.* 22, das Pyramidentetraëder $\frac{2O2}{2}$ in *M.* 23, das Pentagondodekaëder oder Pyritoëder $\frac{\infty O2}{2}$ in *M.* 24; die am Salmiak in schönen Krystallen vorzeigbaren Tritoëder $\frac{2O2}{3}$ in *M.* 36 . *b.* und $\frac{3O3}{3}$ in *M.* 35; das quadratische, dem Deuteroprisma eingeschriebene, der Protopyramide umschriebene Tetraëder oder Sphenoïd $\frac{P}{2}$ in *M.* 44, das hexagonale Rhomboëder *R.* in *M.* 38 und 39, das hexagonale Skalenoëder in *M.* 40, 41 und 42. Hier sowohl als auch bei den zur Erklärung des Wesens der Combinationen zwischen Oktaëder, Würfel, Granatoëder und Ikositetraëder dienenden *M.* 16 bis 20 und *M.* 37 sind die Vollflächner oder die endgültig entstehenden Combinationskörper meistens als Pappmodell mit den geigneten Gruppen verschiedenfarbiger Flächen eingeschrieben, die entstehenden Halbflächner jedoch oder die kanten- und eckenabschneidenden Körper als Glasmodelle umgeschrieben.

8. Das Gemeinsame und Verschiedenartige der Grundpyramiden und deren Achsenverhältnis ist für die sechs verschiedenen Krystallsysteme durch die in *M.* 45 bis 50 dargestellten, auf gemeinsamem Brett parallel und senkrecht und mit gleicher Basishöhe aufgestellten Glaspyramiden des regulären, quadratischen, hexagonalen, rhombischen, monoklinen und triklinen Systems deutlich versinnlicht. — In ähnlicher Weise sind die *M.* 51 bis 56, durch welche die quadratischen Pyramiden P, $2P$, $3P$, $4P$, $5P$ und das Prisma ∞P mit der Endfläche $0P$ dargestellt sind, auf gemeinsamem Unterlagsbrettchen mit federnden Klemmdrähten der-

[23]) Paed. Arch. 1889. XXI. 114.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

art aufgestellt, dafs die Basisebene aller Glieder der Reihe in gleicher Höhe liegt, die Körper also in derselben horizontalen Ebene zum Teil in der Luft schweben (vergl. hierüber *Alois Wach*: „isometrische Krystallformen, S. 73); sie geben eine klare Anschauung des Wachstums verschiedener Pyramiden von gleicher Basis aber ungleich langer Hauptachse innerhalb der Grenzformen der Säule und der basischen Endfläche. Bei Senkrechtstellung des Brettes erläutert die Reihe ohne weiteres die Entwicklung der Quer- und Längspyramiden des rhombischen, monoklinen und triklinen Systems zu den betreffenden Quer- und Längsdomen bez. Endflächen.

9. Als seit Jahren bewährte Anschauungsmittel zum Eindringen in das Verständnis der regulären Krystallgestalten mit veränderlichen Achsenabschnitten und zu deren Zeichnung sind die vom Verfasser entworfenen und konstruierten Oktantenausschnitt-Modelle anzuführen; sie sind in den *M.* 26, 29, 30, 33 und 34 ebenfalls isometrisch neben den zugehörigen Vollkörpern abgebildet. Durch dieses Hineinschneiden in das Modell-Innere und das Herausnehmen eines Körper-Achteils mit den dadurch sichtbar werdenden Profil-Schnittflächen und -Kanten und den Queransichten des Körpers, wird dem Auge der innerste Aufbau der Gestalt so unmittelbar offenbart, als befände dasselbe sich im Mittelpunkt selber, wird die Lage der Flächen und Kanten des Körpers unter sich und zu den drei Symmetrie-Ebenen des Systems sowohl, als auch zu der in doppeltem oder dreifachem Achsenabstand von der Krystallmitte darüber konstruierten Oktaëderfläche ohne weiteres eingesehen. — Bei Zugrundelegung dieser Achteil-Modelle ist selbst der mäfsig begabte Schüler, namentlich wenn durch die Anwendung der Anlegeflächen der Flächenverlauf des Vollkörpers schon dem Verständnis nahe gebracht ist, imstande, die räumliche Lage und danach die Zeichnungselemente der Flächen und Kanten selbst bei den scheinbar verwickeltsten Formen nach dem Beherrschungsgrundsatz „*divide et impera*“ mit der gröfsten Leichtigkeit vom Teilkörper abzulesen und graphisch wiederzugeben.

10. Nach erlangtem Verständnis des Zergliederungsproduktes ist es nötig, das gleiche Erfassen des Vollkörpers durch den Wiederaufbau desselben aus acht solchen gleichen Teilkörpern zu bewirken. Letzteres umgeht der Verfasser, erreicht es vielmehr durch Benutzung der Spiegelungsgesetze. Stellt man eines der Oktanten-Modelle auf eine wagerecht liegende Spiegelscheibe, so bildet das erzeugte symmetrische Spiegelbild den betreffenden unteren Oktanten, wie dies z. B. in *M.* 30 schon auf der unteren und linken Glasfläche angedeutet zu bemerken ist; stellt man ein solches Modell in geeigneter Stellung an die Schnittkante zweier sich rechtwinklig schneidender Spiegelflächen, so wird mit den drei Spiegelbildern die Hälfte des Vollkörpers wiedergespiegelt erscheinen; und stellt man endlich, wie es in *M.* 34 wenigstens annähernd zu erkennen ist, ein Oktantenmodell (hier *M.* 33) in einen aus drei rechtwinklig sich schneidenden Spiegelflächen gebildeten Spiegeloktanten, so erscheint im Spiegel das Oktanten-Modell mit seinen sieben Spiegelbildern als Vollkörper mit den sämtlichen, den Kanten- und Flächenverlauf darstellenden Schnitt- und Hilfslinien, wenn das Modell ganz in die Spiegelecke hineingeschoben wird, wie in *M.* 34; oder es spiegelt sich der Körper so wieder, als wäre er in 2 symmetrische beliebig verschiebbare Hälften zerlegt, wenn man das Teilmodell etwas von der einen Spiegelfläche wegrückt; oder der Vollkörper erscheint endlich in vier symmetrisch gelagerte Viertel oder Doppeloktanten zerfällt, wenn man das Achtelmodell parallel mit sich selbst von den beiden senkrecht auf der Auflagsfläche stehenden Spiegelwänden wegschiebt. Dafs diese Spiegeloktanten mit den Ausschnittmodellen wie kaum ein anderes Veranschaulichungsmittel geeignet erscheinen, in das Innerste der Krystallnatur einzudringen und die zum Zeichnen benötigten Elemente geradezu herauszuholen, ist hiernach ersichtlich. — Wie sich dieselben Oktanten-Modelle auch zur Erklärung und Zeichnung tetragonaler Formen verwenden lassen, wird später gezeigt werden. Für die hexagonalen Formen werden noch geeignete Ausschnitt- und Spiegelmodelle konstruiert werden.

Der verstorbene Prof. *Dr. Werner* vom Kgl. Realgymnasium in Stuttgart hat im Osterprogramm 1882 eine Abhandlung veröffentlicht über einen „Spiegeldreikant“ als krystallographisches Anschauungsmittel, in welchem Dreikant nicht ein ganzer Oktant, sondern jedesmal nur eine einzelne Krystallfläche zur Darstellung der Krystallformen unmittelbar auf Grund ihres Flächenzeichens benutzt wird. Der Apparat ist ziemlich komplizierter Natur, bietet aber in wissenschaftlicher Hinsicht mancherlei Anregung und Ausbeute. —

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Von ähnlichen Gesichtspunkten wie der Verfasser hat sich *Dr. W. Waege*[24]) bei der Herstellung zerlegbarer Krystallmodelle[25]) unter Benutzung verschiedener Farben für die Schnittflächen leiten lassen, die jedenfalls ein treffliches Lehrmittel abgeben, welches der Verfasser leider noch nicht selber praktisch erprobt hat. Der Verfasser kann sich allerdings nicht damit einverstanden erklären, einmal dafs die krystallographischen Abstraktionen der symbolischen Bezeichnungsweise aus dem krystallographischen Unterricht ganz ferngehalten werden sollen, namentlich nicht für solche Anstalten, welche sich in mineralienreichen Gegenden befinden, und zweitens, dafs die doch immerhin manche, durch Pappmodelle unersetzbare Vorteile bietenden geschlossenen Glasmodelle mit Fadeneinziehungen, als „dem elementaren krystallographischen Unterricht nicht genügend" und als zu teuer hingestellt werden. *Waege* verkennt übrigens an anderen Stellen seiner Abhandlung die Vortrefflichkeit der Glasmodelle mit Körpereinschlufs nicht. — Im Hinblick auf die schnelle und gründlichere Ausbildung der Anschauung an Glasmodellen, auf die Verwendbarkeit derselben in anderen mathematischen Fächern und die dadurch gleichzeitig erreichte bessere Konzentration des Unterrichts ist doch der Preis von 35 ℳ für eine von *Krumme*[26]) empfohlene Auswahl von 11 Glasmodellen, welche vom Buchbinder *F. Thomas* in Siegen zu beziehen sind, nicht allzu hoch gegriffen. — Der neueste Katalog von *Dr. A. Krantz* in Bonn weist ebenfalls sehr preiswert eine Sammlung von 25 Glasmodellen der Haupt-Vollflächner aller Systeme zum Preise von 80 ℳ und eine ebensolche von 18 Halbflächnern für 75 ℳ auf. Bei der schon durch die Schulpläne ausgesprochenen Wichtigkeit des Unterrichtsgegenstandes ist eben ein gewisser Aufwand nicht zu vermeiden, der mit dem Erwerb guter Modelle verbunden ist und vielleicht durch allmähliche Anschaffung erleichtert werden kann. — Die obigen, wie auch die kleineren aus farbigen Drahtstäben hergestellten käuflichen Modelle werden sich jedenfalls wie die im Lichtdruck beigegebenen zum Zwecke vertiefter Anschauung und des Zeichnens sehr wohl eignen. Sollte durch diese Veröffentlichung vielleicht der Wunsch nach Vervielfältigung der abgebildeten Modelle mehrfach angeregt werden, so würde Verfasser nicht anstehen, demselben gerecht zu werden. —

Als teilweise ersetzender Notbehelf für Nichtbesitzer halbflächiger Glasmodelle mit eingeschlossenen Vollflächnern ist sehr das einfache Verfahren zu empfehlen, auf den halbflächigen Pappmodellen die Kanten des isometrischen Vollflächners direkt aufzuzeichnen und die Flächen des letzteren durch Bekleben mit farbigem Papier oder durch Tuschen zu kennzeichnen. Ein Gleiches empfiehlt sich dem Anfänger auch für das Auseinanderhalten mehrerer Formen einer Kombination an den verbreiteten Pappmodellen in der Weise, wie es aus den farbigen Figurentafeln zu ersehen ist.

Das krystallographische Zeichnen

wird stets erst dann ausgeführt, wenn an den Glasmodellen und darauf an den üblichen Holz- oder Papp- oder Messingmodellen unter kundiger Leitung des Lehrers vom Schüler selbst die Flächen-, Kanten-, Ecken- und Achsenverhältnisse nach Form, Zahl, Länge und Richtung herausgefunden und abgelesen worden sind, auch durch Vorzeigen und Vergleichen mit musterhaften wirklichen Krystallen von Mineralien und künstlichen Salzen (die jetzt auch käuflich sehr preiswert zu erhalten sind) die anregende Überzeugung befestigt worden ist, dafs nicht nur abstrakte geometrisch-stereometrische Probleme gelöst werden sollen, sondern dafs es gilt, wirkliche Naturgebilde in ihrem wunderbaren, mathematisch geregelten Aufbau und in ihrer Formenentwicklung zu entziffern. Nun erst tritt das Zeichnen als Rechenschaftsablage über die Richtigkeit des Gesehenen ein. Denn das Zeichnen ist wie schon betont, durchaus nicht Selbstzweck, sondern nur ein Hilfsmittel des Anschauungsunterrichtes. „Erkennen und Schaffen gehen mit einander Hand in Hand und erhalten dann Lernlust und Lerneifer bei unserer Jugend."

Sehr treffend bemerkt *Dr. Hildebrandt*[27]), „dafs aus dem Gebrauche von Modellen in der Stereometrie noch keineswegs folgt, dafs die Schüler nun auch imstande seien, die am Modelle an-

[24]) Wissenschaftliche Beilage zum Programm des Königstädtischen Gymnasiums zu Berlin 1889. [25]) Netze zum Anfertigen zerlegbarer Krystallmodelle von *Dr. W. Waege*. Berlin, Gärtners Verlagsbuchhandlung. [26]) Paed. Arch. 1886. XXVIII. 290. [27]) Paed. Arch. 1887. XXIX. 433. „Zur Methodik des Unterrichts in der Stereometrie und in der darstellenden Geometrie."

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

geschauten räumlichen Beziehungen durch richtig gezeichnete Figuren in ihren Ausarbeitungen graphisch darzustellen; — was sich besonders da fühlbar machen wird, wo der Unterricht in der darstellenden Geometrie später einsetzt als der stereometrische.“ Gerade deshalb wird beim Zeichnen schrittweise vorzugehen und besonders darauf zu sehen sein, dafs namentlich im Anfang der Übungen die Zeichnung im Anschlufs an den Körper diesen stückweise graphisch übersetzt, indem alle Schüler gleichzeitig das am Modell vom Lehrer entweder selbst oder von einem der nächstsitzenden Schüler mit dem Zeigestab gezeigte und vom Lehrer freihändig, ohne zeitraubende Linealanwendung an der Wandtafel Entworfene in ihrem Tagebuch mitzeichnen. Es wird also nicht die vollendete Zeichnung vom Schüler kopiert, sondern Stück für Stück sieht er dieselbe vor seinem Auge entstehen und baut sie sich selber von neuem auf seinem Blatte zusammen. Hierbei überzeuge sich der Lehrer nach Beendigung der Vorzeichnung eines Oktanten durch schnellen Überblick, dafs alle Schüler, am besten ebenfalls freihändig, mit Graphit- oder Buntstift und ohne Zirkel nach Augenmafs zeichnend, nachgekommen sind. Erst dann wird weitergegangen. Die Fortsetzung der mit geeigneter Buchstabenbezeichnung versehenen Zeichnung läfst sich Verfasser oft namentlich auch von schwächeren Schülern in die Hand diktieren, um einerseits das allseitige Mitarbeiten und das frischgewonnene Verständnis zu kontrollieren und um andererseits die Schüler an sprachlich und logisch richtige mündliche Ausdrucksweise zu gewöhnen. Die Ausführung der übrigen Oktanten überläfst der Verfasser unter seiner und der ganzen Klasse Mitaufsicht gern den befähigteren, mit ihrer Zeichnung schon fertigen Schülern, während er selbst hier und da eingreifend die übrigen Zeichner überwacht. —

Um gleichartige und nicht zusammengehörige Linien deutlich zu unterscheiden, wird bei der in möglichst grofsem Mafsstabe (von mindestens 50—60 cm Körperdurchmesser) an der Wandtafel auszuführenden Zeichnung mit verschiedenfarbigen Kreiden gearbeitet; so wird das zumeist als Ausgangspunkt, als Skelett des Ganzen dienende Achsenkreuz stets mit roter Kreide, die Hilfslinien mit gelber, grüner, blauer Kreide angelegt, und nach Feststellung der durch kleine Kreislinien gekennzeichneten Schnittpunkte die endgültig erhaltene Kantenzeichnung durch starke weifse Kreidestriche sogleich festgelegt.

Um dem Schüler Muster der anzufertigenden Zeichnungen vor Augen zu führen, hat der Verfasser die *F.* 1 bis 12, 17, 21 bis 24 und *F.* 29 bis 40 in dem sehr grofsen Mafsstabe von etwa $^1/_2$ Meter Körperdurchmesser auf dextrinierte Leinwand oder auf Papier gezeichnet und farbig getuscht und dieselben zur Ermöglichung steter Wiederholung in der Unterrichtsklasse an der Wand beständig aufgehängt, oder hinter den Glasscheiben der Sammlungsschrankthüren angebracht. In gleicher Weise sind von Schülern in grofser Anzahl gestiftete Musterzeichnungen beständiger Betrachtung und schneller Verwendung im Unterricht zugänglich gemacht.

Nach den in der Schule freihändig und schnell hingeworfenen Bleistiftskizzen führt der Schüler dann die Zeichnungen in so grofsem Mafsstabe, am besten auf jede Seite des Zeichenheftes eine einzige Figur, aus, dafs der Körperdurchmesser mindestens 10 cm mifst. Bei geringer Körpergröfse z. B. bei der in beiliegenden Buntdruckfiguren eingehaltenen Gröfse von meist 42 mm würde zunächst das Auge einer Überanstrengung ausgesetzt sein und aufserdem für den Anfänger die Zeichnung bedeutend erschwert werden, da ein geringer Fehler bei Schnittpunktbestimmungen u. s. w. sich dann wesentlich folgenschwerer geltend macht.

Nach Ausführung der Umrifs- und Kantennetzzeichnung in feinen Bleistiftlinien werden die Flächen farbig getuscht oder mit Buntstift ausgemalt und dann am besten mit schwarzer Tusche die endgültigen Kantenlinien der Vorderseite stark und stetig ausgezogen, diejenigen der Rückseite schwächer punktiert oder gestrichelt. Die anfänglich erklärliche Ungeschicklichkeit in der Strichführung u. s. w. wird sich mit zunehmender Übung sehr bald heben, da dem Schüler die Herstellung sauberer Zeichnungen und Tuschungen bald Selbstbedürfnis und Ehrensache wird. Gezwungen wird und darf Niemand werden zur Ausführung der Zeichnungen; Verfasser kann aber mit wirklicher Freude versichern, dafs selbst die Ungeschicktesten sich immer redlich bemüht haben, ihren Kräften gemäfs ganz leidlich mitzuarbeiten, namentlich wenn die Freude in Aussicht gestellt wird, dafs die Zeichnungen bei Gelegenheit der öffentlichen Osterprüfungen auch neben den Freihand- und geometrischen Zeichnungen öffentlich ausgestellt werden sollen. —

Ehe zur näheren Angabe der Zeichnungsmethode bei den einzelnen Körpern verschritten wird, möge vorweg bemerkt werden, dafs die Zeichnungen sämtlich vom Verfasser unter Zugrunde-

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

legnng eines Achsenkreuzes, dessen Halbachsen 3.7 mm = 21 mm messen, neu konstruiert sind. Für die vorzüglich ausgeführte, mühevolle Übertragung derselben auf den Stein sei dem Lithographen der Zückler'schen Druckerei, Herrn *Grundmann*, hiermit auch öffentlich die vollste Anerkennung und besonderer Dank ausgesprochen. Lediglich um die Herstellungskosten der Figurentafeln nicht noch mehr zu belasten, ist das am besten rot zu zeichnende Achsenkreuz stets gestricheltpunktiert, sind ferner die Konstruktionslinien nicht mehrfarbig sondern als ganz fein ausgezogene beziehentlich feinpunktierte Linien wiedergegeben und sind endlich nnr drei Farbentöne (lichtgrün, dunkelgrün, rot) verwendet, während der Schüler jedem neuen Regulär-Körper am besten einen neuen Farbenton geben kann. — Der den meisten Körperzeichnungen gegebene bläulichgrüne Grundton soll erinnern an die bei dickeren Glas-Massen wahrzunehmende Farbe, die dunklere grüne Farbe soll andeuten, dafs der damit versehene Körper als innerer Glaskörper dem hellgrünen äufseren eingeschrieben zu denken ist. Bei der Konstruktion der Halbflächner aus dem Vollflächner sind die wachsenden Flächen durchgehends in hellerem, die schwindenden in dunklerem (meist grauem) Farbentone angelegt.

Mit einer gewissen Genugthuung darf der Verfasser als Zustimmung zu dem vorliegenden Versuch, — die Pflege körperlichen Zeichnens und namentlich verschiedenfarbiger Kombinationszeichnungen auch für die Schulpraxis zu empfehlen —, hier die folgende, in *Naumann's* Lehrbuch der reinen und angewandten Krystallographie 1830. Bd. II. S. 395 stehende Anmerkung einschalten, welche ihm erst in letzter Zeit zu Gesicht gekommen ist: „*Beudant* soll sich in seinen Vorlesungen bei Erläuterung der Kombinationsgesetze grofser kolorierter Zeichnungen bedienen, in welchen alle zu einer und derselben Gestalt gehörigen Flächen eine und dieselbe Farbe tragen, was allerdings für Demonstrationen vom Katheder herab sehr zweckmäfsig, und auch schon früher zur Veranschaulichung der Übergänge tesseraler und anderer Kombinationen von *Jassoy* versucht worden ist".

Das Zeichnen nach den Modellen. — Das Achsen-Kreuz der tesseralen Formen. Figur 1. Die drei gleichen und auf einander senkrecht stehenden Achsen werden wie in der krystallographischen Körperaufstellung so auch in der Zeichnung stets so dargestellt, dafs die eine als Hauptachse lotrecht, die zweite als Querachse dem Beschauer parallel und wagerecht verläuft und die dritte als Längsachse auf den Beschauer zuläuft. Die Endpunkte dieser drei gleichen Achsen seien durchweg auch da, wo sie nicht besonders der Figur eingezeichnet sind, in sämtlichen Figuren bezeichnet mit o (oben), u (unten), l (links), r (rechts), v (vorn), h (hinten) und der Durchkreuzungs- oder Mittelpunkt mit c. — Bei der hier in Anwendung kommenden schrägen Parallelperspektive werden die Hauptachse ou und die Querachse lr stets unverkürzt, unter rechtem Winkel sich in c schneidend gezeichnet; die Längsachse vh aber wird, insofern das Auge nicht in ihrer Verlängerung sondern etwas über der von vh und lr gebildeten Horizontalebene und etwas rechts von v in grofser Entfernung von der Mitte c gedacht wird, stets auf ein Drittel der wirklichen Achsenlänge verkürzt und stets unter einem bestimmten „Übereinkunftswinkel" gegen die Querachse geneigt dargestellt. Dieser Neigungswinkel der vh Achse gegen die lr Achse werde willkürlich aber ein für allemal derart festgesetzt, dafs man die Halbachse cl in drei gleiche Teile teilt, (oder noch besser von c aus drei gleiche Teile bis l abträgt), über dem bei l anliegenden Drittel ld als Basis nach unten ein gleichseitiges Dreieck lde konstruiert und die Spitze e dieses Dreiecks mit c verbindet; trägt man noch von c aus auf ce die Strecke $\frac{cl}{3} = cf = cv = ch$ nach vorn und hinten ab, so ist die Zeichnung des Achsenkreuzes beendet.

M. 1 und M. 15 des Achtflächners oder Oktaëders = O zeigen unmittelbar, dafs jede Fläche z. B. die ovr des oberen, vorderen und rechten Oktanten auf den drei Achsen die drei gleichen Abschnitte oder Parameter co, cv und cr abschneidet, dem Achtflächner also, wenn man die Halbachse durchweg mit a bezeichnet, das Parameterverhältnis $(co:cv:cr) = (a:a:a)$ zukommt. Man zeichnet denselben also in **F. 2** durch Verbinden der nach $F.1$ erhaltenen Punkte o, u, l, r, v, h unter sich durch Gerade; die rückseitigen, eigentlich unsichtbaren, bei Annahme eines Glaskörpers aber durchscheinenden Kanten zind stets schwächer und punktiert gezeichnet.

Aus **M. 36a, 10 und 11** ist leicht zu zeigen, dafs einer Fläche des **Würfels** oder **Hexaëders** das Parameterverhältnis $(a:\infty a:\infty a)$, also dem Körper selber das Symbol $\infty O \infty$ zukommen mufs. Die vorderen und hinteren, senkrecht und quer verlaufenden Kanten zeigen sich unverkürzt, die der Längsachse vh parallel laufenden auf ein Drittel ihrer wahren Länge verkürzt. Man

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

zeichne also in **F. 3** die vordere Quadratfläche $mpkq$ in ihrer wahren Gröfse, teile die obere Seite mp in drei gleiche Teile, errichte unter dem Drittel mn das gleichseitige Dreieck mns, verlängere die Verbindungslinie sp über p hinaus und mache $pt = mn = \frac{1}{3}\, mp$; zieht man dann durch die Ecken des Quadrats nach hinten noch Parallelen zu st und macht diese gleich pt, dann sind damit auch die 4 Ecken der Rückseite bestimmt, deren Verbindungslinien senkrecht und wagerecht wie die Kanten der Vorderfläche laufen müssen. Nach Modell 36a findet man die Lage und Länge der 3 Würfelachsen als Verbindungslinien der Diagonalenschnittpunkte je zweier gegenüberliegenden Würfelflächen, wie es *F.* 3 darstellt.

Das Wesen der **Kombinationen** von **Oktaëder** und **Würfel** als Produkte der Einschliefsung, Umschliefsung und Durchdringung wird erläutert durch die **M. 10, 16, 17 und 18.** Nähern sich die Würfelflächen des *M.* 10 bei paralleler Verschiebung dem Mittelpunkte, wie es in *M.* 18 ausgeführt ist, so schneiden sie die Oktaëderecken weg, indem sie auch von den 4 Kanten derselben gleiche Stücke wegschneiden. Die Kombination von **Oktaëder mit Würfel = O. ∞O∞** wird in **F. 5.** also derart gezeichnet, dafs man alle hier fein ausgezogenen, vom Schüler besser farbig, etwa blau, auszuziehenden Oktaëderkanten z. B. in 4 gleiche Teile teilt und von den vier einer Oktaëderecke naheliegenden Viertelpunkten je zwei benachbarte verbindet. Die neuentstehenden Quadratseiten müssen den gegenüberliegenden Kanten der betreffenden Oktaëderfläche stets parallel laufen.

Die **Gleichgewichtsform** von **Oktaëder** und **Würfel,** das **Kubooktaëder,** kann entweder nach **M. 17** durch fortgesetzte Verbindung von je drei benachbarten Oktaëderkantenmitten gezeichnet werden oder auch, wie in **M. 18** die links, oben, vorn aufgeklebten bunten Streifen andeuten und wie **F. 6** zeigt, durch Verbindung aller benachbarter Würfelkantenmitten untereinander.

Die Entstehung der **Kombination des Würfels** mit dem **Oktaëder:** $\infty\, O\, \infty\, .\, O$ erklärt sich aus **M. 16** und **M. 18.** In letzterem schneidet links, oben, vorn eine durch aufgeklebte Papierstreifen dargestellte Oktaëderfläche die Würfelecken ab in $^1/_4$ der Kantenlänge. In *M.* 16 dagegen stumpft jede schwarze Oktaëderfläche vom eingeschlossenen Würfel die Ecken in $^1/_3$ der Kantenlängen ab. **F. 7** giebt letzteres wieder durch Verbindung der einer Würfelecke zunächst gelegenen drei Drittelpunkte der Würfelkanten.

Der **Rhombenzwölfflächner** oder das **Rhombendodekaëder : ∞ O** ergiebt, wie **M. 5** und **6** und noch augenfälliger das Hilfsmodell **M. 25** zeigt, für jede Fläche das Parameterverhältnis $(a : a : \infty\, a)$. Die vier am oberen und die vier am untern Ende der Hauptachse gelegenen Rhombenflächen bilden in *M.* 25 bei gehöriger Erweiterung eine Doppelpyramide (= Pyramide zweiter Ordnung des quadratischen Systems), deren in der Horizontalebene ein Quadrat bildende (rot bezeichnete) Basiskanten paarweise der Querachse lr und der Längsachse vh parallel liegen; die vier noch übrigen, senkrecht stehenden, die Nebenachsenenden verbindenden Rhombenflächen schneiden die vier nach der oberen und ebenso die vier nach der unteren Pyramidenspitze laufenden Polkanten gerade in deren Mitte, wie durch Augenschein an den eingezogenen Fäden unmittelbar abgelesen werden kann. Daraus folgt bei gegebenem Achsenkreuz ohne weiteres die folgende I. Konstruktion des Rhombendodekaëders: Man ziehe in **F. 8** durch v und h Parallelen zu lr, durch l und r Parallelen zu vh; die Verbindungslinien der Ecken des hierdurch gebildeten horizontalen Quadrates $mnpq$ mit den Punkten o und u geben dann die Lage der oberen und unteren vier Dodekaëderkanten an. Man erhält dann durch Halbieren dieser 8 Polkanten und durch Verbinden dieser Mitten, z. B. der Mitte von on mit v und mit r, d. h. mit den benachbarten Enden der Längs- und Querachse, das Dodekaëder.

II. Konstruktion des Rhombenzwölfflächners: **M. 6** lehrt, dafs die kleinen Diagonalen der Rhombenflächen die Kanten eines dem Dodekaëder eingeschriebenen Würfels bilden, dessen Flächen die Dodekaëder-Halbachsen halbieren. Daraus ergiebt sich die Konstruktion **F. 4:** Man verlängere die Halbachsen eines Würfels von dessen Krystallmitte aus um sich selbst und verbinde die 4 Ecken einer jeden Würfelfläche mit dem über letzterer neukonstruierten Achsenendpunkt.

Kombinationen des **Granatoëders** mit dem **Oktaëder** und dem **Würfel: F. 9, 10, 11, 12** und **M. 6, 19. 20, 25.** Aus *M.* 6 und *M.* 25 lesen wir durch Augenschein heraus, dafs die durch schwarze innere Seidenfäden dargestellten grofsen Rhombendiagonalen die Kanten des eingeschriebenen Oktaëders, aber die als rote Fäden eingezogenen kleinen Rhombendiagonalen die Kanten des eingeschriebenen Würfels bilden; *M.* 19 und 20 zeigen, wie die Flächen des um-

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

schriebenen Glas-Granatoëders sowohl die Kanten des eingeschriebenen Oktaëders als auch die des Würfels gerade abschneiden. — Die Zeichnung der Kombinationen des Oktaëders mit dem Granatoëder: $O.\infty O$ in *F.* 9, des Würfels mit dem Granatoëder $\infty O\infty.\infty O$ in *F.* 10, des Granatoëders mit dem Würfel und Oktaëder: $\infty O.\infty O\infty.O$ in *F.* 11 und endlich der Gleichgewichtsform der drei Körper in *F.* 12 ergiebt sich ohne Weiteres durch Beachtung der verschiedenfarbigen Kanten und aufgeklebten Streifen in *M.* 19 und 20. Man teile die Granatoëderkanten z. B. in vier gleiche Teile und verbinde in *F.* 9 die den vierkantigen, oktaëdrisch liegenden Ecken zunächst gelegenen Viertelpunkte durch Linien, welche den benachbarten fein ausgezogenen Oktaëderkanten parallel laufen müssen; — in *F.* 10 werden desgleichen die den dreikantigen, hexaëdrischen Granatoëderecken nächstgelegenen Viertelpunkte der Rhombenkanten durch entsprechende, den feingezogenen Würfelkanten parallel verlaufende Linien verbunden; — in *F.* 11 sind die den hexaëdrischen Granatoëderecken naheliegenden Viertel-Teilpunkte durch gleichseitige Dreiecke und die die oktaëdrischen Ecken umlagernden Viertel-Teilpunkte durch quadratische Flächen verbunden, während in *F.* 12 lediglich die benachbarten Halbierungspunkte der Rhombenkanten unter einander verbunden sind. —

Bei der Ausführung vorstehend geschilderter und noch mancher folgender Zeichnungen ist der Schüler darauf aufmerksam zu machen, was wiederum direkt den Modellen oder den Modelllichtdrucken entnommen werden kann, dafs ganz bestimmte Linien, hier z. B. je sechs Rhombenkanten, um den ganzen Körper herum unter sich parallel verlaufen, man also bei baldgelernter Anwendung der Parallelverschiebung von Lineal und Winkel eigentlich nur vier verschiedene Lagen von Flächen, Kanten und Punkten zu beachten und zu entwickeln hat; weiter ist darauf hinzuweisen, dafs jedem Oben, Vorn, Rechts ein analoges Unten, Hinten, Links u. s. w. entspricht, wodurch der Schüler bald die Herrschaft über die Raumverteilung gewinnt und zeitig lernt, das scheinbare Chaos von Linien durch Beachten des vielfachen Parallelismus der Linien zu Achsen oder anderen Hauptlinien der Körper in einige wenige und stets auch gemeinsam zu erledigende Gruppen zu zerfällen. Der Schwächere mag sich dabei begnügen mit der Zeichnung der direkt sichtbaren Vorderseite der Körper, namentlich bei verwickelteren Formen z. B. bei dem Achtundvierzigflächner *F.* 24.

Das Pyramidenoktaëder oder **Triakisoktaëder: 2 O.** Die in **M. 27** einer Fläche des rov Oktanten aus **M. 3** aufgelegte Glasfläche, welche das Wachstum jener Fläche bis zum Schnittpunkt mit der verlängerten Querachse vor Augen führt, ergiebt unmittelbar das Achsenabschnittsverhältnis $(\mathbf{co:cv:cr_2}) = (\mathbf{a:a:2a})$, da die Mitteltransversale und gleichzeitig Mittelhöhe dieses gleichschenkligen Anlegedreiecks direkt nach dem Endpunkt r_2 von $cr_2 = 2a$ verläuft. In der Zeichnung **F. 23** wird die Spitze s der den Oktaëderflächen aufgesetzt zu denkenden dreiseitigen Pyramiden bestimmt als Schnittpunkt je zweier solcher Höhenlinien. Man halbiere z. B. ov in m und rv in n, ziehe mr_2 und no_2, so ist der Schnittpunkt s dieser beiden Strecken die gesuchte, mit o, v und r noch zu verbindende Pyramidenspitze. Das Entsprechende ist in den übrigen 7 Oktanten zu wiederholen, was durch das **Oktantenausschnittmodell 26** sehr erleichtert wird, da dasselbe diesen Höhenlinienverlauf durch rotseidene Fäden andeutet; andere grüne und schwarze Seidenfäden erläutern eine zweite umständlichere, hier nicht weiter zu erklärende Zeichnungsmethode, durch deren gleichzeitige Verkörperung das *M.* 26 leider etwas weniger klar und übersichtlich erscheint.

Der **Pyramidenwürfel** oder das **Tetrakishexaëder** in **M. 8**, mit aufgelegter Parameterbestimmungs-Glasfläche in **M. 32** und dem zugehörigen Oktantenausschnitt olv in **M. 33** liefert das Achsenabschnittsverhältnis $(cv:\infty r:co_2) = (\mathbf{a:\infty a:2a})$, entspricht also dem Symbol $\infty O 2$. — Zum Zwecke der Ableitung der einfachsten Zeichnung entnehmen wir einer sehr leicht an *M.* 33 anzustellenden Betrachtung die Thatsache, dafs die Höhe der vierflächigen (grünkantigen) Pyramiden, welche den Flächen des eingeschriebenen (rotkantigen) Würfels aufgesetzt erscheinen, genau halb so grofs wie die Würfelhalbachse ist. Man zeichne daher in *F.* 16 einen Würfel, verlängere dessen Halbachsen allseitig um deren Hälfte und verbinde die so gefundenen Pyramidenspitzen mit den jedesmaligen, zugehörigen vier Würfelecken. — Verlängert man in **F. 21** die Achsen des in *F.* 16 erhaltenen Pyramidenwürfels um sich selbst und zieht z. B. or_2 und ro_2 oder vo_2 und ov_2 u. s. w., so bilden diese Linien, welche sich in den Mitten p und m u. s. w. der Würfelkanten schneiden müssen, die in *M.* 33 durch schwarze Fäden dargestellten Höhenlinien, welche die Neigung der Pyramidenflächen zu den Achsen angeben. Auch im **Spiegel-**

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

oktanten-M. 34, dem das *M.* 33 eingesetzt ist, erscheinen alle diese einfachen Beziehungen ohne weiteres nach allen Raumausmessungen hin vollkommen klar; im Lichtdruck freilich nur annähernd.

Der **Vierundzwanzigflächner** oder das **Ikositetraëder** in **M. 13**, mit der im lov Oktanten am Punkte o angelegten Bestimmungsfläche in **M. 28** und mit dem genannten Oktantenausschnitt **M. 29** entspricht dem Symbol $2\,O\,2$, da das Parameterverhältnis $(co : cl_2 : cv_2) = (a : 2a : 2a)$ ist. Nach diesem letzteren wird ohne weiteres die Zeichnung aus dem *M.* 29, welches man jedes Mal in die bezügliche Stellung bringt oder dem Spiegeloktanten *M.* 34 einsetzt, um das Achsenkreuz herum ausgeführt. So erhält man in *F.* 22. $'m$ als Schnittpunkt von ov_2 und vo_2, p als Schnittpunkt von ro_2 und or_2, und n als Schnittpuukt von vr_2 und rv_2. Der Schnittpunkt s der Strecken mr_2 und pv_2 giebt die gesuchte dreikantige, hexaëdrische Ecke des Leucitoëders.

Durch die Verlängerung von o_2s über s hinaus bis n wird Punkt n erst genau bestimmt beziehentlich seine Lage kontrolliert, welche sich vorher nur ungenau bestimmen liefs, weil die Strecken vr_2 und rv_2 sich unter sehr spitzem Winkel schneiden. Die ähnliche Konstruktion erfolgt in den übrigen Oktanten.

Die Zeichnung desjenigen **Achtundvierzigflächners** oder **Hexakisoktaëders,** welchem nach **M. 31** und **M. 30** durch die Anlegefläche das Parameterverhältnis $(co : cv_2 : cr_3) = (\mathbf{a : 2a : 3a})$, also das Symbol **3 O 2** zukommt, stimmt, wie ein Vergleich der *M.* 29 und 30 und der *F.* 22 und 24 ergiebt, zunächst ganz überein mit *F.* 22 bis zur Feststellung der Punkte m, n und p. Die Spitze s der sechsflächigen Pyramide dieses rov Oktanten wird aber beim Achtundvierzigflächner in **F. 24** gefunden als Schnittpunkt der Strecken mr_3, pv_3 und no_3. Durch Verbinden von s mit o, v und r wird der eine Oktant fertig gestellt, und ebenso die übrigen. — Beim Ausziehen der Linien wird der Schüler die in *F.* 21, 22, 23, 24 nach $2a$ laufenden fein ausgezogenen Linien entweder ebenfalls ganz fein oder farbig z. B. blau ausführen, zur Unterscheidung hiervon aber die nach $3a$ verlaufenden Kantenverlängerungen wieder anders z. B. mit grüner Tinte ausziehen.

Von den **regulären Halbflächnern** zeichnet man nach **M. 10** und **M. 11** das **Tetraëder** oder den **Vierflächner** sehr einfach in **F. 40**, **F. 13** und **F. 14**, indem man die an einer Würfelecke zusammenstofsenden Diagonalen der drei Würfelflächen auszieht und dies fortsetzt bei den gegenüberliegenden Würfelecken mit Übergehung der jedesmaligen benachbarten drei Ecken. Durch geeignete Verbindung der Würfelachsenenden kann das dem gezeichneten Tetraëder isometrische also ihm eingeschriebene vollflächige Oktaëder direkt eingezeichnet werden wie in *F.* 40.

Verbindet man die in der vorangehenden Konstruktion übergangenen Würfelecken durch die betreffenden Diagonalen, so bilden letztere die Kanten des **Gegentetraëders.** **F. 13** zeigt die derart nach **M. 10** erhaltene einfache Konstruktion des **Zwillingskrystalls aus den beiden Tetraëdern,** dem grau getuschten positiven und dem grün gehaltenen negativen Tetraëder, welche als beiden gemeinsamen Einschlufskrystall das Oktaëder umhüllen. — Teilt man in **F. 14** die Tetraëderkanten z. B. in vier gleiche Teile und verbindet die einer Ecke nächstgelegenen drei Viertelpunkte unter sich, so entsteht die einfache Zeichnung der **Kombination vom Tetraëder mit dem Gegentetraëder** $\frac{O}{2}$-$\frac{O}{2}$. — Teilt man jedoch in **F. 15** die Kanten des Tetraëder-umschliefsenden Würfels in gleiche, z. B. in vier Teile und verbindet die den Tetraëderecken nächstgelegenen Viertelpunkte durch Linien, welche mit den Tetraëderkanten parallel laufen müssen, so entsteht die am chlorsauren Natron sehr schön auftretende **Kombination des Tetraëders mit dem Würfel** $\frac{O}{2} \cdot \infty\, O\, \infty$.

Ernstere Schwierigkeiten bereitet dem Schüler auch nicht die Zeichnung des dem Pyramidenwürfel umschriebenen **Pentagondodekaëders** oder **Fünfeckzwölfflächners,** welcher durch **M. 24** veranschaulicht wird. Er sieht leicht ein, dafs beim Halbflächigwerden des Pyramidenwürfels die Würfeleckpunkte erhalten bleiben und nur die sechs an den sechs Achsenenden sich neubildenden Kanten zu finden sind, welche paarweise parallel zu den Würfelkanten oder Grundlinien der wachsenden gleichschenkligen Dreiecke verlaufen und am Halbflächner die ungleichen (fünften) Seiten der Fünfecke bilden. — Man zeichne dementsprechend, wie es am Kernkörper der **F. 36** in etwas kleinem Mafsstabe für die Vorderseite ausgeführt ist, den Pyramidenwürfel in fein ausgezogenen Linien wie in *F.* 16, verlängere dessen Halbachsen um sich selbst wie in *F.* 21, ziehe wie in letzterer Figur die Höhenlinien ro_2 und lo_2 ebenso ru_2 und lu_2 und ziehe

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

durch o und u Parallelen zur Querachse lr, bis sie diese Höhenlinien treffen, dann ist die zwischen diesen Höhenlinien liegende obere und untere Strecke das gesuchte Kantenpaar. Die Höhenlinien ov_2 und uv_2 auf der Vorderseite, oh_2 und uh_2 auf der Rückseite, schneiden von den durch v und h zu ou gelegten Parallelen das zweite gesuchte Kantenpaar des Pentagondodekaëders ab; das dritte derartige Kantenpaar wird von den durch l und r zu vh gezogenen Parallelen durch die Höhenlinien vl_2 und hl_2 einerseits, vr_2 und hr_2 andrerseits abgeschnitten. Zur Vollendung der Pentagondodekaëderzeichnung verbindet man jeden der beiden Endpunkte dieser sechs paarig gefundenen, ungleichen Kanten mit den darunter gelegenen, nicht veränderten zwei Würfelecken. **F. 36** zeigt diese am Kernkörper aber nur an der Vorderseite ausgeführte Konstruktion des Pentagondodekaëders $\frac{\infty O 2}{2}$; um ein klares Bild des reinen Halbflächners ohne Zusammenhang mit seinem Vollflächner zu geben, ist derselbe durch Parallelverschiebung der Kanten noch einmal in dreifacher Vergröfserung der dunkelgrünen Kernfigur umschrieben und durch hellgrünen Farbenton gekennzeichnet.

Die bisher besprochenen Zeichnungen der regulären Körper werden nach einiger Zeit bei den langsam vom Leichten zum Schwierigeren fortschreitenden Übungen von den meisten Obertertianern ohne erhebliche Schwierigkeiten und gerne gezeichnet. Nur für fortgeschrittenere Schüler jedoch und zur Verwertung als Repetitionsmaterial fügt der Verfasser in den noch nicht berührten Figuren 29 bis 40 der Tafel III. in stark verkleinerter Wiedergabe Zeichnungen ein, die er nur als ein schnell orientierendes Anschauungsmaterial betrachtet wissen will, das in dem naturwissenschaftlichen Lehrzimmer hinter den Glasscheiben der Sammlungsschränke stets zur Anschauung bei Wiederholungen, namentlich in den oberen Klassen, aushängt. Sie haben zum Gegenstand die teilweise schon berührte **Entwicklung der Halbflächner aus dem Vollflächner** in **F. 30, 33, 36, 39** und **40**, und die **Darstellung der den Grenzformen sich nähernden Körper** aus der Entwicklungsreihe der regulären Körper mit veränderlichen Achsenabschnitten in **F. 29, 31, 32, 34, 35, 37** und **38**. Die scharf trennende und auflösende Wirkung der Anwendung verschiedener Farbentöne für verschiedenartige Flächengruppen kommt bei ihnen, noch besser allerdings bei den einen halben Meter Durchmesser besitzenden Originalen, deutlich zur Geltung. Die im verjüngten Mafsstabe und zurücktretend durch feinere Liniengebung als Kern mit allen Hilfslinien (hier nur auf der Vorderseite) ausgeführte Zeichnung wird von der endgültigen Gestalt mit ihren starkausgezogenen, weithin sichtbaren Umrifslinien umhüllt. Nur die Hüllfigur ohne Kernzeichnung ist in *F.* 38 gegeben worden mit Rücksicht auf die Schwierigkeit der lithographischen Wiedergabe des Linienknäuels, welcher durch die starke Verkleinerung zahlreicher nahe beieinanderliegender Linien entstanden sein würde. — Aus den *M.* 21, 22, 23 und 11 und den Oktantenmodellen der zugehörigen Vollflächner ist ohne weiteres ersichtlich, dafs mit dem Wachsen des in den Figuren rötlich gehaltenen rov-Flächenkomplexes über die benachbarten (graugefärbten) Oktanten hinaus auch eine Verlängerung der in *F.* 22 und 23 mit mr_2, no_2, pv_2 und der in *F.* 24 mit mr_3, no_3, pv_3 bezeichneten Kanten über die Punkte m, n und p hinaus verbunden ist; setzt man die ebenso bedingte Verlängerung der im ulv-Oktanten entsprechend liegenden Kanten bis zum Schnittpunkt mit der zugehörigen Verlängerung aus den benachbarten wachsenden Oktanten fort, so ergeben diese Schnittpunkte die den Tetraëder-Ecken entsprechenden Ecken bei dem **Deltoïddodekaëder in F. 30**, bei dem **Pyramidentetraëder** oder **Triakistetraëder** in **F. 33** und bei dem **Hexakistetraëder** in **F. 39**.

Aus dem Verlauf der Kanten in *F.* 33 ergiebt sich noch folgende **vereinfachte Konstruktion des Pyramidentetraëders** $\frac{2\,0\,2}{2}$ **in F. 26:** Man zeichne dem Würfel das Tetraëder $abcd$ ein, verlängere die Halbachsen des Würfels um sich selbst bis o_2, u_2, l_2, r_2, v_2 und h_2 und ziehe ar_2, bv_2, co_2, so ist deren Schnittpunkt s die Spitze der einen dem Tetraëder aufgesetzten Pyramide; ebenso wird die Spitze t der benachbarten Pyramide als Schnittpunkt der Strecken au_2, cl_2 und dv_2 erhalten u. s. w. — Etwas mühsamer und mehr für den geübteren Schüler ist nach **M. 37** die Zeichnung **F. 17** der Kombination des **Rhombendodekaëders ∞ O** mit dem **Ikositetraëder 2 O 2**, wie sie am schwarzen Granaten, dem Melanit, häufig auftritt. Man verbinde an dem Ikositetraëder $2\,O\,2$ z. B. die den dreikantig hexaëdrischen Ecken (z. B. s in *F.* 22) und den vierkantig oktaëdrischen Ecken (z. B. o in *F.* 22) nächstgelegenen Viertel-Teilpunkte der Kanten durch Linien, welche den eingezogen gedachten Verbindungslinien dieser oktaëdrischen und hexaëdrischen Ecken, (also z. B. den Linien so, sv und sr in *F.* 22 für den

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

einen $r o v$ Oktanten) parallel laufen müssen und setze dies um den ganzen Körper (oder nur um dessen Vorderseite) fort.

Das Tetragonale System: Die in **M. 51 bis 56** dargestellte **Entwicklungsreihe** der **Protopyramiden mP** zum **Protoprisma ∞P** mit abschliefsender **basischer Endfläche oP** wird in **F. 18** um einen und denselben Mittelpunkt m gezeichnet, indem man die Hauptachse $c = m o$ der niedrigsten, graugetuschten Grundpyramide $P = (a:a:c)$ einmal, zweimal, dreimal nach oben und nach unten abträgt, dann diese Spitzen der neuen (rötlich- und dunkelgrün getuschten) Pyramiden $2P = (a:a:2c)$, $3P = (a:a:3c)$ mit den unverändert gebliebenen Nebenachsenenden l, r, v, h verbindet und schliefslich durch diese letzteren zur Hauptachse Parallelen von der Länge der gröfsten Pyramidenhöhe nach oben und unten zieht. Zur besseren Klarstellung des Verhältnisses der **Deuteropyramide** und des **Deuteroprismas** zu den Proto-Formen eignet sich das schon anderweit benutzte *M.* 25 und die Zeichnung des Grundrisses oder der Basisebenen in *F.* 27. Die *F.* 19 stellt das Deuteroprisma mit der eingeschlossenen Deuteropyramide dar und wird genau wie die Pyramide $o m n p q u$ in *F.* 8 gezeichnet, indem man nur durch die Ecken m, n, p und q zu der etwas gröfser gewählten Hauptachse Parallelen von deren Länge zieht. — Einfacher zeichnet man das Deuteroprisma zuerst als nach der Hauptachse verlängerten Würfel, halbiert dessen senkrechte Kanten und verbindet die Mittelpunkte unter sich und mit den Hauptachsenenden.

Zur Veranschaulichung der **Ditetragonalen Formen** kann das die Formen des Leucits und des Salmiaks erklärende **M. 36b** und das Oktantenmodell **M. 29** benutzt werden, da der nach letzterem in **F. 22** gezeichnete Oktant $c v n r o_2$ auch ein Oktant einer **ditetragonalen Pyramide** $P2$ ist. Man wiederhole in **F. 41**, aber nur in der horizontalen Basisebene, die Zeichnung der *F.* 22 und verbinde die so erhaltenen Eckpunkte der in Perspektive gelegten ditetragonalen Basis mit den Hauptachsenendpunkten. Parallelen zu der Hauptachse von deren Länge geben die Kanten des (hellgrünen) umschriebenen **Ditetragonalen Prismas** $\infty P 2$. — **F. 27** giebt Aufschlufs über die Entwicklung der Protopyramiden P (grau) durch die zwei ditetragonalen Pyramiden $P2$ (dunkelgrün), $P3$ (hellgrün) hindurch bis zur Deuteropyramide (rötlich) durch die Darstellung der Lage der betreffenden Basiskanten zu den Nebenachsen.

Der Halbflächner der tetragonalen Pyramide: Das **Tetragonale Tetraëder** oder **Sphenoïd** $P/_2$ ist nach **M. 44** in **F. 20** mit seinem eingeschlossenen Vollflächner ebenso ans den Diagonalen des Deuteroprismas gezeichnet, wie das reguläre Tetraëder aus den Würfeldiagonalen (s. oben).

Hexagonales System: Zur **Konstruktion des Achsenkreuzes** ist zunächst aus dem **Grundrifs der Proto-** (grau), **Dihexagonalen-** (hellgrün) und der **Deuteropyramiden** (rot) in **F. 28** zu ersehen, dafs bei der schiefwinkligen Neigung der beiden Nebenachsen $b f$ und $d g$ zu der dritten, querlaufenden Nebenachse $a e$ die ersteren nicht direkt, sondern indirekt als die Verbindungslinien der Endpunkte b und f, d und g derjenigen Höhenlinien $b g$ und $d f$ gefunden werden müssen, welche in den Mitten m und k auf den Halbachsen $a c$ und $c e$ der Querachse senkrecht stehen und der in c auf $a e$ errichteten Senkrechten $v h$ parallel gehen. In der Aufrifszeichnung **F. 43** ist also die Querachse gleich $a e$ aus *F.* 28 zu machen, durch deren Mitte c unter dem üblichen Übereinkunftswinkel schwach punktiert eine (in Wirklichkeit der Senkrechten $v h$ aus *F.* 28 entsprechende) Hilfslinie als Richtungslinie aller auf der Querachse senkrechten Linien zu legen, durch die Mitten m und k der Halbachsen $a c$ und $c e$ zu dieser Richtungslinie Parallelen zu ziehen und auf diesen von m und k aus nach vorn und nach hinten $\frac{1}{3}$ der Höhe $m b$ aus *F.* 28 abzuschneiden bis b und g linkerseits, bis d und f rechterseits. Durch Verbinden von b mit f und von d mit g erhält man die gewünschte perspektivische Zeichnung der zweiten und dritten Nebenachse $b f$ und $d g$. —

Die Zeichnungen der **Pyramiden** und **Prismen** der **Protoreihe**, der **Dihexagonalen-** und **Deuteroreihen** sind in **F. 43, 44, 45** durch Übertragung der in *F.* 28 gegebenen Grundrisse in schiefe Parallelperspektive ohne weiteres verständlich. —

Das **Rhomboëder** ist in **M. 39** der hexagonalen Protopyramide umschrieben; in **M. 38** ist das gleichgrofse Rhomboëder kappenartig oben und unten eingehüllt von zwei abnehmbaren dreiseitigen Glaspyramiden, welche aus der sechsflächigen Pyramide über und unter der Basisebene durch das abwechselnde Wachsen und Verschwinden be-

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

nachbarter Flächen entstehen. Man zeichne dementsprechend in **F. 42** über und unter der hexagonalen Basisebene $abcdef$ die Protopyramide, indem man die Hauptachse gleich $2 . \frac{4}{5}$ der Nebenachse a macht, wie es dem Verhältnis bei dem spitzen Rhomboëder des Kalkspaths annähernd entspricht. Durch abwechselndes Wachsen und Schwinden der Pyramidenflächen, (wobei zu beachten ist, dafs $bg = bc = ch$; $ag = af = fi$; $de = dh = ei$ sein mufs u. s. w.) wachsen in der Basisebene z. B. die Basiskanten bc, de und fa nach beiden Seiten zur gleichseitigen Basis ghi der oberen Pyramide $ghio$ aus; ebenso entsteht unter der Basisebene die um 60^0 gegen die obere verschobene Pyramide $klmu$. Hierdurch ist die Lage der drei oberen und der drei unteren Polkanten des Rhomboëders gefunden; die Lage und Länge der sechs zickzackartig verlaufenden Mittelkanten ergiebt sich, wenn man durch c und f Parallelen zu og oder ul, durch b und e Parallelen zu oh oder um und endlich durch a und d Parallelen zu oi oder uk zieht, jedesmal bis zum Schnittpunkt mit den betreffenden Polkanten wie es *F.* 42 zeigt. Dem geübteren Zeichner genügt die Konstruktion einer Pyramide z. B. $ghio$.

Das **Skalenoëder** in **F. 25** wird nach **M. 40** am einfachsten gezeichnet, indem man wie in *F.* 42 zunächst „das Rhomboëder der Mittelkanten", aber mit nur halb so grofser Hauptachse, also $c = \frac{4}{5} a$ zeichnet, dann dessen Hauptachse nach oben und unten z. B. noch zweimal abträgt und die neuerhaltenen Achsenendpunkte mit den Mittelecken des eingeschriebenen (dunkelgrünen) Rhomboëders verbindet.

Rhombisches, Monoklines und **Triklines System.** Unter der Annahme, dafs die in **M. 51** bis **56** dargestellten Formen nicht quadratische, sondern rhombische Basis haben, läfst sich die Entwicklung der **Haupt- (oder Proto-) Pyramidenreihe** von der basischen Endfläche an bis zum **Hauptprisma** ohne weiteres erklären und in **F. 46** durch die (graue) Grundpyramide $P = (a : b : c)$, die rote Hauptpyramide $2P = (a : b : 2c)$, die dunkelgrüne Hauptpyramide $3P = (a : b : 3c)$ und das lichtgrüne Prisma $\infty P = (a : b : \infty c)$ mit der abschliefsenden basischen Endfläche OP darstellen. Hierbei wird die gröfsere Nebenachse, die Makroachse, **„a"** stets als Querachse gezeichnet und etwas länger gemacht, als die dreifache Länge der kleineren, (in Wahrheit senkrecht nach vorn) unter dem üblichen Neigungswinkel schräg verlaufenden Längsachse oder Brachyachse, welche aus mnemotechnischen Gründen mit „b" bezeichnet wird.

Wird das Unterlagsbrett mit den *M.* 51 bis 56 senkrecht gestellt, sodafs die bisherigen Hauptachsen wagerecht und entweder dem Beschauer parallel oder auf ihn zulaufend gehalten werden, so wird damit ohne weiteres die Entwicklung der Grundpyramide zu den Quer- oder Makropyramiden bis zur Grenzform des Quer- oder Makrodomas einerseits oder zu den Längs- oder Brachy-Pyramiden beziehentlich -Domen andererseits veranschaulicht. In **F. 47** ist diese **Entwicklung der Querpyramiden zu dem Querdoma** graphisch dargestellt durch die Verlängerung der Querachse a der Grundpyramide bis zu $2a$ und $3a$ nach links und rechts und durch ein wagerecht liegendes, der Querachse parallel verlaufendes Prisma. Gezeichnet sind also die Querpyramiden $P = (a : b : c)$, $\bar{P}2 = (2a : b : c)$, $\bar{P}3 = (3a : b : c)$ und das Querdoma $\bar{P}\infty = (\infty a : b : c)$. — In **F. 48** ist dieselbe Entwicklung für die Längs- oder Brachyachse durchgeführt durch Darstellung der Längspyramiden $\breve{P}2 = (a : 2b : c)$, $\breve{P}3 = (a : 3b : c)$, welche übergehen in die Grenzform des Längs- oder Brachydomas $\breve{P}\infty = (a : \infty b : c)$.

Die **Entwicklung** der **Querdomen** zur **Querfläche** (= dem **Makropinakoïd**) ist in **F. 49** in Anlehnung an die betreffenden Parameterverhältnisse dargestellt durch Verlängern der Hauptachse c und dadurch bedingtes Steilerwerden der Querdomen. Gezeichnet sind das graue Grunddoma $\bar{P}\infty = (\infty\ a : b : c)$; das dunkelgrüne steilere Querdoma $2\bar{P}\infty = (\infty a : b : 2c)$, das hellgrüne steilste Querdoma $3\bar{P}\infty = (\infty a : b : 3c)$ und das rote Querflächenpaar oder Makropinakoïd $\infty\bar{P}\infty = (\infty a : b : \infty c)$.

F. 50 giebt die Zeichnung der entsprechenden **Entwicklung** der **Längsdomen** zu dem **Längsflächenpaar** oder **Brachypinakoïd;** um das entsprechende Achsenkreuz sind konstruiert das graue Grund-Längsdoma $\breve{P}\infty = (a : \infty b : c)$, das dunkelgrüne steilere Längsdoma $2\breve{P}\infty = (a : \infty b : 2c)$, das hellgrüne steilste Längsdoma $3\breve{P}\infty = (a : \infty b : 3c)$ und als Grenzform das rote Längsflächenpaar oder Brachypinakoïd $\infty\breve{P}\infty = (a : \infty b : \infty c)$.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Die für das rhombische System gegebenen Figuren wiederholen sich sämtlich im monoklinen und triklinen System unter Zugrundelegung sowohl eines monoklinischen Achsenkreuzes, bei welchem die Längsachse gegen die Querachse unter etwas gröfserem Winkel geneigt gezeichnet wird, als auch eines triklinischen Achsenkreuzes, bei welchem aufserdem auch die Querachse die Hauptachse nicht mehr senkrecht rechtwinklig schneidend, sondern etwas von dieser Richtung abweichend dargestellt wird. Es ist daher von einer Zeichnung derartiger Formen hier abgesehen worden und nur zum Schlufs noch in **F. 51** die **Tetartoëdrie des triklinen Systems** als ein Zerfallen der triklinen Pyramide in vier einzeln auftretende und verschiedenfarbig gekennzeichnete Flächenpaare zur Darstellung gebracht durch Nebenstellung der vier entstehenden Viertelpyramiden-Flächenpaare neben die volle trikline Grundpyramide, wobei das Achsenkreuz der Viertelpyramiden nur halb so grofs als das der vollflächigen Grundpyramide gewählt worden ist. — [Das *M.* 43, bei welchem dieser Zerfall der triklinen Pyramide in vier Viertelpyramiden durch Aufkleben von vier verschiedengefärbten Papierflächen angedeutet ist, mufste aus Mangel an Platz nachträglich auf der Lichtdrucktafel fortgelassen werden; es ist ein verschiedenfarbig beklebtes *M.* 50].

Schlufsbemerkung.

Demjenigen Leser, welcher bei oberflächlicher Betrachtung der vielen und scheinbar so verwickelten Figuren und Modellbilder kopfschüttelnd fragt, — „woher soll die Zeit zur Erledigung dieses umfangreichen Lehrstoffes gewonnen werden, und wie soll dabei die Klippe der Überbürdung vermieden werden?“ — diene kurz das Folgende als Antwort. Da, wie im obigen ausgeführt, jeder Schüler zeichnend sieht und sehend zeichnet, also gleich in der Unterrichtsstunde die vom Lehrer an der Wandtafel vorgezeichnete, stückweise entstehende Figur sofort mitzuzeichnen hat, ohne Rücksicht auf peinlich genaue Ausführung, sondern mehr in flotter freihändig entworfener Skizze, so kommt, sobald man sich mit diesen Zeichnungsentwürfen begnügt, ein eigentlicher Zeitaufwand und Zeitverlust kaum in Frage. Die saubere häusliche Ausführung mit Beschränkung auf Bleistift und Buntstift ist ebenfalls wenig zeitraubend. Die allerdings sehr wünschenswerte Ausführung mit der Reifsfeder und mit Tusche wird aber dem freien Willen des Schülers ganz und gar anheimgestellt zur Vollendung in Mufse- und Freistunden namentlich für die lange, beschäftigungslose Ferienzeit, sodafs auch in dieser Beziehung von einer Überbürdung kaum die Rede sein kann. Nach den bisherigen Erfahrungen des Verfassers haben trotz dessen diesbezüglicher Abwiegelung und ohne dessen geringste Beeinflussung sogar zahlreiche Schüler durch selbständiges Sichvertiefen in den anziehenden Gegenstand, dessen Bemeisterung ihnen zu einer Lieblingsbeschäftigung geworden war, weit mehr Stoff durch eigenes Nachdenken verarbeitet, als vom Lehrer dargeboten war, welcher Umstand der Pflege des vorliegenden Unterrichtsgegenstandes ebenfalls nicht den Stempel der lästigen Überbürdung, sondern vielmehr einer angenehmen Erholung aufzudrücken geeignet erscheint. Der Verfasser kann ganz und gar den schon eingangs berührten Ausführungen des Dir. *Holzmüller* beistimmen, „dafs der Schüler, wenn er eine schwierige Aufgabe vollendet hat, sich gefördert sieht und darin Befriedigung fühlt. Wenn aber an einer Anstalt eine oder zwei wöchentliche Stunden dem Linearzeichnen gewidmet werden können, so wird der Lehrer des Zeichnens, wenn er nicht zugleich der Mathematiker ist, leicht bewogen werden können, die saubere Ausführung der stereometrischen Zeichnungen in seinen Stunden zuzulassen. Ein solches Ineinandergreifen der einzelnen Lehrfächer ist durchaus möglich und entspricht weit mehr dem Begriffe des Organismus, den die Schule darstellen soll, als das fremde Nebeneinanderstehen der Lehrfächer.“ — Zum Schlufs kann der Verfasser nicht energisch genug die Unterstellung von sich weisen, als ob er etwa der Ansicht wäre, dafs nun alle gebotenen Zeichnungen eine nach der anderen angefertigt werden sollten. Nur der begreiflichen Absicht, eine einigermafsen abgerundete, systematische Zusammenstellung zum schulkrystallographischen Zeichenunterricht

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

sich eignender Zeichnungen darzubieten, verdanken mehrere Figuren ihre Anführung auf den Tafeln. Der weisen Einsicht eines jeden Pädagogen mufs es überlassen bleiben, aus der systematisch bedingten Fülle des Gebotenen eine richtige, der jeweiligen Verständniskraft des Schülers entsprechende Auswahl zu treffen.

Dr. A. Noellner.

Berichtigung: In Fig. 29 auf der Buntdrucktafel III. müssen die fein ausgezogenen Konstruktionslinien des Kernkörpers, welche vom Lithographen nach der doppelten Entfernung der Achsen desselben gezogen sind, nur nach der $1^1/_2$fachen Entfernung der Achsen verlaufen.

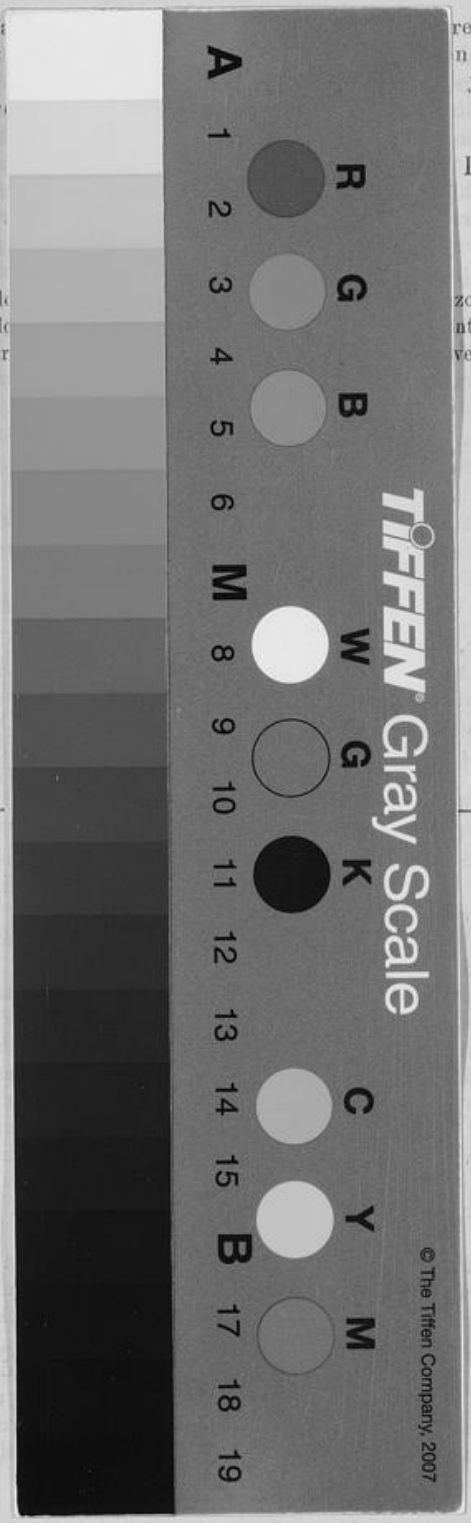
— Alle Rechte vorbehalten. —

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

sich eignender Zeichnungen da re Anführung auf den Tafeln. Der weisen Einsicht eines n bleiben, aus der systematisch bedingten Fülle jeweiligen Verständniskraft des Schülers entspr

Dr. **A. Noellner.**

Berichtigung: In Fig. 29 auf d zogenen Konstruktionslinien des Kernkörpers, wel ntfernung der Achsen desselben gezogen sind, nur verlaufen.



Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf