Über die täglichen regelmässigen Schwankungen des Barometers und ihren Zusammenhang mit dem Kreislaufe der Luft um den Erdball.

Von
Dr. Ernst Korselt.

ZITTAU
Druck von Reinhold Mönch
1914.

Beilage zum Jahresbericht 1914
des Kgl. Realgymnasiums Zittau

1914. Progr.-Nr. 813.

Über die täglichen regelmässigen Schwankungen des Barometers und ihren Zusammenhang mit dem Kreislaufe der Luft um den Erdball.

A. Die Haupterscheinungen und die Versuche, sie zu erklären.

Wenn man in tropischen Ländern den Stand des Barometers für den Lauf eines Tages verfolgt, so zeigt sich, dass dasselbe regelmässig von früh 10 Uhr bis nachmittags gegen 4 Uhr fällt, dann bis abends 10 Uhr steigt, von da bis früh 4 Uhr wieder fällt, um bis früh 10 Uhr seinen ursprünglichen Stand wieder zu erreichen. Die Schwankung umfasst nicht weniger als 2 bis 3,5 mm und vollzieht sich mit solcher Regelmässigkeit, dass man, wie Humboldt sagt, die Zeit aus der Höhe der Quecksilbersäule bis auf 15—17 Minuten genau bestimmen könnte. Selbst heftige Gewitterstürme und Regengüsse vermögen nur geringen Einfluss auf den Verlauf auszuüben. Eine solche Oszillation des Barometers ist auch in mittleren Breiten vorhanden; nur ist dieselbe bei weitem nicht mehr so augenfällig, da sie von viel geringerer Grösse ist und um so weniger bemerkt werden kann, als die unperiodischen, mit dem Wechsel des Wetters zusammenhängenden Schwankungen des Barometerstandes hier bedeutend überwiegen. Auch zeigt sich, dass sich der Charakter der Schwankung mit der Jahreszeit in dem Sinne ändert, dass im Sommer die Zeit zwischen Morgenmaximum und Nachmittagsminimum mehr als 6 Stunden beträgt und die Nachtschwankung zurücktritt, während im Winter die Tagschwankung nach Grösse und Dauer geringer ist und Andeutungen für ein drittes nach Mitternacht eintretendes Maximum und Minimum vorhanden sind. Nur zu den Tag- und Nachtgleichen nimmt die Gesamtschwankung den normalen Verlauf wie in den Tropen. Auf hohen Bergen ist die tägliche Schwankung des Barometers geringer, und zwar entsprechend dem Luftdruck; zu gleicher Zeit findet hier aber eine Verschiebung des Vormittagsmaximums nach Mittag zu und über Mittag hinaus statt, die um so grösser ist, je weiter die betreffende Gipfelstation nach den Polen zu liegt. Selbst für die Polarregionen ist eine regelmässige Variation des Barometers noch deutlich nachweisbar, wenn man die zufälligen, unperiodischen Schwankungen durch Mittelwertbildung aus grösseren Zeitabschnitten eliminiert; an Stelle zweier Maxima und Minima tritt hier jedoch mit zunehmender Breite mehr und mehr eine einfache Oszillation mit nur einem Maximum und einem Minimum.

Obwohl man die ganze Erscheinung der täglichen Barometerschwankung nun schon seit zwei Jahrhunderten kennt, so hat es doch noch nicht gelingen wollen, eine einigermassen einwurfsfreie Erklärung derselben zu finden; ja, es haben sich die Schwierigkeiten für eine solche scheinbar gehäuft, je mehr man die Einzelheiten der Erscheinung durch Anstellung von Untersuchungen über den ganzen Erdball studierte. Im ganzen stimmen die bisherigen Erklärungsversuche in dem Gedanken überein, dass die tägliche Wärmeeinstrahlung eine Hauptursache der Schwankung des Barometers sei; die Ansichten gehen nur auseinander über die Art, wie durch die Wärme jene Wirkung hervorgebracht werden könne. Neben der Wärme hat man freilich auch noch andre unbekannte Ursachen herbeiziehen zu müssen geglaubt. Einige der Erklärungen mögen in ihren Grundgedanken hier Platz finden.

Ramond spricht die Ansicht aus, dass die durch die vormittägige Wärmeeinstrahlung erwärmte Luft sich ausdehne und nach oben abflösse und dass deshalb das Barometer in den ersten Nachmittagstunden, wo dieses Abfliessen stattfände, fallen müsse. Da hierauf von den Seiten her Luft herzuströme

so müsse eine Verdichtung der Luft, also ein Steigen des Barometers, folgen. Die durch die nächtliche Wärmeausstrahlung hervorgerufene Verdünnung der Luft tue jedoch diesem Steigen Einhalt und rufe in der Zeit von 9 Uhr abends bis früh 3 Uhr ein abermaliges Sinken hervor.

Rykatschew wendet mit Recht dagegen ein, dass, da das Minimum der Temperatur nicht schon bald nach Mitternacht, sondern erst um Sonnenaufgang statthat, auch die Luftverdünnung bis dahin andauern müsse, aber nicht schon um 3^h oder 4^h ein erneutes Steigen eintreten könne. Im übrigen bringt auch er das Steigen und Fallen des Barometers mit einer Umlagerung der Luftmassen in Zusammenhang, indem er meint, dass sich durch die Erwärmung der Luft am Tage und ihre Abkühlung während der Nacht Luftströmungen über die ganze Erde ausbildeten von der Art, dass am Tage in den oberen Luftschichten die Luft von West nach Ost und in der Nacht von Ost nach West abflösse.

Dove glaubte die Barometer-Oszillationen durch Zuhilfenahme der täglichen Veränderungen im Dunstdruck erklären zu können, indessen bestätigen die Erfahrungen und Beobachtungen ebensowenig seine Ansichten wie die Rykatschews.

Espy, Kreil, Davies und Blanford vertreten die Ansicht, dass durch eine Art Manometerwirkung der einstrahlenden Wärme abwechselnd Verdichtungen und Verdünnungen in den unteren und den darüber lagernden Luftschichten hervorgerufen werden, die nach Kreil dadurch zustande kommen sollen, dass die auf- und absteigenden Luftströmungen Hindernissen begegnen. Rykatschew lässt solche Hindernisse wohl für absteigende Luftströmungen gelten, weil hier die feste Erdoberfläche ein weiteres Fortbewegen der Luft hindere, kann aber nicht erkennen, wie ein aufsteigender Luftstrom in seinem Fortschreiten gehemmt werden könne. Auch Hann vermag die von Espy, Kreil und Davies vertretene Anschauung nicht als richtige anzusehen.

Der Mailänder Astronom Carlini war der erste, der erkannte, dass der grösste Teil der täglichen Barometerschwankung durch die Summe zweier periodischer Glieder repräsentiert werde, von denen das eine zwei Maxima und Minima im Laufe des Tages hat, das andere aber nur je ein Maximum und Minimum. Jede dieser Perioden habe ihre besondere Ursache; die eine derselben, welche in einem Zyklus von 24 Stunden einmal abläuft, schrieb er einer Wärmewirkung der Sonne auf die Atmosphäre zu, und die andere, doppelt periodische, einer Anziehung der Sonne auf das Luftmeer.

Zu derselben Überzeugung kam später, davon unabhängig, Lamont, der ausserdem zeigte, dass sich in der einmaligen täglichen Oszillation eine merkwürdige Abhängigkeit vom Wechsel der Jahreszeiten sowie vom Witterungscharakter bemerkbar macht und dass die doppelte Schwankung im Gegensatz dazu eine grosse Konstanz bewahrt, die sie als Erscheinung ganz anderer Art charakterisiert. Er ist deshalb geneigt, die letztere als eine elektrische oder magnetische Wirkung anzusehen.

Nachdem so festgestellt war, dass die ganze Luftdruckschwankung rechnerisch in der Hauptsache durch die zwei ersten Glieder der Reihe:

$$\Delta P = a_1 \sin(x + A_1) + a_2 \sin(2x + A_2) + a_3 \sin(3x + A_3) + \ldots\ldots$$

darstellbar war, erschien es ausgeschlossen, diese Darstellungsweise als blosse mathematische Form zu bezeichnen. Hann*) hat sich deshalb der mühevollen, aber höchst verdienstlichen Arbeit unterzogen, das gesamte vorliegende Beobachtungsmaterial mit Hilfe dieser „harmonischen Analyse" zu sichten und hat für mehr als 100 über den Erdball verteilte Orte die harmonischen Konstituenten a_1 a_2 A_1 A_2 beziehentlich für einige auch a_3 und A_3 mitgeteilt. Ohne im ganzen noch bestimmte Ansichten über das Wesen der täglichen Barometer-Oszillationen auszusprechen, hat er doch dabei schon so viel festgestellt, dass die Amplitude a_2 der doppelt-periodischen Schwankung in gewissem Masse von der grösseren oder geringeren Sonnennähe abhängt, dass also vermutlich auch die doppelt-periodische Oszillation ein Effekt der Sonnenstrahlung ist.

Weitere Beiträge zu dieser Frage sind in fast jeder Nummer der Meteorologischen Zeitschrift**) enthalten.

---

*) Hann: Untersuchungen über die tägliche Oszillation des Barometers. Wien 1889. Sep.-Abd. aus dem 55. Bande der Denkschriften der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften.

**) Siehe insbesondere: Met. Zeitschrift. Jahrgang 1898.

Etwas später ist eine gleichzeitig mit der Hannschen unternommene Arbeit von Angot*) in Deutschland bekannt geworden, welche ähnlichen Inhalt hat wie diese und insofern eine wertvolle Ergänzung derselben bildet, als in ihr die Abhängigkeit der harmonischen Konstituenten a_1 und a_2 von Witterungscharakter, Jahreszeit und geographischer Breite schärfer zum Ausdruck kommt.

Auch der Verfasser ist der Meinung, dass die tägliche Barometerschwankung nicht auf einer wirklichen periodischen Anhäufung oder einem Abfluss der Luft beruht, sondern eine dynamische Erscheinung, eine Manometerwirkung ist, und zwar eine solche, die ihre Ursache lediglich in der täglichen Wärmeabsorption der Sonnenstrahlen und der darauffolgenden Wärmeausstrahlung in den Weltenraum hat. Die Erwärmung und Abkühlung der festen Unterlage spielt hierbei nur eine sekundäre Rolle, die treibende Kraft liegt in der direkten Wärmeaufnahme und -abgabe der Luftschichten, die begünstigt wird durch den Gehalt an Wasserdampf, der besonders in der heissen Zone weit hinauf in höhere Luftschichten reicht. Ähnlich wie in einer offenen oder gedeckten Pfeife durch periodisches Anblasen Schwingungen und Druckschwankungen in der abgegrenzten Luftsäule entstehen, so werden sie hier erzeugt durch langsame periodische Erwärmungen und Abkühlungen. Aber da die Luftsäule bis an die Grenze der Atmosphäre reicht und die Impulse nicht stossweise, sondern kontinuierlich wirken, so hängt die Dauer einer Schwingung nicht von den Dimensionen der Pfeife, sondern von der Periode der Impulse ab; sie sind erzwungen. Der Umstand, dass diese beiden Impulse verschieden lange wirken, nämlich im Durchschnitt die Wärmeaufnahme nur etwa halb so lange wie die Wärmeabgabe, und dass sie nebenbei von Jahreszeit, Klima und Seehöhe abhängen, lässt ausgesprochene stehende Schwingungen, wie sich solche in der Pfeife entwickeln, wenigstens in mittleren Breiten in der Regel nicht zustande kommen und macht die Schwingungserscheinungen so überaus verwickelt. Die Schwingungen der Luft erfolgen ferner in vertikaler Richtung. Denn die Luftsäule ist nach oben frei, nach den Seiten aber so gut wie abgeschlossen, da auf grosse horizontale Entfernungen hin die Erwärmungsverhältnisse dieselben sind. Um das einzusehen, braucht man nur die zu irgend einer Zeit durch Erwärmung oder Ausstrahlung entstandenen Temperaturgradienten in vertikaler Richtung mit denen in horizontaler Richtung, sei es in der Richtung der Parallelkreise oder in der der Meridiane, zu vergleichen und wird finden, dass die letzteren gegenüber den ersteren verschwindend klein sind.

Die hier in Frage kommenden Schwingungen haben gewisse Ähnlichkeit mit den Vorgängen bei den singenden Flammen; nur ist hier die abgeschlossene Luftsäule unendlich lang und infolgedessen das Tempo der periodischen Erwärmung nicht von der Länge der Pfeife abhängig. Sie haben auch eine gewisse Verwandtschaft mit den Schwingungen der Luft in einer Kundtschen Röhre, die durch die Longitudinaltöne einer Glas- oder Metallröhre erzwungen werden; nur unterscheiden sie sich wieder insofern, als die Röhre unendlich lang gemacht ist und an der Stelle, wo dort das frei schwingende Ende der tönenden Röhre einen Schwingungsbruch erzeugt, hier ein Knoten bestehen muss, weil die feste Unterlage, auf der die Luftsäule ruht, eine solche verlangt.

Der Verfasser hat im 48. Jahresbericht des Annaberger Realgymnasiums 1891 des näheren ausgeführt, wie er sich durch das Zusammenwirken von Wärmeabsorption und Ausstrahlung die Entstehung der täglichen Barometer-Oszillation denkt, und hat alle Haupterscheinungen, die Abnahme der Amplitude mit der Höhe, die jahreszeitlichen Änderungen, die Abhängigkeit von der Feuchtigkeit und die Gesetzmässigkeit in den harmonischen Konstituenten zu erklären versucht. Es sei auf diesen verwiesen.

B. Die Bedeutung der Barometer-Oszillationen für die allgemeine atmosphärische Zirkulation.

In einer weiteren Veröffentlichung im 8. Heft des Jahrganges 1905 der „Gaea" hat der Verfasser auf den Zusammenhang hingewiesen, der nach seiner Meinung zwischen der täglichen Luftdruckschwankung und der Gesamtzirkulation der Atmosphäre besteht. Er ging dabei von folgenden Überlegungen aus.

Zwei kommunizierende Röhren seien mit einer Flüssigkeit, in unserm Falle der elastischen Luft von der Höhe der Atmosphäre, gefüllt und stehen zunächst nur unten in Verbindung. Erwärmt

*) Angot: Étude sur la marche diurne du baromètre. Annales du Bureau central Mét. p. 1887. Referat in der Met. Zeitschrift 1890. Nov.-Heft.

man dann den einen Schenkel, so verlängert sich derselbe, ohne dass das Gleichgewicht gestört wird, da ja die blosse Erwärmung das Gewicht der Luft nicht erhöht. Bringt man jetzt die beiden Schenkel durch ein Rohr in der Höhe in Verbindung, so wird durch den Überdruck in diesem Niveau ein Abströmen von dem erwärmten Schenkel nach dem nicht erwärmten eingeleitet und die entsprechende Strömung so lange aufrecht erhalten, als die Temperatur des ersten Schenkels auf grösserer Höhe erhalten wird. Auch dann, wenn die Flüssigkeit im zweiten Schenkel zugleich erwärmt wird, aber in geringerem Masse, bleibt ein kontinuierlicher Strom, nur von geringerer Stärke, erhalten. Geschieht jedoch die Erwärmung bzw. die Abkühlung in beiden Schenkeln in gleicher Weise, d. h. im vorliegenden Falle nach Massgabe der täglichen Temperaturkurve, so kann ein Luftstrom überhaupt nicht entstehen und die ganze Bewegung beschränkt sich auf ein Auf- und Abgehen der Niveauflächen in einem vertikalen Zylinder mit den weiter unten zu erörternden Nebenerscheinungen. Denkt man sich in dem erwärmten Schenkel nach der Höhe zu versetzt, so beobachtet man wegen der Hebung der Niveauflächen gegen früher eine Luftdrucksteigerung, bzw. bei Abkühlung Luftdruckverminderung, deren Betrag um so grösser ausfällt, je höher man geht. Es liegt hierin sofort die Erklärung für die Tatsache, dass auf hohen Berggipfeln, die ja notwendig ähnliche Erscheinungen wie die freie Atmosphäre zeigen müssen, der Luftdruck nach Massgabe des täglichen Temperaturganges steigt und fällt, natürlich unbeschadet der sonstigen täglichen Barometerschwankung, so dass man von einer Umkehrung der Barometerschwankung gesprochen hat.

Wird endlich derjenige Schenkel, der am stärksten erwärmt wurde, auch am stärksten abgekühlt, ein Fall, den die Natur im täglichen Temperaturgange häufig darbietet, weil die durch Insolation hervorgerufene hohe Erwärmung nach dem Dulong-Petitschen Gesetze auch eine starke Ausstrahlung hervorruft, so bringt dieser Umstand die Luftzirkulation in der einen Richtung allmählich zum Stillstande und verwandelt sie in die entgegengesetzte. An jeder Stelle des gesamten Kreislaufes, z. B. am untern Ende des zuerst erwärmten Schenkels, bzw. in unserm Falle an einer flachen, der Insolation stark ausgesetzten Meeresküste, findet dann eine zweimalige Stauung, die natürlich mit einer Drucksteigerung verbunden ist, und eine zweimalige Dilatation mit Druckverminderung statt. Wir haben also eine doppelte Barometer-Oszillation, trotzdem dass die sie verursachende Temperaturkurve an jedem Tage nur ein Maximum und ein Minimum aufweist.

Wie kommen nun in dem allgemeinen Falle, wo wesentliche Unterschiede in der Erwärmung in horizontaler Richtung nicht vorliegen, solche Barometer-Oszillationen zustande? Verträgt es sich mit den physikalischen Gesetzen, dass sie sich so langsam vollziehen? Kann bei der Langsamkeit der Wärmeaufnahme und -abgabe überhaupt an eine Manometerwirkung gedacht werden?

Bekanntlich wird von der Sonnenwärme, die uns jeden Tag zugestrahlt wird, ein namhafter Teil in den höhern Regionen der Atmosphäre absorbiert, und zwar umsomehr, je länger die Bestrahlungszeit dauert und anderseits umsomehr, je mehr Wasserdampf in der Luft suspendiert ist. Aber auch dann, wenn infolge des geringen absoluten und relativen Feuchtigkeitsgehaltes die direkte Absorption gering ist, geht die durchgelassene Wärme nicht ganz verloren, weil sie durch die stärkere Erwärmung der festen Unterlage indirekt, d. h. durch Strahlung und Konvektionsströmungen, der Luft wieder zugeführt wird. Nur dort, wo eine wasserdampfarme, wolkenlose Atmosphäre über einer sich nicht stark erwärmenden Unterlage ruht, wie etwa in den maritimen Gegenden der Rossbreiten, wird eine wesentlich geringere Wärmeaufnahme stattfinden, und es scheint das der Grund zu sein, warum z. B. über den Mittelmeerländern die tägliche Barometer-Oszillation im Sommer einen so geringen Betrag aufweist. Im allgemeinen ist indessen die Gesamtmenge der täglich von der Atmosphäre aufgenommenen Wärme nur wenig von lokalen und Witterungsverhältnissen abhängig, denn auch bei bedecktem Himmel findet ja an der obern Seite der Wolkendecke eine starke Wärmeabsorption statt, die bei der Barometer-Oszillation wirksam wird.

Diese Wärmeabsorption vollzieht sich nun in der ganzen Höhe der Atmosphäre mehr oder weniger gleichzeitig und das ist ein Hauptgrund, weshalb die Zustandsänderung der Luft nur teilweise eine solche bei konstantem Drucke, zu einem andern Teile aber eine solche bei konstantem Volumen ist, warum also eine Manometerwirkung neben der blossen Ausdehnung hergeht. Diese Manometerwirkung ist gegenüber dem gesamten mittleren Luftdrucke von 760 mm ziemlich geringfügig; sie erreicht unter besonders günstigen Umständen kaum den Betrag von 2 mm und unter mittleren Breiten nur etwa 1/2 mm. Denn

da, wo die Erwärmung nicht in der ganzen Höhe der Atmosphäre gleichzeitig erfolgt, wie etwa unter höhern Breiten und besonders im Winter, wo wegen des kleinen Einfallswinkels der Sonnenstrahlen die Erwärmung von oben nach unten fortschreitet, ist auch die Zustandsänderung der Luft nahezu eine solche bei konstantem Drucke und die untern Niveauflächen finden bei ihrer Erwärmung an den obern schon in Bewegung befindlichen zu wenig Widerstand.

Die Atmosphäre mit ihren viel verschlungenen Strömungen stellt sich uns dar als eine kalorische Maschine, als ein Triebwerk, das sich in ewiger, nur periodisch durch den Sonnenstand modifizierter Bewegung befindet. Ununterbrochen umkreisen die Luftmassen die Erde. Sie erheben sich in den Tropen, fliessen nach höhern Breiten und zum Teile nach den Polen und kehren von dort, eine ungeheure Zyklone auf beiden Hälften der Erdkugel bildend, auf Bahnen zurück, die uns zwar noch ziemlich unbekannt sind, über deren Existenz aber durch die Untersuchungen von Hildebrandsson wohl kein Zweifel mehr ist. Der Sitz der Triebkraft ist überall dort, wo die tägliche Barometerschwankung eine grosse und der Unterschied zwischen Tag- und Nachtschwankung möglichst gering ist, in der Hauptsache also in den Tropen zu suchen; dort ist gewissermassen der Dampfkessel und der Zylinder der ungeheuren Dampfmaschine. Denn da in der heissen Zone im allgemeinen von der Luft mehr Wärme aufgenommen wird, als durch Ausstrahlung verloren geht, und in höhern Breiten das umgekehrte der Fall ist, so muss sich, da zwischen den einzelnen Parallelkreisen keine festen Scheidewände vorhanden sind, eine ähnliche Strömung ausbilden, wie sie uns bei kommunizierenden Röhren, die nicht bloss unten, sondern auch oben in Verbindung sind, infolge von einseitiger Erwärmung entgegentritt. Wie nun aber bei der Dampfmaschine die Expansion des in den Zylinder einströmenden Dampfes nicht kontinuierlich, sondern stossweise und periodisch wirkt, so wirkt auch die Sonnenwärme und die Wärmeausstrahlung an demselben Orte nicht ununterbrochen, beziehentlich nicht in derselben Stärke, und wie im Zylinder Spannungen und Entspannungen fortwährend aufeinander folgen, so müssen auch im Luftmeere Veränderungen des Luftdruckes mit der periodischen Wirksamkeit des Motors Hand in Hand gehen, wenn man nicht annehmen will, dass hier Ursache und Wirkung momentan aufeinander folgen.

Die täglichen Schwankungen des Barometers markieren hiernach gewissermassen die Kolbenzüge in dem grossen Pumpwerk, durch welches immer neue Luftmassen über den Erdball in Zirkulation gesetzt werden oder, um ein anderes Bild zu gebrauchen, es sind die Pulsschläge, die einen Teil der lebenspendenden Wärme durch die Gefässe der einem riesenhaften Organismus vergleichbaren Lufthülle treiben.

Bei der Dampfmaschine wirkt nicht die gesamte Spannkraft des im Kessel erzeugten Dampfes, sondern nur der Überdruck über den Atmosphärendruck, bzw. über die Spannkraft in der andern Hälfte des Zylinders; auch im vorliegenden Falle wird die Bewegung nicht durch die gesamte durch Absorption aufgenommene oder durch Ausstrahlung abgegebene Wärmemenge hervorgerufen, sondern nur durch die verhältnismässig geringfügigen Differenzen der aufgenommenen oder abgegebenen Wärmemengen nach den beiden Polen zu gemessen. Bei gewissen Dampfmaschinen, den Niederdruckmaschinen, arbeitet man mit Kondensation, d. h. man ruft in derselben Hälfte des Zylinders nach der Spannung durch künstliche Abkühlung eine Entspannung hervor; auch in der Atmosphäre folgt auf die durch Wärmeabsorption verursachte Spannung stets eine Entspannung, die durch die Wärmeausstrahlung in den Nachmittags- und Nachtstunden bedingt ist.

Freilich, wie alle Vergleiche immer nur bis zu einem gewissen Punkte zutreffen, so auch hier! Während bei der Dampfmaschine durch die Bewegung des Triebwerkes und des Schwungrades mittels des Schieberventils der Gang in sinnreicher Weise rhythmisch gestaltet wird, während beide Ursachen, Erwärmung und Abkühlung, die Maschine in demselben Sinne treiben, erweist sich unsere natürliche kalorische Maschine als ungleich weniger vollkommen, denn es hängt die Zeitdauer und der Charakter der Erwärmung einerseits und der der Abkühlung anderseits in jedem Punkte der Atmosphäre vom wechselnden Sonnenstande und von mancherlei lokalen Ursachen ab. Es wirken deshalb in der Regel die Einzelursachen einander teilweise entgegen, wenn man die Luftzirkulation in horizontaler Richtung im Auge hat, ähnlich wie das bei der Dampfmaschine sofort eintreten würde, wenn der Dampfzufluss in den Zylinder und die Kondensation zu andern Zeitmomenten vor sich gingen, als es in Wirklichkeit ist. Es ist zu bedenken, dass nur dann die auf die Erwärmung folgende Abkühlung die Luftmassen in demselben Sinne bewegen wird, wie jene, wenn im benachbarten Druckgebiete zu einer geringeren

Erwärmung am Tage zugleich eine stärkere Abkühlung in der Nacht gehört. Das ist durchaus nicht immer der Fall. Wir brauchen nur an die Entstehung der Land- und Seewinde zu denken. Der Wind weht in diesem Falle am Tage in der Höhe vom Lande zum Meere, an der Basis vom Meere zum Lande, weil die Wärmeaufnahme über dem trockenen Festlande grösser ist, als die über dem Meere, und er weht in der Nacht an der Basis vom Lande zum Meere, weil sich die Luft über dem Meere weniger stark abkühlt. Soll sich ein kontinuierlicher, über eine längere Zeitdauer sich erstreckender Luftstrom ausbilden, wie wir ihn in den Passatwinden und in den Monsuns vor uns haben, so müssen die Einzelimpulse jedes Tages die Luft in derselben Richtung bewegen, d. h. es muss dort, wo die Wärmeaufnahme die grössere ist, der Wärmeverlust durch Ausstrahlung zugleich der kleinere sein. Da in den Tropen im allgemeinen wegen des durchschnittlich höheren Sonnenstandes und des hohen Wasserdampfgehaltes der Luft die Wärmeabsorption grösser ist, als in höhern Breiten, und die nächtliche Ausstrahlung wegen der wärmehaltenden Tendenz des Wasserdampfes kleiner als in höhern Breiten, so trifft das hier zu. Immerhin ist aber der ökonomische Koeffizient der vorliegenden kalorischen Maschine ein sehr kleiner; nur ein geringer Prozentsatz der jeden Tag in den Tropen durch Absorption aufgenommenen Wärme kommt den höheren Breiten in Form von Wärme oder anderen Energieformen, wie lebendige Kraft des Windes oder Druck, zugute. Ähnlich dürften die Verhältnisse wohl auch in den Monsungebieten liegen.

Man kann unter diesem Gesichtspunkte die durch die tägliche Erwärmung und Abkühlung in benachbarten Gebieten hervorgerufenen Bewegungsvorgänge und Zustandsänderungen in drei Klassen teilen.

1. In kontinuierliche Luftströmungen, die entstehen, wenn Einstrahlung und Ausstrahlung in demselben Sinne wirken. (Passatwinde, Kreislauf der Atmosphäre.)

2. In periodisch ihre Richtung ändernde Luftbewegungen, die entstehen, wenn Einstrahlung und Ausstrahlung in entgegengesetztem Sinne wirken. (Land- und See-, Berg- und Talwinde, Monsune.)

3. In rein vertikale, langsame Schwingungsbewegungen, bei denen die Luftschichten in gradlinigen Bahnen um ihre Gleichgewichtslage hin- und herschwingen, welche entstehen, wenn Wärmeein- und -ausstrahlung wegen ihrer Gleichheit auf weite horizontale Entfernungen hin einen wesentlichen Gradienten in horizontaler Richtung überhaupt nicht hervorbringen.

C. Über die Schwingungen einer unbegrenzten Luftsäule von der Höhe und Beschaffenheit unsrer Atmosphäre unter dem Einflusse periodischer Erwärmungen.

Die erste Arbeit des Verfassers ist zweimal ausführlicher besprochen worden; einmal im Literaturbericht von Petermanns geographischen Mitteilungen 1891, Heft 12 von A. Schmidt; das andere Mal von Sprung in der Meteorologischen Zeitschrift im August 1892. Schmidt meint, dass die Geschwindigkeit, mit der die durch Erwärmung erzeugte Druckwelle nach oben fortschreitet, diejenige des Schalles sein müsse, also viel zu gross sei, als dass eine merkliche Wirkung verspäteter Druckausgleichung möglich wäre, und schliesst seine Besprechung mit den Worten: Jedenfalls zeigt die vorliegende Arbeit recht deutlich, dass bei so verwickelten Erscheinungen, wie es fast alle, die sich in der Natur abspielen, sind, allgemein gehaltene, wenn auch noch so scharfsinnige Erörterungen ohne mathematische Formulierung und numerische Prüfung zu nichts führen.

Auch Sprung bezweifelt in seiner Kritik, dass die Temperatursteigerung am Vormittage in den untern Luftschichten schnell genug vonstatten gehe, um eine merkliche dynamische Druckvermehrung hervorzurufen. Beide Besprechungen stehen unter dem Einflusse mehrerer in den Sitzungsberichten der Wiener Akademie der Wissenschaften 1890 und in den folgenden Jahren erschienenen mathematisch-physikalischen Arbeiten von M. Margules, betitelt: „Über die Schwingungen periodisch erwärmter Luft", in denen dieser seine Rechnungen auf die gesamte die Erde umgebende Lufthülle ausdehnt und Beträge herausrechnet, die den beobachteten Barometerschwankungen nahekommen.

Um die gemachten Einwendungen zu entkräften, hat auch der Verfasser den Weg der Rechnung beschritten und sich im Einklange mit den vorerwähnten Grundanschauungen die Aufgabe gestellt:

Wie werden sich die Schwingungen und Druckverhältnisse einer unbegrenzten Luftsäule von der Höhe und Beschaffenheit unserer Atmosphäre unter dem Einflusse periodischer Erwärmungen gestalten?

Die Grundlagen dieser Rechnung lagen in den Margulesschen Abhandlungen schon vor; der Verfasser hatte nur nötig, sie von einem gewissen Punkte ab weiterzuführen.

Margules unterwirft die Atmosphäre einer Reihe von periodischen Erwärmungen, deren Einzelamplituden nach dem Gesetz: $a_z = a e^{-\gamma z}$ mit der Höhe z abnehmen. Er setzt für die absolute Temperatur T in der Höhe z:

$$T = T_0 \, (1 + \tau)$$

worin T_0 die Mitteltemperatur der gesamten Luftsäule, die zur Vereinfachung der Rechnung als von der Höhe unabhängig angesehen wird, bedeutet, und für τ, wenn man von Horizontalbewegung absieht:

$$1) \quad \tau = \frac{a}{T_0} \cdot e^{-\gamma z} \sin (A + nt),$$

so dass der gesamte tägliche Temperaturgang aufgelöst wird in die Reihe:

$$T = T_0 + a_1 e^{-\gamma_1 z} \sin (A_1 + nt) + a_2 e^{-\gamma_2 z} \sin (A_2 + 2\,nt) + a_3 e^{-\gamma_3 z} \sin (A_3 + 3\,nt) + \ldots.$$

Hierin bedeuten $a_1, a_2, a_3 \ldots.$ die Amplituden, $A_1, A_2, A_3 \ldots.$ die Phasenwinkel der einzelnen Glieder des in eine periodische Reihe aufgelösten Temperaturganges, ferner $n = \frac{1}{240}$, wenn man die Zeit in Sekunden misst, und $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 \ldots$ gewisse von einander verschiedene Konstanten, die ein Mass für die Abnahme der Temperatur-Amplituden mit der Höhe abgeben.

Er stellt dann die Differentialgleichungen der hierdurch verursachten Bewegung auf, welche lauten:

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{1}{\mu} \cdot \frac{dp}{dz} - g$$

$$\frac{d\mu}{dt} + d\,\frac{(\mu \,.\, \omega)}{dz} = 0 \quad \text{(Kontinuitätsgleichung)}$$

$$p = R\,\mu\,T \quad \text{(Gasgleichung).}$$

Hierin ist μ die Dichtigkeit, $R = 287$ die Gaskonstante, $\omega = \frac{dz}{dt}$, p der Luftdruck.

Er setzt dann

$$p = p_0 \, (1 + \varepsilon)$$
$$\mu = \mu_0 \, (1 + \sigma)$$
$$T = T_0 \, (1 + \tau)$$

worin ε, σ und τ Funktionen von z und t sind, und es tritt an Stelle der obigen drei Gleichungen die Gruppe

$$\frac{d\omega}{dt} = -RT_0 \cdot \frac{d\varepsilon}{dz} + g\,\tau$$

$$\frac{d\sigma}{dt} + \frac{d\omega}{dz} - \omega \left(\frac{g}{RT_0} + \frac{1}{T_0} \frac{dT_0}{dz} \right) = 0$$

$$\varepsilon = \sigma + \tau.$$

Hieraus folgt durch Differention nach z und t mit Zuhilfenahme der dritten Gleichung die Differentialgleichung:

$$\frac{d^2\varepsilon}{dx^2} + \frac{d^2\varepsilon}{dz^2} - \frac{g}{RT_0} \cdot \frac{d\varepsilon}{dz} - \frac{1}{RT_0} \cdot \frac{d^2\varepsilon}{dt^2} = \frac{g}{RT_0} \cdot \frac{d\tau}{dz} - \frac{g}{RT_0} \left(\frac{g}{RT_0} + \frac{1}{T_0} \frac{dT_0}{dz} \right) \tau - \frac{1}{RT_0} \frac{d^2\tau}{dt^2}.$$

Sie geht im vorliegenden Falle, wo $\frac{dT_0}{dz} = 0$ und $\frac{d^2\varepsilon}{dx^2} = 0$ zu setzen ist, wenn man zur Abkürzung: $\alpha = \frac{g}{RT_0} = \frac{1}{8000}$ (nahezu!) setzt, über in:

$$2)\ \frac{d^2\varepsilon}{dz^2} - \alpha \cdot \frac{d\varepsilon}{dz} - \frac{\alpha}{g}\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} = \alpha\frac{d\tau}{dz} - \frac{\alpha}{g}\frac{d^2\tau}{dt^2} - \alpha^2\tau.$$

Diese Gleichung wird erfüllt durch die Substitution:

$$3)\ \varepsilon = \left[Be^{-\gamma z} + K_1 e^{\varkappa_1 z} + K_2 e^{\varkappa_2 z}\right] \sin(A + nt).$$

Die hierin vorkommenden Konstanten B, $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ werden so bestimmt, dass:

$$4)\ \varkappa^2 - \alpha\varkappa + \frac{n^2\alpha}{g} = 0, \text{ also } \varkappa_1 = \frac{\alpha}{2} + \sqrt{\frac{\alpha^2}{4} - \frac{\alpha n^2}{g}} = \frac{\alpha}{2}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{4n^2}{\alpha g}}\right) = \frac{\alpha}{2}\left(1 + \sqrt{1 - 4\nu}\right)$$

$$\varkappa_2 = \frac{\alpha}{2} - \sqrt{\frac{\alpha^2}{4} - \frac{\alpha n^2}{g}} = \frac{\alpha}{2}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{4n^2}{\alpha g}}\right) = \frac{\alpha}{2}\left(1 - \sqrt{1 - 4\nu}\right)$$

ist und dass:

$$5)\ B\left(\gamma^2 + \alpha\gamma + \frac{\alpha n^2}{g}\right) = \frac{a}{T_0}\left(\frac{\alpha n^2}{g} - \alpha^2 - \alpha\gamma\right) \text{ oder}$$

$$B = \frac{a}{T_0} \cdot \frac{\frac{\alpha n^2}{g} - \alpha^2 - \alpha\gamma}{\frac{\alpha n^2}{g} + \gamma(\alpha + \gamma)} = \frac{a}{T_0} \cdot \frac{\alpha^2\nu - \alpha(\alpha + \gamma)}{\alpha^2\nu + \gamma(\alpha + \gamma)} \text{ ist.}$$

Margules bestimmt nun die beiden noch übrigen Konstanten K_1 und K_2 so, dass:

$$\frac{dz}{dt} = \omega = 0 \text{ wird für } z = 0 \text{ und auch:}$$

$$\omega = 0 \text{ wird für } z = Z \text{ (eine sehr grosse Höhe!).}$$

Er gibt selbst zu, dass die letztere Annahme, die für K_2 den Wert Null liefert, nicht einwurfsfrei ist, und will deshalb seine Resultate nur auf geringe Höhen z angewendet wissen. Damit verlieren aber seine Rechnungen, so richtig sie an sich sein mögen, die Anwendungsfähigkeit auf die vorliegende meteorologische Aufgabe. Denn in Wirklichkeit gibt es nur eine, nicht zwei Grenzbedingungen, weil die Atmosphäre nach oben frei schwingen kann. Wohl ist es sicher, dass der Betrag der täglichen Barometer-Oszillation Δp an der Grenze der Atmosphäre verschwindend klein werden muss, aber deshalb braucht dort nicht $\omega = \frac{dz}{dt} = 0$ gesetzt zu werden, denn da nach obigem die Beziehung besteht: $p = p_0(1 + \varepsilon)$ also $\Delta p = p - p_0 = p_0\varepsilon$, so wird an der Grenze der Atmosphäre schon $p_0\infty$ klein, also auch $\Delta p = p_0\varepsilon$. Das Verfahren von Margules läuft, da $K_2 = 0$ wird, in Wirklichkeit darauf hinaus, dass er von vornherein als Integral der vorgelegten Differentialgleichung den speziellen Ausdruck $\varepsilon = Be^{-\gamma z} + K_1 e^{\varkappa_1 z}$ annimmt. Dass es für den vorliegenden Fall unzulässig ist, erkennt man denn auch, wenn man sein Resultat auf den Fall anzuwenden sucht, dass die Atmosphäre einer periodischen Erwärmung von kürzerer Dauer unterliegt, als es den ersten vier Gliedern der Temperaturreihe entspricht $\left(\text{etwa } n = \frac{1}{40} \text{ setzt}\right)$; ein Fall, der doch rein physikalisch betrachtet, wohl denkbar ist und ein reelles Resultat liefern muss, und der gerade hier, bei der Auflösung des täglichen Temperaturganges in eine periodische Reihe, mit in Betracht zu ziehen ist. In diesem Falle würden nämlich nach 4) $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ konjugiert imaginär, und man erhielte nach 3), da $K_2 = 0$ sein soll, auch für ε

$$\varepsilon = \left(Be^{-\gamma z} + K_1 e^{\varkappa_1 z}\right) \sin(A + nt)$$

einen komplexen Wert.

Soll ein solches Komplexwerden für den Fall $4\nu > 1$ vermieden werden, so ist das nur dadurch möglich, dass man von vornherein 6) für $K_1 = K_2$ setzt, denn nunmehr wird für konjugiert komplexe Werte von $\varkappa$:

$$\varepsilon = \left(Be^{-\gamma z} + K_1 \left[e^{z\left(\frac{\alpha}{2} + i\frac{\alpha}{2}\sqrt{4\nu - 1}\right)} + e^{z\left(\frac{\alpha}{2} - i\frac{\alpha}{2}\sqrt{4\nu - 1}\right)}\right]\right) \sin(A + nt)$$

$$= \left(Be^{-\gamma z} + K_1 \,.\, 2e^{\frac{\alpha z}{2}} \,.\, \cos\left[\frac{\alpha}{2} \,.\, \sqrt{4\nu - 1} \,.\, \frac{180}{\pi} z\right]\right) \sin(A + nt).$$

Zur Bestimmung des noch unbekannten Konstanten K_1 braucht man jetzt nur noch die eine Bedingung (eine andere Beschränkung der Luftsäule liegt ja auch gar nicht vor!):

$$7)\ \frac{dz}{dt} = \omega = 0 \text{ für } z = 0.$$

Diese liefert mit Rücksicht auf die Beziehung:

$$\frac{d\omega}{dt} = -RT_0 \cdot \frac{d\varepsilon}{dz} + g\tau \text{ die Bedingung:}$$

$$8)\ K_1\varkappa_1 + K_2\varkappa_2 = B\gamma + \alpha \,.\, \frac{\alpha}{T_0} \text{ und, da } K_1 = K_2 \text{ ist,}$$

$$K_1 = \frac{B\gamma + \alpha \,.\, \frac{\alpha}{T_0}}{\varkappa_1 + \varkappa_2} = \frac{B\gamma + \alpha \,.\, \frac{\alpha}{T_0}}{\alpha} = B\frac{\gamma}{\alpha} + \frac{\alpha}{T_0};$$

hieraus mit Benutzung von 5):

$$K_1 = \frac{\frac{n^2}{g}(\alpha + \gamma)}{\frac{\alpha n^2}{g} + \gamma(\alpha + \gamma)} \cdot \frac{\alpha}{T_0}.$$

Mithin geht 3) über in:

$$9)\ \varepsilon = \frac{\alpha}{T_0}\left[\frac{\alpha\frac{n^2}{g} - \alpha(\alpha + \gamma)}{\alpha\frac{n^2}{g} + \gamma(\alpha + \gamma)} \,.\, e^{-\gamma z} + \frac{\frac{n^2}{g}(\alpha + \gamma)}{\frac{\alpha n^2}{g} + \gamma(\alpha + \gamma)}\left(e^{\varkappa_1 z} + e^{\varkappa_2 z}\right)\right] \sin(A + nt).$$

Die Luftdruckänderung Δp im Niveau z ist demnach:

$$\Delta p = p - p_0 = p_0\varepsilon = 760 \,.\, e^{-\alpha z} \,.\, \varepsilon, \text{ und wenn man noch } \frac{\alpha n^2}{g} = \frac{\alpha^2 n^2}{\alpha g} = \alpha^2\nu \text{ setzt:}$$

$$\Delta p = a \,.\, \frac{760}{T_0}\left[\frac{\alpha^2\nu - \alpha(\alpha + \gamma)}{\alpha^2\nu + \gamma(\alpha + \gamma)} e^{-(\alpha + \gamma)z} + \frac{\nu \,.\, \alpha \,.\, (\alpha + \gamma)}{\alpha^2\nu + \gamma(\alpha + \gamma)}\left(e^{(\varkappa_1 - \alpha)z} + e^{(\varkappa_2 - \alpha)z}\right)\right] \sin(A + nt)$$

oder auch, wenn man die obigen Werte für $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ einsetzt:

$$\boxed{10)\ \Delta p = \alpha \,.\, \frac{760}{T_0}\left[\frac{\alpha^2\nu - \alpha(\alpha + \gamma)}{\alpha^2\nu + \gamma(\alpha + \gamma)} e^{-(\alpha + \gamma)z} + \frac{\nu \,.\, \alpha(\alpha + \gamma)}{\alpha^2\nu + \gamma(\alpha + \gamma)} \,.\, e^{-\frac{\alpha}{2}z}\left(e^{\frac{\alpha}{2}\sqrt{1 - 4\nu} \,.\, z} + e^{-\frac{\alpha}{2}\sqrt{1 - 4\nu} \,.\, z}\right)\right] \sin(A + nt),}$$

welche Formel für den Fall, dass $1 - 4\nu$ negativ wird, d. h. für den Fall, dass man es mit rascheren, als vierteltägigen Temperaturwellen zu tun hat, übergeht in:

$$\boxed{11)\ \Delta p = p\varepsilon = \alpha\frac{760}{T_0}\left[\frac{\alpha^2\nu - \alpha(\alpha + \gamma)}{\alpha^2\nu + \gamma(\alpha + \gamma)} e^{-(\alpha + \gamma)z} + \frac{2\alpha \,.\, \nu(\alpha + \gamma)}{\alpha^2\nu + \gamma(\alpha + \gamma)} e^{-\frac{\alpha}{2}z} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\sqrt{4\nu - 1} \,.\, \frac{180}{\pi} \,.\, z\right)\right] \sin(A + nt).}$$

D. Diskussion der Formeln und ihre Anwendungen.

Die durch jede einzelne Temperaturwelle hervorgebrachte Luftdruckwelle hat nach 10) dieselbe Phase, wie die Temperaturwelle, oder vielmehr die entgegengesetzte, da der Faktor $\sin(A + nt)$ für langsame Temperaturwellen an der Erdoberfläche immer negativ ist. Die Grösse Δp hängt ferner von drei meteorologischen Elementen ab: 1. von $\nu = \frac{n^2}{\alpha g}$, d. h. von dem Tempo, in welchem die periodische Erwärmung erfolgt, 2. von γ, d. h. von dem Abfall der Temperatur-Amplitude nach der Höhe zu, 3. von a, d. h. von der Grösse der Amplitude selbst.

1. Für die ganztägige Temperaturwelle ist $n = \frac{1}{240}$ und $\nu = \frac{n^2}{\alpha g} = \frac{4}{283} = \frac{1}{70{,}75}$; es hat also ν wenig Einfluss auf das Resultat. Man kann näherungsweise, besonders für nicht grosse Höhen z, an Stelle von 10) setzen:

$$\Delta p = a_1 \frac{760}{T_0} \cdot \left(-\frac{\alpha}{\gamma_1}\right) e^{-(\alpha+\gamma) z} \sin(A_1 + nt), \text{ und speziell für } z = 0$$

$$\Delta p = -\frac{\alpha}{\gamma_1} \cdot \frac{760}{T_0} a_1 \sin(A_1 + nt);$$

die Luftdruckschwankung nähert sich also trotz der langsamen Erwärmung nur dann dem Werte Null, wenn γ gegenüber α sehr gross ist, d. h. wenn der Abfall der Temperatur-Amplitude ein grosser ist. Auch für die halbtägige Temperaturwelle, wo $n_2 = \frac{2 \cdot 1}{240} = \frac{1}{120}$, also $\nu = \frac{16}{283} = \frac{1}{17{,}7}$ ist, fällt der Wert von ν für kleine Höhen noch wenig ins Gewicht, so dass auch hier an der Erdoberfläche noch nahezu $\Delta p = -\frac{\alpha}{\gamma_2} a_2 \cdot \frac{760}{T_0} \sin(A_2 + 2\,nt)$ ist.

Wird $1 - 4\nu = 0$, also $\nu = \frac{1}{4}$ d. i. für $n^2 = \frac{\alpha \cdot g}{4}$, $n = \frac{1}{56{,}56}$, so ist die Grenze für die Gültigkeit der Formel 10) erreicht.

Für die $\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7} \ldots$ tägige Druckwelle lassen sich innerhalb der Atmosphäre gewisse Stellen angeben, an denen sich Schwingungsknoten und Bäuche befinden. Dieselben sind nach 11) charakterisiert durch die Bedingungen

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\sqrt{4\nu - 1} \cdot \frac{180}{\pi} \cdot z\right) = +1 \text{ oder } = 0, \text{ also:}$$

$$\frac{\alpha}{2}\sqrt{4\nu - 1} \cdot \frac{180}{\pi} z = m \cdot 180 \text{ oder } = 90 + m \cdot 180, \text{ wo m eine ganze Zahl ist.}$$

Für den ersten Bauch hat man hiernach:

$$z_b = \frac{\pi}{\alpha\sqrt{4\nu - 1}} \text{ und für den ersten Knoten oberhalb der Erdoberfläche:}$$

$$z_{Kn} = \frac{2\pi}{\alpha\sqrt{4\nu - 1}}.$$

Dass sich hierbei für einen Bauch nicht schlechthin $\Delta p = 0$ aus 11) ergibt, hängt damit zusammen, dass sich im allgemeinen Knoten und Bäuche noch innerhalb des Erwärmungsgebietes befinden und sich die Zustandsänderung zum Teil bei konstantem Volumen vollzieht; das Restglied von 11):

$$\Delta p = \frac{760}{T_0} \cdot a \left(\frac{\alpha^2 \nu - \alpha(\alpha + \gamma)}{\alpha^2 \nu + \gamma(\alpha + \gamma)}\right) e^{-(\alpha+\gamma) z} \sin(A + nt)$$

geht z. B. für sehr grosse Werte von ν, d. h. sehr rasche Erwärmungen an der Stelle des ersten Bauches über in:

$$\Delta p = \frac{760}{T_0} a\, e^{\frac{-(\alpha+\gamma)\pi}{\alpha\sqrt{4\nu-1}}} \sin(A + nt);$$

der Faktor $\frac{760}{T_0}$. a misst genau die Druckänderung durch Erwärmung bei konstantem Volumen. Praktisch kommt dieser Fall insofern kaum in Frage, als mit einer Verkürzung der Erwärmungsperioden in der Regel auch eine Verkürzung des Erwärmungsbereiches Hand in Hand geht, also mit wachsendem Wert von ν auch γ sehr gross würde.

2. Der Abfall der Temperatur-Amplitude nach der Höhe zu wird gemäss der Beziehung $az = ae^{-\gamma z}$ mit γ bezeichnet. Ist $\gamma = \alpha$, so heisst das, die Temperatur-Amplitude nimmt proportional dem Luftdruck ab; ist $\gamma > \alpha$, so ist die Temperaturabnahme eine raschere, ist $\gamma < \alpha$, so ist sie eine langsamere. Für $\gamma = \infty$ ist der Abfall ein plötzlicher, wie er etwa einer lokalen, auf einen kleinen Raum beschränkten Erwärmung (Singende Flammen!) entspricht; für $\gamma = 0 = \frac{1}{\infty}$ endlich ist die Amplitude in der ganzen Höhe konstant. Für das der ganztägigen Druck- und Temperaturwelle entsprechende γ ist zweifellos fast immer ein Vielfaches von α einzusetzen. In betreff der halbtägigen Wellen halte ich es dagegen für wahrscheinlich, dass sich γ im Durchschnitt weniger von α unterscheidet, wobei es freilich als zweifelhaft hinzustellen ist, ob γ für den Verlauf ein- und desselben Tages überhaupt als konstant angesehen werden kann. Auch die drittel- und vierteltägige Temperaturwelle kann nach Formel 10) für die gesamte Luftdruckschwankung trotz der zumeist kleinen Amplituden a_3 und a_4 noch von wesentlichem Einflusse sein, da ja die zugehörigen Werte γ_3 und γ_4 gegenüber α verhältnismässig klein sein können. Die auf Grund von 10) und 11) berechneten Resultate erhalten dadurch etwas Unsicheres und Unbefriedigendes. Es ist eben die Auflösung des täglichen Temperaturganges in eine harmonische Reihe ein Notbehelf, zu dem man nur deshalb seine Zuflucht genommen hat, weil der tägliche Temperaturverlauf und die damit zusammenhängenden meteorologischen Fragen in dieser Form noch am ehesten einer exakt mathematischen Behandlung zugänglich sind. Es gibt im vorliegenden Falle nicht unendlich viele Einzelursachen, sondern nur 2, die Wärmeaufnahme und -entziehung. So segensreich sich die harmonische Analyse zur Zusammenfassung der numerischen Resultate erwiesen hat, so kann sie doch auf der anderen Seite auch zum Prokrustesbett werden, das manchen meteorologischen Fragen Zwang antut, wenn man sich nicht vorsichtig hütet, dem einzelnen Gliede dieser Darstellung eine physikalische Bedeutung beizulegen.

3. Der Wert von Δp ist nach 10) direkt proportional der Temperatur-Amplitude a. Es könnte hiernach, da erfahrungsgemäss an der Erdoberfläche a_1 in der Regel mehrere Male so gross als a_2 ist, scheinen, als ob die ganztägige Luftdruckwelle ungleich grösser als die halbtägige ausfallen müsse. Es ist schon oben angedeutet worden, dass das mit Rücksicht auf die verschiedenen Werte von γ_1 und γ_2 keineswegs der Fall zu sein braucht. Es soll aber noch weiter darauf hingewiesen werden, dass für das vorliegende Problem der Entstehung der täglichen Barometer-Oszillation die direkt an der Erdoberfläche gemessene Lufttemperatur nur von sekundärer Bedeutung ist, und dass verschiedentlich schon bewiesen worden ist, dass der Temperaturgang in der freien Atmosphäre nicht entfernt so grossen Schwankungen unterliegt, als an der Erdoberfläche und selbst auf hohen Berggipfeln. Dies muss aber wieder in erster Linie in betreff der ganztägigen Temperaturschwankung gelten, die nur deshalb an der Erdoberfläche so gross ausfällt, weil die Erwärmung der Unterlage, die nur ein ausgeprägtes Maximum und Minimum hat, sich durch Leitung und Konvektionsströmungen auf die untersten Luftschichten überträgt.

Zum Schlusse sollen noch einige Rechnungsresultate mitgeteilt werden, die auf Grund der obigen Formeln gefunden wurden. Zu diesem Zwecke ist die Formel 10) in folgender Weise umgestaltet worden. Es ist für $\gamma = m\alpha$ gesetzt, wo m einen Zahlenfaktor bedeutet; ferner für $z = \frac{\lambda}{\alpha}$ Lognat 2,

wo λ einen anderen Zahlenfaktor bedeutet. Als Einheit für die Höhe ist hiernach diejenige Höhe eingeführt worden, in der der Luftdruck p auf die Hälfte (380 mm) herabsinkt; denn aus

$$p = p_0 e^{-\alpha z} \text{ folgt für } p = \frac{p_0}{2};\ e^{\alpha z} = 2 \text{ d. h. } z = \frac{1}{\alpha} \text{ Lognat } 2 = 5545 \text{ m.}$$

Man erhält dann als neue Form von 10) die Formel:

$$\Delta p = a \cdot \frac{760}{T_0} \cdot 2^{-\lambda} \left[\frac{(\nu - 1 - m)\, 2^{-m\lambda} + \nu (m+1) \left(2^{(1-\nu)\lambda} + 2^{-\lambda}\right)}{\nu + m(m+1)} \right] \sin (A + nt).$$

Diese ergab, wenn man für T_0 noch 273 einsetzte, für die Zeit, in der die Temperatur ihr Maximum hat, folgende Resultate:

a) $m = 1$ d. h. $\gamma = \alpha = \frac{1}{8000}$

		Δp
Ganztägige Temperaturwelle: $\nu = \frac{1}{70{,}75}$; $n = \frac{1}{240}$	$\lambda = 0$ d. i. an der Erdoberfläche	$= -\frac{546}{570} \cdot \frac{760}{273} \cdot a_1$
	$\lambda = 1$ d. i. in 5545 m Höhe	$= -\frac{128{,}64}{570} \cdot \frac{760}{273} \cdot a_1$
	$\lambda = 2$ d. i. in 11090 m Höhe	$= -\frac{25{,}25}{570} \cdot \frac{760}{273} \cdot a_1$
Halbtägige Temperaturwelle: d. h. $\nu = \frac{1}{17{,}7}$; $n = \frac{1}{120}$	$\lambda = 0$	$\Delta p = -\frac{486}{582} \cdot \frac{760}{273} \cdot a_2$
	$\lambda = 1$	$= -\frac{90{,}19}{582} \cdot \frac{760}{273} \cdot a_2$
	$\lambda = 2$	$= +\frac{3{,}2}{582} \cdot \frac{760}{273} \cdot a_2$

b) $m = 4$; also $\gamma = \frac{1}{2000}$

		Δp
Ganztägige Temperaturwelle: $\nu = \frac{1}{70{,}75}$; $n = \frac{1}{240}$	$\lambda = 0$ d. h. an der Erdoberfläche	$\Delta p = -\frac{1}{4} \cdot \frac{760}{273} \cdot a_1$
	$\lambda = 1$ d. h. in 5545 m Höhe	$= -\frac{14{,}2}{5664} \cdot \frac{760}{273} \cdot a_1$
	$\lambda = 2$ d. h. in 11090 m Höhe	$= +\frac{23{,}42}{5664} \cdot \frac{760}{273} \cdot a_1$
Halbtägige Temperaturwelle: $\nu = \frac{1}{17{,}7}$; $n = \frac{1}{120}$	$\lambda = 0$	$\Delta p = -\frac{1239}{5676} \cdot \frac{760}{273} \cdot a_2$
	$\lambda = 1$	$= +\frac{149{,}78}{5676} \cdot \frac{760}{273} \cdot a_2$
	$\lambda = 2$	$= +\frac{85{,}15}{5676} \cdot \frac{760}{273} \cdot a_2$

Man sieht aus diesen wenigen Zahlen, wie wesentlich die Luftdruckschwankung von dem Werte von γ abhängt. Der Umstand, dass für grössere Höhen in den Werten von Δp + Zeichen auftreten, erklärt sich so:

Wenn man unter Zugrundelegung der Formel $T = T_0 + a e^{-\gamma z} \sin (A + nt)$ die Volumenvergrösserung einer Luftsäule von der Höhe z um den Betrag, um welchen infolgedessen für den Fall des Gleichgewichtes der Luftdruck in der Höhe z steigen müsste, berechnet, so erhält man:

$$\Delta p_{\text{Gleichgewicht}} = a \cdot \frac{760}{273} \cdot \frac{2^{-\lambda}}{m} \left(1 - 2^{-m\lambda}\right) \sin (A + nt).$$

Verringert man nun die obenstehenden Werte von Δp um die sich hieraus ergebenden Beträge, so erhält man in allen Fällen (solange $4\nu < 1$ ist!) negative, sich mit wachsender Höhe allmählich der Null nähernde Werte, wie dies dem Charakter der vorliegenden Wellenbewegung entspricht.

Hann gibt in seiner Abhandlung im Oktober-Heft 1898 der Meteorologischen Zeitschrift als korrespondierende Werte von Temperatur und Luftdruck im Jahresdurchschnitt von Wien:

$$\Delta p = 741{,}5 + 0{,}22 \,.\, \sin(359{,}6 + x) + 0{,}31 \sin(141{,}4 + 2x)$$
$$t = 9{,}7^0\,C + 2{,}86 \sin(223{,}2 + x) + 0{,}51 \sin(32{,}1 + 2x).$$

Aus der Formel 12) erhält man, indem man für $z = 0$ (angenähert) setzt und für die ganztägige Welle $\gamma_1 = 20\alpha$ und für die halbtägige $\gamma_2 = 4\alpha$ (d. h. die Temperatur-Amplitude sinkt bei 400 bzw. 2000 Meter Höhe auf $\frac{1}{e}$ herab) annimmt:

$$\Delta p = + \frac{2{,}86}{20} \cdot \frac{760}{283} \sin(403{,}2 + x) + \frac{0{,}51}{4} \cdot \frac{760}{283} \,.\, \sin(212{,}1 + 2\alpha)$$
$$= 0{,}38 \sin(403{,}2 + x) + 0{,}34 \sin(212{,}1 + 2x).$$

Der Verfasser ist weit davon entfernt, diesem errechneten Resultat, das ja mit dem beobachteten in seinem Grundcharakter gut übereinstimmt, eine schwerwiegende Bedeutung beizulegen, da er die zwei Werte von γ ziemlich willkürlich gewählt hat; soviel aber dürfte doch durch dasselbe bewiesen sein, dass die direkte Erwärmung der freien Atmosphäre durch die Sonnenstrahlen und deren Abkühlung durch Wärmeausstrahlung vollauf genügt, um die beobachteten Barometer-Oszillationen zu erklären, und dass man nicht nötig hat, zu deren Erklärung mehr oder weniger gewagte Spekulationen über Schwingungen der gesamten Lufthülle anzustellen.

Wenn die zahlenmässige Übereinstimmung, sowohl in bezug auf die Amplituden wie auf die Phasenzeiten, keine vollständige ist, so liegt dies einmal daran, dass bei der Entstehung der Druckwellen nicht der extreme Temperaturgang an der Erdoberfläche mit seinen grossen Amplituden massgebend sein kann, anderseits daran, dass die Werte von γ, wenigstens für höhere Breiten, nicht entfernt als konstant angesehen werden können. In dieser Überzeugung hat den Verfasser eine Rechnung bestärkt, die er in bezug auf die korrespondierenden Beobachtungen der Temperatur und des Luftdruckes an einer Basis- und Gipfelstation angestellt hat. Der Verfasser hat dazu die von Allesandri und Eretria im Januar-Heft 1910 der Meteorologischen Zeitschrift veröffentlichten korrespondierenden Temperatur-Beobachtungen auf dem Monte Rosa und an dessen Fusse (in Alagna) gewählt und erhielt nach der Altschen Methode die Formeln:

$$\tau = 14{,}4 - 4{,}037 \,.\, \sin(51^0\,45' + x) + 1{,}097 \sin(65^0\,46' + 2x) - 0{,}527 \sin(124^0\,43' + 3x)$$

Alagna

$$\tau = -6{,}9 - 1{,}965 \sin(55^0\,22' + x) + 0{,}461 \sin(49^0\,24' + 2x) - 0{,}2423 \sin(196^0\,3' + 3x)$$

Monte Rosa.

Aus dem Vergleich der Phasenwinkel geht hervor, dass sich in einer Luftschicht von der gegenüber der Gesamthöhe der Atmosphäre geringen Höhe von 3371 m die Phasenzeit der ganztägigen Temperaturwelle um etwa 15 Minuten verfrüht, die der halbtägigen um etwa 33 Minuten verspätet und die der dritteltägigen sogar um 97 Minuten verfrüht. Es ist somit unmöglich, die Werte von γ aus der Bezeichnung

$$a_{\text{Gipfel}} = a_{\text{Basis}} \,.\, e^{-\gamma z} \text{ genau zu berechnen.}$$

Legt man dennoch ungefähre Werte zugrunde (es ergab sich etwa $\gamma_1 = 1{,}7 \,.\, \alpha$ und $\gamma_2 = 2\,\alpha$), so fielen die berechneten Werte für den Druck immer noch zwei- bis dreimal zu gross aus.

Es ist wahrscheinlich, dass diese Methode, angewendet auf das reiche Beobachtungsmaterial, das von anderen Basis- und Gipfelstationen vorliegt, manche Rückschlüsse auf den täglichen Temperaturgang in der Höhe gestatten wird und dass für niedere Breiten (Indien) die Übereinstimmung der berechneten Druckwirkung mit der beobachteten eine bessere sein wird, als in der gemässigten Zone.

Zwar wird man vermutlich auch in der heissen Zone finden, dass die Werte von γ für die einzelnen Glieder des täglichen Temperaturganges nicht genau konstant sind, und dass deshalb die nach den Formeln 10) und 11) berechneten Druckschwankungen zu gross ausfallen. Man wird sich durch solche Untersuchungen aber doch von der Richtigkeit des Zusammenhanges der täglichen Barometer-Oszillation mit der allgemeinen atmosphärischen Zirkulation überzeugen können, und die Zeit wird nicht mehr fern sein, wo der Meteorolog durch genaueste Verfolgung der täglichen Luftdruckschwankungen an einzelnen besonders wichtigen Punkten der Erde Aufschluss über das komplizierte Getriebe in der uns umgebenden Lufthülle gewinnen wird, ähnlich wie der Arzt durch Beobachtung des Pulsschlages wichtige Veränderungen und Stockungen im Körper des Menschen erkennt und voraussagt.