Über den gegenwärtigen Stand unserer Kenntnisse von der Figur der Erde.

Von Dr. **Norbert Herz.**

Als **Newton** aus den mechanischen Principien des Gleichgewichtes von unter dem Einflusse mehrerer Kräfte stehenden Flüssigkeiten folgerte, dass die Erde ein an den Polen abgeplattetes Rotationsellipsoid sei, war die Annahme von der Kugelgestalt der Erde, welche durch nahezu zwei Jahrtausende die Herrschaft in der Wissenschaft hatte, beseitigt. Die Geschichte der modernen Theorien beginnt mit diesem Zeitpunkte, welcher hier als Ausgangspunkt gewählt werden soll.[1]) Aus der vorangehenden Zeit müssen jedoch der Vollständigkeit wegen die beiden Grundprincipien wenigstens kurz erwähnt werden, welche zur Erkenntnis der Größe und Figur der Erde gedient haben.

Unter der Voraussetzung der Kugelgestalt der Erde wird die Distanz zweier Orte auf der Erdoberfläche nebst der Kenntnis des zugehörigen Centriwinkels ausreichen, um den Radius der Kugel zu bestimmen. Zur Kenntnis der Distanz gelangt man durch die Längenmessung; der Centriwinkel folgt als die Differenz der Polhöhen, wenn die beiden Punkte unter demselben Meridian liegen, d. i. als die Differenz der Meridianzenitdistanzen desselben Gestirnes zu demselben Momente (z. B. der Sonne im Mittage zur Zeit ihrer größten Declination u. s. w.).

Allgemein ist, wenn φ und φ_1 die geographischen Breiten der beiden Orte sind, deren Entfernung im Längenmaße L ist, und z, z_1 die Meridianzenitdistanzen desselben Gestirnes für diese beiden Orte:

$$z = \varphi - \delta; \qquad z_1 = \varphi_1 - \delta$$

wenn δ die Declination des Gestirnes bedeutet; daher

$$\varphi - \varphi_1 = z - z_1$$

und der Erdumfang

$$U = L \frac{360^0}{\varphi - \varphi_1},$$

demnach die Länge des Meridiangrades

$$l = \frac{L}{\varphi - \varphi_1}.$$

---

[1]) Über die älteren Bestrebungen sind in den letzten Jahren zahlreiche, auch populäre Monographien erschienen; vgl. z. B. **Baeyer**, „Die Figur der Erde"; **F. Klein**, „Zweck und Aufgabe der europäischen Gradmessung"; **Helmert**, „Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie", Bd. I, pag. 10.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Schließt die Richtung L mit dem Meridian den Winkel A ein, so ist der Abstand der Parallelen $L' = L \cos A$ oder richtiger durch Auflösung eines sphärischen Dreieckes

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2} L' = \frac{\cos \frac{1}{2} (A_1 + A_2)}{\cos \frac{1}{2} (A_1 - A_2)} \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} L,$$

wenn A_1 das Azimut des südlichen Punktes, beobachtet am nördlichen, und A_2 das Azimut des nördlichen Punktes, beobachtet am südlichen, bedeuten.

Die in den ältesten Zeiten vorgenommenen directen Messungen von L (durch Messkette, Zahl der Umdrehungen eines Rades von bestimmtem Umfange etc.) wurden seit **Snellius** durch die Triangulation ersetzt. Gemessen wird eine kürzere oder längere Strecke als „Basis" und diese durch eine Kette von „Dreiecken", deren Winkel gemessen werden, mit den anderen Punkten verbunden, so dass man schließlich aus der einen gemessenen Länge durch Berechnung der Dreieckskette die Entfernung zweier selbst sehr weit entfernter Punkte beziehungsweise Parallelkreise bestimmen kann.

Der hiebei erreichte Vortheil ist eine unvergleichlich größere Genauigkeit bei dem gleichen Aufwand an Zeit und Arbeit, und das hiedurch erreichte Resultat war zunächst die Erkenntnis von der verschiedenen Länge der Meridiangrade in verschiedenen geographischen Breiten und damit die Bestätigung der von **Newton** theoretisch gefolgerten Hypothese. Den Reigen hatten die beiden unter der Ägide der französischen Akademie vorgenommenen Gradmessungen 1735/6: Die peruanische und die lappländische eröffnet; ihnen folgten eine Reihe von anderen in den verschiedensten Gegenden der Erde (die russische, die indische u. s. w.)

Aus zwei derartigen „Breitengradmessungen", nämlich Messungen der Länge eines Breitengrades, d. i. des Abstandes zweier um 1^0 voneinander entfernter Parallelen, kann man leicht in folgender Weise die Figur und Größe der Erde finden. Für eine Meridianellipse, deren Halbaxe a, deren numerische Excentricität $e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$ ist, ist der Krümmungshalbmesser in der Breite φ

$$\rho = \frac{a\,(1 - e^2)}{(\sqrt{1 - e^2 \sin \varphi^2})^3}$$

und die Länge des Bogens für einen Grad wird

$$l = \rho \operatorname{arc} 1^0 = 0{\cdot}0174533\ \rho.$$

Hat man aus zwei Triangulationen in den Breiten φ_1 (im Äquator), und φ_2 (in größerer Entfernung vom Äquator) die Längen l_1 und l_2 der zugehörigen Meridiangrade gefunden, so kann man aus den den beiden Messungen entsprechenden Gleichungen

$$l_1 = \frac{a\,(1 - e^2) \operatorname{arc} 1^0}{(1 - e^2 \sin \varphi_1{}^2)^{3/2}}; \qquad l_2 = \frac{a\,(1 - e^2) \operatorname{arc} 1^0}{(1 - e^2 \sin \varphi_2{}^2)^{3/2}}\ (m)$$

die beiden Unbekannten a und e ermitteln. Berechnet man die bekannte Größe

$$\left(\frac{l_1}{l_2}\right)^{2/3} = \alpha$$

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

so erhält man für die Excentricität

$$e = \sqrt{\frac{1 - \alpha}{\sin \varphi_2^2 - \alpha \sin \varphi_1^2}}$$

und dann aus einer der beiden Gleichungen (m) den Wert von a[2]).

Zu diesen Breitengradmessungen gesellen sich dann aber noch Längengradmessungen, das sind Messungen der Länge von Bögen des Parallelkreises, zwischen zwei Punkten von nahe gleicher geographischer Breite, deren Längenunterschied λ auf astronomische Weise ermittelt wird.

In dem Maße, als sich die Gradmessungen mehrten, trat der Umstand immer mehr und mehr zutage, dass nicht alle Messungen durch ein und dasselbe Rotationsellipsoid dargestellt werden können. In erster Linie musste hiebei allerdings an die unvermeidlichen Beobachtungsfehler gedacht werden, welche jeder Messung infolge der Unvollkommenheit der Sinne und der zur Beobachtung verwendeten Instrumente anhaften. Die Aufgabe war daher, die Dimensionen des Erdkörpers so zu bestimmen, dass diese Fehler möglichst unschädlich gemacht werden, was nur durch Vereinigung einer möglichst großen Zahl von Messungen erzielt werden kann. Zwei der wichtigsten Arbeiten dieser Art lieferten **Bessel** 1841 und **Clarke** 1880, welche die folgenden Werte erhielten:

	Bessel'sches Erdellipsoid	**Clarke'sches** Erdellipsoid
Halbe große Axe $a =$	6377397·15 Meter	6378249·2 Meter
Halbe kleine Axe $b =$	6356078·96 „	6356515·0 „
Abplattung $\alpha = \frac{a-b}{a} =$	$\frac{1}{299.153}$	$\frac{1}{293.465}$

In den einzelnen bis 1880 durch Combination verschiedener Gradmessungen abgeleiteten Ellipsoiden stiegen die Unterschiede bis auf 2·8 *km* in den großen Halbaxen, Unterschiede, welche den Beobachtungsfehlern allein nicht zugeschrieben werden können, und welche zu dem Resultate führen mussten, dass die Form der Erde überhaupt kein Rotationsellipsoid sei. Im allgemeinen schließt sich das **Clarke'sche** Ellipsoid namentlich den außereuropäischen Gradmessungen etwas besser an; doch wird jetzt für die Berechnung der wahren Form der Erde (Abweichungen von dem Ellipsoide) meist das **Bessel'sche** den Rechnungen zugrunde gelegt, umsomehr, als für dasselbe eine Reihe die Rechnung erleichternde Tafeln construiert ist. Speciell für die europäischen Messungen entspricht übrigens thatsächlich, wie neuerliche Untersuchungen erst wieder gezeigt haben (vgl. pag. 104) das **Bessel'sche** Ellipsoid den Beobachtungen besser.

Zur Bestimmung der Erddimensionen aus Gradmessungen tritt nun noch diejenige aus Schweremessungen durch Pendelbeobachtungen hinzu. Da nämlich die Intensität der Schwerkraft in einem Punkte von der Entfernung des Punktes vom Erdmittelpunkte und von dem Verhältnis der Fliehkraft zur Anziehungskraft der Erde abhängt, so werden Beobachtungen der Schwerkraft einen

[2]) In der Praxis wird die Rechnung allerdings noch complicierter, da man die Verschiedenheit in der geographischen Breite der Endpunkte zu berücksichtigen hat.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Schluss über die Figur der Erde gestatten. Zur Bestimmung der Schw dienen Beobachtungen über die Länge des Secundenpendels (oder auch des Halbsecundenpendels). Aus der bekannten Formel für die Schwingungszeit

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

folgt

$$g = \frac{\pi^2 l}{t^2}$$

also für $t = 1^s : g = \pi^2 l$; für $t = \frac{1}{2}^s : g = 4 \pi^2 l'$

so dass die Beobachtung von l, bez. l' die Berechnung von g ermöglicht. g ist nun eine Function der geographischen Breite, so dass man aus zwei beobachteten Werten von g (einem in der Nähe des Äquators, einem möglichst nahe dem Pole) oder mit Rücksicht auf die Beobachtungsfehler aus mehreren Werten derselben, die Figur der Erde bestimmen kann. Aus dem für die Länge des Secundenpendels zugrunde zu legenden Ausdrucke

$$l = a + b \sin \varphi^2$$

in welchem die Coefficienten a, b, aus den Beobachtungen zu bestimmen sind,[3]) folgt die Schwerkraft im Äquator g_0 und im Pole g_1 für $\varphi = 0$ und $\varphi = 90^0$, aus welchen Werten sich, wenn überdies ω das Verhältnis der Centrifugalkraft am Äquator zur Schwerkraft bedeutet, nach dem **Clairaut'schen** Theorem

$$\alpha = \frac{5}{2} \omega - \frac{g_1 - g_0}{g_0}$$

findet. Aus den Schweremessungen ergibt sich das bereits 1861 von **Baeyer** hervorgehobene Resultat, dass die hiebei resultierenden Abplattungen sämmtlich größer, nämlich etwa $\frac{1}{288}$, gefunden werden.

Welches ist nun die Figur der Erde?

Das Rotationsellipsoid (an Stelle der Kugel) musste als solche angenommen werden, weil es eine Gleichgewichtsfläche ist, nämlich diejenige Fläche, auf welcher die Richtung der Schwerkraft (die Resultierende aus der Anziehung der Erde und der Fliehkraft) in jedem Punkte normal steht. Weicht aber die wirkliche Lothrichtung von der Normalen auf das Ellipsoid ab, d. h. finden „Lothstörungen" statt, so ist eben das Rotationsellipsoid keine Niveaufläche mehr, sondern als Niveaufläche hat man jene Fläche anzusehen, welche in jedem Punkte normal auf der wirklichen Lothrichtung steht.

Lothstörungen wurden schon frühzeitig erkannt (bereits bei der peruanischen Gradmessung von **Bouguer**) und richtig gedeutet, wie ja bekanntlich schon **Maskelyne** (1774) die Lothabweichung am Shehallien in Schottland

---

[3]) Dass bei der Reduction der Pendelbeobachtungen auf Änderungen der Länge durch Temperatur, auf den Luftdruck, den Einfluss der Schneiden, Mitschwingen des Stativs u. s. w. Rücksicht genommen werden muss, ebenso wie z. B. bei der Reduction der Zenitdistanzen auf die Biegung des Fernrohres, Neigung der Umdrehungsaxe, Excentricität des Kreises, Collimationsfehler u. s. w. mag nur kurz bemerkt werden.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

zur Bestimmung der Dichte der Erde verwendete. Die Ursache dieser Ablenkung kann zweierlei sein: erstens sichtbare Massenanhäufungen auf der Erdoberfläche, gegen welche hin das Loth abgelenkt wird (Attraction der Gebirgsmassen) und zweitens unsichtbare Massendefecte im Innern der Erde, von welchen das Loth durch die Anziehung der umgebenden Massen weg abgelenkt wird. Daraus folgt, dass im allgemeinen die Lothabweichungen am größten in der Nähe der Gebirge sein werden (wenn sich nicht unsichtbare Massendefecte dazu gesellen), so dass zu beiden Seiten der Gebirgsmassen eine starke Convergenz der Lothlinien auftreten wird. Zwischen den Stationen Duschet am Südabhange des Kaukasus und Wladikawkas am Nordabhange desselben wurde eine solche Convergenz im Betrage von 54″ bereits 1862 gefunden. Seither wurde diesem Umstande eine besondere Aufmerksamkeit geschenkt, und man fand allenthalben, selbst in der Ebene, Lothablenkungen in größerem oder geringerem Betrage.

Um hienach diejenige Niveaufläche zu finden, welche als Erdoberfläche zu bezeichnen ist, kann man in nebeneinander liegenden Punkten die Lothrichtungen gezogen denken, und von einem Punkte ausgehend, eine Fläche ziehen, welche alle diese Richtungen normal schneidet. Diese Fläche wurde von **Listing** das Geoid[4]) genannt (1872) und genauer so präcisiert, dass 1. seine Rotationsaxe mit der Erdaxe zusammenfällt; 2. das Ellipsoid und Geoid gleichen Inhalt haben, und 3. dass die Summe der Erhebungen und Vertiefungen über dem Meeresniveau ein Minimum sei.

Um die Abweichungen des Geoides vom Ellipsoid zu erhalten, sind unter anderen zwei Wege zu erwähnen: Man kann größere Stücke der Erdoberfläche (z. B. Europa oder auch noch kleinere Theile) als einem besonderen Ellipsoid angehörig ansehen und dieses so bestimmen, dass es sich diesem Theile des Geoides möglichst nahe anschmiegt. Dieses osculierende Ellipsoid wird natürlich nur für den betrachteten Theil der Erdoberfläche giltig sein, und die verschiedenen Ellipsoide, aus denen sich das Geoid zusammensetzen würde, würden discontinuierlich in einander übergehen. Besser ist es daher, an Stelle der wirklichen Erdoberfläche ein einziges Ellipsoid zu wählen, welches sich dem Geoid möglichst annähert, gegen welches dann aber die einzelnen Theile der wirklichen Erdoberfläche theils erhöht, theils vertieft sind. Als solches Referenzellipsoid wird gegenwärtig eines der beiden erwähnten, dass **Bessel'sche** oder **Clarke'sche**, gewählt, und die Überhöhung beziehungsweise Vertiefung des Geoides berechnet.

---

[4]) Das Geoid fällt keineswegs mit der physischen Erdoberfläche, d. i. den Terrainänderungen zusammen, da ja die Lothablenkungen diesen weitaus nicht vollständig folgen; das Loth steht nicht senkrecht auf der physischen Erdoberfläche und die Abweichungen des Geoides von dem Sphäroid sind weit geringer als die Unregelmäßigkeiten der physischen Erdoberfläche.

Die Oberfläche des Geoides ist stetig, ohne Spitzen und Kanten, hingegen ändert sich die Krümmung desselben an der Trennungsfläche zweier Medien sprungweise (vergl. **Bruns** „Die Figur der Erde" und **Helmert** „Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie").

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Die zur Bestimmung des Geoides dienenden Operationen sind demnach die Verbindung der Triangulation (geodätische Operationen) mit den directen Polhöhen-, Längen- und Azimutbestimmungen (astronomische Beobachtungen). Die ersten liefern die Daten zur Berechnung der Entfernung zweier Punkte im Längenmaße, beziehungsweise zur Übertragung der geographischen Positionen eines Ortes mittels dieser Entfernung und der Richtung der Verbindungslinie auf den zweiten Ort; die zweite Gruppe gibt diese Positionen unmittelbar, und durch Vergleichung der Resultate erhält man die Lothablenkungen.

Da solche aber an allen Punkten vorkommen können, so muss in aller Strenge bei der „geodätischen Übertragung" bereits auf diesen Umstand Rücksicht genommen werden, in erster Linie durch eine sich den Beobachtungen anpassende Vertheilung der Lothablenkungen.

Weiters liegen die verschiedenen Beobachtungsorte nicht in derselben Höhe, und da dieser Höhenunterschied die Messungen ebenfalls beeinflussen kann, so muss er gleichfalls ermittelt werden, was durch die trigonometrische Höhenmessung und durch das Präcisionsnivellement [5]) geschieht.

Auch die Pendelmessungen, Schwerebestimmungen lassen sich zur Bestimmung der Abweichungen des Geoides vom Sphäroide heranziehen, da Massenauflagerungen oder Massendefecte, [6]) welche eben jene Abweichungen bestimmen, nicht nur die Richtung, sondern auch die Intensität der Schwerkraft beeinflussen.

Bei dem Präcisionsnivellement tritt schließlich noch eine Schwierigkeit hinzu. Unter den verschiedenen concentrischen, parallelen oder confocalen Ellipsoiden, welche sich in verschiedenen Höhen construieren lassen, ist eines, welches eine besonders bevorzugte Stellung einnimmt, nämlich dasjenige im Meeresniveau; als Figur der Erde ist demnach diejenige Gleichgewichtsfläche zu betrachten, welche die Fortsetzung der Meeresoberfläche bildet. Der ruhende Meeresspiegel ist unter allen Umständen eine Niveaufläche, da jede Flüssigkeit infolge der leichten Verschiebbarkeit der Theilchen, die durch die Resultierende aller wirkenden Kräfte bestimmte Oberfläche einnimmt; sie repräsentiert daher auch das Geoid. Der Meeresspiegel ist aber nie ruhend, sondern steht unter dem Einfluss stetig veränderlicher Kräfte (Ebbe und Flut), welche zeitliche Änderungen des durch den mittleren Wasserstand gegebenen „mittleren Meeresspiegels" bedingen, und die Beobachtungen beziehen sich daher auf den mittleren Meeresspiegel für die verschiedenen Oceane.

Wenn nun auch die Veränderlichkeit in der Höhe durch Ebbe und Flut hiedurch eliminiert erscheint, so gilt dieses nicht bei Verbindung mehrerer Gewässer. Bestimmt man den mittleren Wasserspiegel für verschiedene Oceane (Mittelmeer, Ostsee, Nordsee) durch das Präcisionsnivellement, so findet man, dass der Nullpunkt für dieselben nicht gleich hoch zu liegen scheint. So ist [7])

---

[5]) D. i. die directe Bestimmung der gegenseitigen Höhenlage verschiedener Punkte durch Fortschreiten von Punkt zu Punkt längs gewisser Hauptstraßen (meist dem Verlauf der Eisenbahnen folgend).

[6]) Diese können übrigens schon durch Änderungen in der Gesteinsart bedingt sein.

[7]) **Börsch** „Die Vergleichung der Mittelwässer und der Nullpunkte für die Höhen".

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

das Mittelwasser des Mittelmeeres bei Alicante um 0·666 *m* höher als das Mittelwasser der Nordsee bei Amsterdam, bei Genf um 0·022 *m*, des atlantischen Oceans bei Biarritz um 0·287 *m* höher und bei Les Sables d'Olonnes um 0·288 *m* tiefer als das Mittelwasser der Nordsee bei Amsterdam.

Weiters ist z. B. das Mittelwasser des adriatischen Meeres bei Triest um 0·17 *m* höher als bei Fiume, bei Fano und Pesaro um 0·25 *m* tiefer als bei Rimini. Infolge dieses Umstandes wird bis jetzt von der Wahl eines gemeinsamen Nullpunktes für die Höhen abgesehen.[8])

Dieser Höhenunterschied der Mittelwässer ist natürlich nur scheinbar und rührt davon her, dass man beim Nivellieren in immer andere Niveauflächen kömmt; der Höhenunterschied könnte sich nur dann gleich Null ergeben, wenn die Niveauflächen parallel wären, was sie in der That nicht sind.[9])

Das erste Postulat **Listings** ist seither ebenfalls erschüttert worden. Die Rotationsaxe der Erde fällt nämlich nicht mit der Erdaxe zusammen. Die letztere ist die Hauptträgheitsaxe des kleinsten Momentes. Schon **Euler** hatte gefunden, dass die Rotationsaxe, wenn sie nicht mit der Hauptträgheitsaxe des kleinsten Momentes zusammenfällt, im Körper nicht fest bleibt, sondern sich um diese in einem kleinen Kegel dreht. **Nyrén** hat zuerst aus Beobachtungen gefunden, dass diese Coincidenz der Axen für die Erde thatsächlich nicht stattfindet, sondern dass sie miteinander einen Winkel von etwa 0″·1 (Abstand der beiden Pole 3 *m*) einschließen. Infolgedessen wird nun allerdings die Lage der Lothlinien nicht geändert[10]), wohl aber die Lage der Pole und somit die Lage der Meridiane und Parallelkreise, d. i. die Polhöhe der einzelnen Orte. Die genaue Bestimmung dieser erfordert daher Untersuchungen über die Veränderungen der Polhöhe mit der Zeit, d. h. Untersuchungen über die instantane Lage der Erdpole (Pole der Rotationsaxe) auf der Erdoberfläche (d. i. gegen die Endpunkte der Hauptträgheitsaxe des kleinsten Momentes). Die Verhältnisse werden noch dadurch wesentlich complicierter, dass auch die Hauptträgheitsaxen der Erde nicht fest sind. Infolge der verschiedenen Massenvertheilung auf der Erdoberfläche und der durch die ungleichmäßige Vereisung während des einen Theiles des Jahres und das Abschmelzen des Eises in der anderen Hälfte desselben erzeugten Massenverschiebung sind die Hauptträgheitsaxen in einer beständigen periodischen Bewegung begriffen, zu welcher sich noch eine in jährlicher Periode ablaufende Bewegung des Luftmeeres gesellt, als deren Resultat die Variation der Polhöhen erscheint.

Die Operationen, welche zur Erkenntnis der wahren Figur der Erde dienen, sind daher die folgenden:

---

[8]) Verhandlungen der internationalen Erdmessung in Florenz 1891, pag. 95.

[9]) Es ist daher auch die Ausdrucksweise „von einem gemeinsamen Nullpunkt absehen" nicht ganz correct, da in der That der Nullpunkt durch das gemeinsame Meeresniveau bestimmt ist, der erhaltene Höhenunterschied aber von dem Wege (dem Theile der Nivellementsschleife) abhängt.

[10]) Die Änderung infolge der geänderten Richtung der Fliehkraft ist absolut verschwindend.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

1. Geodätische Operationen, d. i. die Triangulation: Basis- und Winkelmessung.

2. Astronomische Beobachtungen: Polhöhen-, Längen- und Azimutmessungen.

3. Trigonometrische Höhenmessung.

4. Das Präcisionsnivellement.

5. Schweremessungen.

6. Untersuchungen über Polhöhenschwankungen.

Schon als in der Mitte des 19. Jahrhunderts die Aufmerksamkeit der Beobachter auf die beträchtlichen Abweichungen der Beobachtungen gelenkt worden war, wurde 1861 von Generallieutenant **Baeyer**, dem Mitarbeiter **Bessels** an der ostpreußischen Gradmessung, die Nothwendigkeit einer planmäßigen Vervielfältigung der Beobachtungen nahegelegt.[11]) In einem Werkchen: „Die Figur der Erde, eine Denkschrift zur Begründung einer mitteleuropäischen Gradmessung" hatte er die Idee angeregt, ganz Mitteleuropa von Christiana und Upsala im Norden bis Palermo nach Süden, dann zwischen Leiden, Brüssel im Westen bis gegen Memel, Königsberg, Warschau im Osten mit einem Netz von Dreiecken zu überziehen. Er fand Unterstützung und bald war die „mitteleuropäische Gradmessung" zur Realisierung seiner Pläne constituiert. Allein diese hatte als solche keinen langen Bestand, denn schon 1867 wurde dieselbe, nachdem alle europäischen Staaten, mit Ausnahme der Türkei und Griechenlands, beigetreten waren, zur „europäischen Gradmessung", aus welcher sich 20 Jahre später die „internationale Erdmessung" constituierte, deren Aufgabe gegenwärtig dahin präcisiert werden kann, die Abweichungen des Geoides von der mathematischen Figur des Ellipsoides möglichst genau in analytisch darstellbarer Form oder wenigstens thunlichst genau durch empirische Daten zu geben.

Der internationalen Erdmessung waren die folgenden 21 Staaten für die Dauer von 10 Jahren beigetreten: Argentinien, Belgien, Chili, Dänemark, Deutschland, Frankreich, Griechenland, Italien, Japan, Mexiko, Niederlande, Norwegen, Österreich-Ungarn, Portugal, Rumänien, Russland, Schweden, Schweiz, Serbien, Spanien, Vereinigte Staaten von Nordamerika. Das Übereinkommen war 1897 abgelaufen und wurde erneuert, wobei jedoch einige Änderungen eintraten. Argentinien und Chili erklärten wegen Mangels der nöthigen Credite nicht mehr beizutreten; hingegen trat an Stelle von Österreich-Ungarn jede der beiden Reichshälften für sich; da überdies auch England seinen Beitritt erklärte, so besteht seit 1897 die internationale Erdmessung wieder aus 21 Staaten.

Als Central-Bureau der Erdmessung dient das kgl. preußische geodätische Institut; die wissenschaftlichen und geschäftlichen Agenden ruhen in den Händen einer „permanenten Commission", welche aus der Mitte der Delegierten der sämmtlichen betheiligten Staaten gewählt werden. Die General-Conferenz

[11]) **Gauss** hatte übrigens schon 1828 auf eine derartige Ausdehnung der Beobachtungen hingewiesen.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

der sämmtlichen Delegierten tritt mindestens alle 3 Jahre zusammen. Endlich erklärte die kaiserlich deutsche Reichsregierung „sich gern bereit, falls die Förderung des Unternehmens diplomatische Vermittlung erfordert, diese eintreten zu lassen“.[12])

Die folgende Tabelle stellt den Stand der Arbeiten bis Ende 1898 in den einzelnen Staaten dar:

Tabelle I.

	Basismessungen	Längen	Breiten	Azimute
Baden	—	—	4	3
Bayern	3	15	19	62
Belgien	2	5	6	6
Capland	3	keine Berichte		
Dänemark	2	4	22	7
Frankreich	12	62	54	36
Griechenland*)	1	—	1	1
Großbritannien	7	keine Berichte		
Hessen-Darmstadt	1	—	1	1
Indien	10	keine Berichte		
Italien	9	34	32	25
Niederlande	2	8	16	15
Norwegen	4	6	12	27
Österreich-Ungarn	21	62	104	98
Portugal	1	1	6	6
Preußen	10	79	165	76
Rumänien	3	4	4	2
Russland	20	72	58	19
Sachsen	1	16	17	11
Schweden	6	9	11	13
Schweiz	5	16	47	45
Spanien	9	14	18	19
Vereinigte Staaten (Nordamerika)	10	67	84	50
Württemberg	1	—	7	6
Summe	143	474	688	528

*) Messungen von österreichischen Officieren ausgeführt.

Unter den 474 Längenbestimmungen sind dabei 73 doppelt gezählt, indem diejenigen, welche zwei Städte in verschiedenen Staaten verbinden, in beiden dieser Staaten aufgezählt sind,[13]) so dass im ganzen 401 Längenbestimmungen verbleiben.

In Tabelle I sind nebst dem Überblick über die astronomischen Arbeiten auch gleichzeitig Messungen, welche als der zeitraubendste Theil der trigonometrischen Arbeiten nur in geringer Zahl ausgeführt werden, aufgenommen, nämlich die Basismessungen. Eigentlich würde ja eine einzige Basis genügen,

[12]) Verhandlungen der permanenten Commission 1896 zu Lausanne, pag. 64.

[13]) Z. B. die Längenmessung Wien—Paris in Österreich und Frankreich.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

indem alle weiteren linearen Messungen durch die Triangulation ersetzt werden könnten. Die Sicherheit und Genauigkeit erfordert es aber, dass in verschiedenen Theilen des Netzes eine Basis gemessen werde, und wie man sieht, steht hier Österreich-Ungarn an erster Stelle. Übrigens muss bemerkt werden, dass die sämmtlichen 21 Basismessungen in Österreich-Ungarn in die Zeit seit 1840 fallen, während in anderen Staaten einzelne der berücksichtigten Basismessungen noch in den Anfang des Jahrhundertes fallen; zwei der mitgezählten (die Basis von Melun und Perpignan) vor 1800.[14]) Ebenso sind von den 7 englischen Basismessungen zwei vor 1800 ausgeführt, eine derselben (als besondere Basismessung angeführt) im Jahre 1849 wiederholt.

Über die Vertheilung der Längen-, Breiten- und Azimutmessungen nach der Zeit gibt die Tabelle auf Seite 103 einen Überblick.

Viel zahlreicher sind selbstverständlich die Triangulierungspunkte. Auf die einzelnen Kronländer von Österreich und auf Ungarn entfallen:

Niederösterreich	15	Krain	11	Mähren	14
Oberösterreich	15	Küstenland	12	Schlesien	5
Salzburg	5	Tirol und Vorarlberg	39	Galizien	109
Steiermark	20	Böhmen	55	Bukowina	22
Kärnten	12			Dalmatien	30

zusammen 364; Ungarn 221, Kroatien und Slavonien 39, zusammen 260; Occupationsgebiet 29. Hiezu kommen noch die früher in Lombardo-Venetien gemessenen 13 und die zum Anschluss in Albanien österreichischerseits gemessenen 27 Punkte, zusammen daher 693 Punkte erster Ordnung.

Aus diesen Beobachtungen ergeben sich die Lothstörungen auf den beobachteten Punkten; allein bei dem ausgedehnten Beobachtungsmateriale bleibt die Berechnung stets etwas zurück, so dass die Resultate erst allmählich publiciert werden können. An eine umfassende definitive Bearbeitung des Gesammtmateriales ist gegenwärtig noch nicht zu denken, theilweise schon aus dem Grunde nicht, weil selbst in Europa noch nicht alle projectierten Dreiecke gemessen, viele der gemessenen noch nicht ausgeglichen sind.

Hauptsächlich sind es gegenwärtig in Europa sechs Dreiecksketten, denen sich das vorwiegende Interesse zuwendet, und welche von der permanenten Commission der internationalen Erdmessung in Lausanne 1896 als zunächst zu vollendende Arbeiten in Aussicht genommen sind:

1. Eine Längengradmessung um den 52. Parallel, von den westlichsten Theilen von England (Valentia-Inseln) über London, Dünkirchen, Deutschland, Russland bis Orsk im Ural (in der Ausdehnung von nahe 70 Graden).

2. Die französisch-bayerisch-österreichische Gradmessung im 47. Parallel, von der Westküste Frankreichs über Österreich-Ungarn an den Kaspi-See.[15])

[14]) 1890 und 1891 neu gemessen, in der Tabelle aber als 4 Basismessungen aufgenommen.

[15]) Die etwas südlicher, im 45. Parallel gelegene Längengradmessung, von der Mündung der Garonne über Turin, Mailand nach Fiume sich erstreckend, ist in diesen Plan nicht aufgenommen, könnte aber ganz wohl durch ihre weitere Ausdehnung über Kroatien, Slavonien, Südungarn und Rumänien bis an die Donaumündung von Wichtigkeit werden.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Tabelle II.

	Längen										Breiten										Azimute										Längen	Breiten	Azimute
	Vor 1830	1830—1850	1850—1860	1860—1870	1870—1875	1875—1880	1880—1885	1885—1890	1890—1895	1895—1898	Vor 1830	1830—1850	1850—1860	1860—1870	1870—1875	1875—1880	1880—1885	1885—1890	1890—1895	1895—1898	Vor 1830	1830—1850	1850—1860	1860—1870	1870—1875	1875—1880	1880—1885	1885—1890	1890—1895	1895—1898	Zusammen		
Belgien	—	—	2	3	—	—	—	—	—	—	—	—	2	1	—	—	1	2	—	—	—	3	—	—	—	—	1	2	—	—	5	6	6
Dänemark	—	—	3	—	—	1	—	—	—	—	5	—	—	—	—	—	—	3	6	8	—	2	—	3	—	—	—	—	2	—	4	22	7
Deutschland	—	—	2	32	21	24	8	16	5	2	4	4	4	33	42	11	25	50	19	21	3	5	4	21	9	5	34	58	15	5	110	213	159
Frankreich	—	—	2	12	8	19	8	5	4	4	—	—	—	10	1	9	10	9	8	7	—	—	—	7	1	8	7	3	4	6	62	54	36
Grossbritannien	keine Berichte										keine Berichte										keine Berichte												
Italien	—	—	—	4	10	3	12	1	1	3	—	—	—	1	8	8	9	2	2	2	—	—	—	—	10	4	6	1	2	2	34	32	25
Niederlande	—	—	—	5	—	1	1	—	1	—	—	—	—	1	—	—	1	—	1	13	—	—	—	1	—	1	—	—	1	12	8	16	15
Norwegen	—	—	—	2	—	1	—	2	1	—	—	1	—		1	2	2	1	1	—	—	—	—	6	2	3	3	6	5	2	6	12	27
Österreich-Ungarn *)	—	—	—	4	35	11	10	2	—	—	—	—	—	13	22	13	9	34	13	1	—	—	—	14	15	17	10	32	11	—	62	105	99
Portugal	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	2	1	1	—	—	—	1	1	—	—	3	1	—	1	6	6
Rumänien	—	—	—	—	1	1	1	—	—	1	—	—	—	—	—	1	1	—	—	2	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—	4	4	2
Russland	—	—	—	15	8	15	13	13	6	2	—	1	3	12	3	6	9	16	8	—	—	3	1	7	—	—	1	6	1	—	72	58	19
Schweden	—	—	—	3	—	1	2	3	—	—	—	—	—	—	—	4	5	2	—	—	—	—	—	—	—	4	5	2	1	1	9	11	13
Schweiz	—	—	—	9	3	4	—	—	—	—	—	1	—	4	—	1	2	9	22	8	—	—	—	7	—	—	3	15	16	4	16	47	45
Spanien	—	—	—	1	—	1	3	2	5	2	—	—	—	—	5	10	2	—	1	—	—	—	—	1	6	10	2	—	—	—	14	18	19
Vereinigte Staaten	—	—	—	—	—	—	—	25	27	15	—	—	—	—	—	—	—	27	44	13	—	—	—	—	—	—	—	19	25	6	67	84	50
Zusammen	—	—	9	90	86	83	58	69	50	29	9	7	9	79	83	66	76	157	126	76	3	13	5	68	44	52	73	148	84	38	474	688	528
davon doppelt																															73		
																															401		

*) Und Griechenland.

Universitäts- und Landesbibliothek Düsseldorf

3. Die Vollendung der russisch-skandinavischen Breitengradmessung von Odessa über Petersburg nach Tornea.

4. Eine Breitengradmessung von den Niederlanden über Bonn durch die Schweiz bis Genua und Nizza.

5. Eine Breitengradmessung durch Pommern, Posen, Schlesien über Wien und Dalmatien.

6. Eine Ausdehnung der englisch-französischen Gradmessung über die Balearen nach Nordafrika.[16])

Hiezu kommt dann noch die auf der XII. allgemeinen Conferenz der internationalen Erdmessung in Stuttgart 1898 vorgeschlagene Wiederaufnahme der peruanischen Gradmessung mit einer thunlichsten Ausdehnung derselben nach Nord und Süd.

Am vollständigsten liegen bisher einige Resultate der Längengradmessung im 52. Parallel vor. **Helmert** berichtet hierüber 1896, dass sich als vorläufiges Resultat ergab, dass der Parallel von 52° von einer ebenen Curve an mehreren Stellen um einige hundert Meter abweicht, ferner aber das wichtige Resultat, dass der Krümmungshalbmesser des Parallels merkwürdig klein ist, nur etwa 198 *m* größer als derselbe aus dem **Bessel**'schen Ellipsoid folgt, aber 486 *m* kleiner als aus dem **Clarke**'schen Ellipsoide, woraus eine „enorme continentale Abweichung des Geoides" folgt (l. c. pag. 68), nämlich eine, gegenüber den anderen Continenten wesentlich stärkere Wölbung der Erdoberfläche über dem europäischen Continente.[17])

Nebst diesen großen, ganze Erdtheile betreffenden Anomalien, denen zufolge ein ganzer Continent einer flachen Blase ähnlich sich über dem Sphäroid erhebt, sind Abweichungen, die durch locale Störungen bedingt sind, nicht zu übersehen. Bei den ausgedehnten Beobachtungen in Europa ist es selbstverständlich, dass hier bereits einige wichtige Resultate, wenn auch nur mehr gelegentlich, gefunden wurden. Die großen Abweichungen zu beiden Seiten des Kaukasus wurden schon erwähnt; ähnliche Resultate ergaben sich für einige Punkte der Alpen. Eine merkwürdig große Störung zeigt sich auf dem relativ wenig gebirgigen Terrain in der Krim, und zwar 65″ in Breite, 25″ in Länge. Neuerdings wurden sehr bedeutende Abweichungen auf den Sandwich-Inseln beobachtet, die größte auf Hawai: 98″ im Betrage, ähnliche auf den Inseln Maui (59″) und Oahu (52″).

Dass dergleichen locale Störungen nicht ohne Einfluss auf die Netzausgleichung bleiben können, indem namentlich in der Nähe von Gebirgen der Wert der Lothstörung wesentlich von der Wahl des Dreieckspunktes (dessen Entfernung vom störenden Gebirge) abhängt, ist selbstverständlich und legt den Gedanken nahe, zur definitiven Netzausgleichung eine eingehende Untersuchung über die localen Störungen vorauszuschicken. Wie eine Reihe von

---

[16]) Die Verbindung von Spanien mit Afrika ist durch eine Reihe von Dreiecken mit zum Theil außerordentlich langen Seiten bereits ausgeführt.

[17]) Es handelt sich dabei nicht etwa um eine durch das Hervortreten der Alpen erzeugte Wölbung, sondern um eine in der Richtung des 52. Parallels verlaufende, also durch keinerlei Gebirge bedingte Überhöhung.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

kleinen Wellen sich über einer großen Welle superponiert, so werden sich kleine Erhebungen und Vertiefungen des Geoides über einer großen continentalen Erhebung zeigen. Da aber die Größe der Gesammtanomalie wesentlich aus den der Rechnung zugrunde gelegten Lothabweichungen gefolgert wird, so muss jene geändert werden, wenn für diese andere Werte genommen werden. Die Frage ist hienach, welche von den in benachbarten Orten sich findenden, mitunter erheblich verschiedenen Lothabweichungen soll der Rechnung zugrunde gelegt werden? Diese Frage zu entscheiden, ist unmöglich, so lange nicht die localen Lothstörungen genau untersucht sind.

Die Bestimmung von astronomischen Coordinaten auf einigen, und selbst auf allen Triangulierungspunkten ist hiezu nicht ausreichend[18]) und erfordert dieses namentlich auf den Übergangsstellen vom Hochgebirge in die Ebene, sofern nur auf sichtbare Massenüberschüsse Rücksicht genommen wird, weiters aber ebensowohl in der Ebene als im Gebirge, sofern man, wie natürlich, die unsichtbaren Massendefecte ebenfalls ins Auge fasst, eine auf möglichst zahlreichen, durch Triangulierung festzulegenden Punkten ausgeführte Bestimmung von astronomischen Coordinaten. Eine solche, nach einer einfachen Methode auszuführende, bei welcher die Festlegung des Aufstellungspunktes durch Rückwärtseinschneiden vorgenommen werden kann, habe ich in den „Astronomischen Nachrichten“ Nr. 3724, vorgeschlagen und deren Ausführung für die nächsten Jahre in Aussicht genommen, zu denen ich im heurigen Sommer eine kleinere Serie von vorbereitenden Beobachtungen vorgenommen habe.[19])

Schweremessungen können nach zwei verschiedenen Methoden vorgenommen werden. Die ältere Methode der Bestimmung der absoluten Länge des Secundenpendels, von **Bessel** auf einen hohen Grad der Vollkommenheit gebracht, ist äußerst mühsam und kostspielig, erfordert an einer einzigen Station ausgedehnte Beobachtungsreihen, und kann daher nur zur Bestimmung der absoluten Schwere an gewissen Fundamentalstationen dienen. In neuerer Zeit werden nebstbei relative Schweremessungen (nach dem Vorschlage **Sternecks**) vorgenommen, durch Vergleichung der Schwingungszeiten zweier nahe gleicher Halbsecundenpendel, von denen jedes an einem der beiden Beobachtungsstationen beobachtet wird. Als Hauptstationen für diese Vergleichungen dienen dabei die folgenden 14: Berlin, Budapest, Greenwich, Hamburg, London (Kew), Moskau, München, Padua, Paris, Potsdam, Pulkowa, Straßburg, Wien

---

[18]) Wobei auch in Rücksicht zu ziehen ist, dass die Lothstörungen auf den Gipfeln der Gebirge, welche ja vorzugsweise als Triangulierungspunkte erster Ordnung dienen, verschwinden oder doch sehr klein werden.

[19]) Als Resultat derselben möchte ich schon jetzt bemerken, dass sich für kurz dauernde (auf ein bis zwei Nächte sich erstreckende) Beobachtungen auf Feldobservatorien die **Döllen'sche** Methode nicht so gut zu bewähren scheint, als es auf den ersten Blick erscheint; hauptsächlich aus dem Grunde, weil die sofortige Orientierung des Instrumentes bereits eine beträchtliche Helligkeit des Polaris voraussetzt. Man gelangt mindestens ebenso rasch und sicher zum Ziele nach der Methode, welche ich 1886 zur Bestimmung der Polhöhe des Meridianpfeilers der **v. Kuffner'schen** Sternwarte verwendete. (Vgl. Publicationen der **v. Kuffner'schen** Sternwarte, I. Bd., pag. 105 ff.)

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

(Militär-geographisches Institut), Wien (Türkenschanze, v. **Oppolzer'scher** Pendelpfeiler).

Bis 1895 waren von österreichischen Officieren an Schweremessungen ausgeführt worden: In Österreich 359, in Italien 8, in Bayern 5. — Von der k. k. Kriegsmarine: In Italien 54, in Österreich 41, in Großbritannien 1, in Norwegen 3; in außereuropäischen Staaten 30.

Außerdem nach denselben Methoden von anderen Gelehrten: In Baden und Württemberg 14, Frankreich und Nordafrika 49, Indien 38, Italien 4, Norwegen 17, Russland 49, Schweiz 45, Spanien 7, Vereinigte Staaten von Nordamerika 83.

Bezüglich der Untersuchungen über die Polhöhenschwankungen sei nur kurz erwähnt, dass auf der XII. allg. Conferenz der internationalen Erdmessung in Stuttgart 1898, die folgenden Stationen für einen „internationalen Breitendienst" in Vorschlag gebracht wurden:

Mizusawah in Japan 141·2° ö. L., Tschardiu in Russisch-Asien 63·6° ö. L., St. Pietro auf der Insel Sardinien 8·3° ö. L., Gaithersburg an der Delawarebay 77·2° w. L. oder Cincinnati (Ohio) 84·4° w. L. und Ukiah in Californien 123·3° w. L., sämmtlich sehr nahe 39·8° n. Breite.

Es mag bemerkt werden, dass die östlichste Station Mizusawah etwa 3° nördlich und 1° östlich von Tokio liegt, Tschardiu etwa 2° südlich und 5° westlich von Taschkend, St. Pietro etwa 2° nördlich und 4° westlich von Palermo, Gaithersburg $\frac{1}{2}$° nördlich und 2° östlich von Washington und Ukiah 1° nördlich und 1° westlich von San Francisco. Da Tokio, Taschkend, Palermo, Washington, Cincinnati, San Francisco wohlausgerüstete Sternwarten haben, welche sich zum Theil bereits mit der Frage beschäftigt haben, so wird es denselben wohl ein Leichtes sein, an den gewählten Orten den betreffenden Dienst zu eröffnen. Dass an Stelle derselben ihnen so nahe gelegene andere gewählt wurden, hat seinen Grund darin, dass man nach einer ganz bestimmten Methode **(Horrebow-Talcott)** dieselben Sternpaare beobachten will. Ob der hieraus resultierende Vortheil für die Erreichung der Resultate von so durchschlagender Bedeutung ist, dass hiedurch wesentlich Neues für die Geodäsie (von der hohen Bedeutung für die Astronomie kann natürlich an dieser Stelle nicht die Rede sein) in dem Umfange zu erwarten ist, dass von Seite der Erdmessung hiefür bedeutende Credite gewährt werden, muss allerdings erst die Zukunft lehren.

So umfassend der Stand der gegenwärtigen Beobachtungsreihen zur genauen Erforschung der Figur der Erde ist, so ist das, was bisher an Resultaten erhalten wurde, noch verhältnismäßig gering. In erster Linie ist die Ursache hievon in dem Umstande zu suchen, dass definitive Resultate erst nach Maßgabe der Discussion der sämmtlichen diesbezüglichen Beobachtungen gezogen werden können, und die Beobachtungsserien selbst in dem vorerst projectierten Umfange, bisher noch nicht abgeschlossen sind, wenngleich dieser Abschluss in nicht allzuferner Zeit zu gewärtigen ist. Die bisher erhaltenen provisorischen Resultate geben vielmehr erst eine Directive für die

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Richtung und den Umfang, in welchen weitere Beobachtungen erwünscht, beziehungsweise die abgeschlossenen zu discutieren sind. Ein weites Feld für die künftigen Untersuchungen wird sich hingegen in der erwähnten, so wichtigen Discussion der localen Störungen in der Richtung der Schwerkraft bieten, welche für die Geodäsie von mindestens so großer Bedeutung sind als die Untersuchungen über die Polhöhenschwankungen, so dass für dieselben in Zukunft jedenfalls die nöthigen Credite werden bewilligt werden müssen.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf