Vorwort.

(Auch Einführung in die Lehre von den Logarithmen.)

Tafel I.

Hauptzahlen	Nebenzahlen
1	0
2	1
4	2
8	3
16	4
32	5
u. s. w.	u. s. w.

Wenn man die echten Potenzen (etwa) von 2 als „Hauptzahlen" und die entsprechenden Exponenten als „Nebenzahlen" bezeichnet, so findet man unter andern folgendes Gesetz: **„Die Nebenzahl des Produkts zweier Hauptzahlen ist gleich der Summe der Nebenzahlen der Faktoren."** Aus der hier nebenan stehenden Tafel, die in 15 Minuten bequem bis zu 2^{30} zu erweitern ist, kann daher das Produkt zweier Hauptzahlen (auch der Quotient und anderes) fast ohne weiteres abgelesen werden. Die in die O. III. gehörenden Übungen dieser Art (cf. Programm-Abhandlung des Progymnasiums zu Wipperfürth von 1890, S. 1) wecken den Wunsch, in einem geordneten Zahlenverzeichnisse alle Zahlen, die uns beim Rechnen begegnen, als Hauptzahlen aufgeführt und bei allen auch Nebenzahlen von der oben bezeichneten Eigenschaft angegeben zu sehen. Hierdurch sind wir vor die folgende Aufgabe gestellt:

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Tafel II.

Hauptzahlen	Nebenzahlen
1,01	u
1,02	v
1,03	w
u. s. w.	

Tafel III.

Hauptzahlen	Nebenzahlen
1,001	x
1,002	y
1,003	z
u. s. w.	

„Zu einer Reihe von gleichmäfsig dicht auf einander folgenden Zahlen, die als Hauptzahlen betrachtet werden (s. z. B. Tafel II oder Tafel III), **sollen Nebenzahlen von der Eigenschaft angegeben werden, dafs allgemein die Nebenzahl des Produkts zweier Hauptzahlen gleich der Summe der Nebenzahlen der Faktoren wird.**

Diese Aufgabe hat seit dem Beginn des 17. Jahrhunderts verschiedene Lösungen erfahren, darunter eine (und zwar die erste) von dem ehrsamen deutschen Uhrmacher Justus Bürg, sodann auch eine von dem Oxforder Professor Henry Briggs, wobei sich die Nebenzahl von 10 gleich dem periodischen Dezimalbruch 0,999 . . ., also gleich 1 ergab. Letztere ist die brauchbarste. Die Briggs'schen Nebenzahlen könnte man daher mit Recht „goldene“ nennen. Briggs selbst hat sie „Logarithmi“ genannt; heute heifsen sie „gemeine Logarithmen“. Die Ausdrücke: 1) „die goldene Nebenzahl zur Hauptzahl a“, 2) „die goldene Nebenzahl von a“, 3) „der gemeine Logarithmus von a“ sind in der vorliegenden Abhandlung kurz wiedergegeben durch „Λa“ und „$\underline{\Lambda a}$“.

Aus dem Umstande, dafs $\Lambda 10 = 1$ ist, hat sich weiter ergeben, dafs allgemein $a = 10^{\underline{\Lambda a}}$ sein mufs. Hierauf sich stützend, hat man eine Definition der gemeinen Logarithmen aufgestellt, die zwar recht einfach ist, aber das Wesen der Einrichtung der Logarithmentafel nicht erklärt. (Die Logarithmentafel soll nämlich zur Berechnung der Logarithmen gewisser Summen dienen. Das deutet aber darauf hin, dafs auch ihre Logarithmen zunächst als Logarithmen von Summen zu betrachten sind.)

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Diesem gegenüber weist die vorliegende Abhandlung eine Definition der gemeinen Logarithmen auf, aus welcher sich durch Anwendung von rein elementaren Mitteln zunächst als „goldene“ Lösung der oben erwähnten Aufgabe die Logarithmen selbst, sodann deren Eigenschaften, wodurch sie brauchbar werden, und endlich auch die Hauptregeln für den Gebrauch der Logarithmentafel ableiten lassen.

§ 1. **Definition.**

I. Die gemeinen Logarithmen sind mit Ausnahme desjenigen von 1, welcher gleich Null ist, abgekürzte Dezimalbrüche von der Eigenschaft, dafs

$$\frac{z \cdot 0{,}86\ \ldots.}{2 \cdot (a+z) - z} < \Lambda \underline{a+z} - \Lambda \underline{a} < \frac{z \cdot 0{,}86\ \ldots.}{2 \cdot (a+z) - z} + \frac{0{,}036\ \ldots.}{(a:z)^3}$$

ist, wofern a und z positive Zahlen sind und z kleiner als a ist.

Bemerkungen: 1) 0,86 .... bedeutet den endlosen unperiodischen Dezimalbruch

0,86 858 89638 06503 65530 22578 37833 21016 45887 94011 60733 31322 .....

2) 0,036 .... soll gleich $\frac{1}{24} \cdot 0{,}86\ \ldots.$ sein.

(Vergleiche: Breuer, Das Notwendigste über die natürlichen Logarithmen. Leipzig, 1895.)

II. Ein Beispiel der Berechnung eines Logarithmus nach Nr. I.

Ersetzt man a durch 1 und z durch 0,024, so wird

$$\frac{z \cdot 0{,}86\ \ldots.}{2 \cdot (a+z) - z} = \frac{0{,}024 \cdot 0{,}86\ \ldots.}{2{,}024} = \frac{3 \cdot 0{,}86\ \ldots.}{253} = 0{,}01\,029\,9473\ \ldots.,$$

$$\frac{0{,}036\ \ldots.}{(a:z)^3} = \frac{0{,}036\ \ldots.}{(1000:24)^3} = 0{,}00\,000\,05;$$

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf