A. Magnetismus

§ 1. Die magnetischen Grundbegriffe. Das Coulombsche Gesetz.

1. Mit welcher Kraft stossen sich zwei Nordpole von den Stärken $m = 12$ und $m' = 26$ absoluten Einheiten in der Entfernung $r = 10$ cm ab?

Nach dem Coulombschen Gesetz ist die Kraft der Abstossung

$$F = \frac{mm'}{r^2} = \frac{12 \cdot 26}{10^2} = 3{,}12 \text{ Dynen} = 3{,}12 \text{ g cm sec}^{-2}$$

2. Wie verhalten sich die Kräfte F_1 und F_2 zu einander, welche ein Nordpol von der Stärke M auf einen anderen von der Stärke m in den Entfernungen r_1 und r_2 ausübt?

$$F_1 : F_2 = \frac{Mm}{r_1^2} : \frac{Mm}{r_2^2} = r_2^2 : r_1^2.$$

3 Es soll die Dimension der Polstärke hergeleitet und die Einheit derselben in G.C.S.-System definiert werden.

Nach dem Coulombschen Gesetz wirken zwei Pole von den Stärken m und m' in der Entfernung r mit der Kraft aufeinander

$$F = \frac{m \cdot m'}{r^2}, \text{ woraus folgt } mm' = r^2 F.$$

Da die Dimension von F gleich MLT^{-2}, die von r gleich L ist, so ist Dim $(m^2) = M L^3 T^{-2}$, also Dim $(m) = M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}$

Im absoluten Masssystem (G.C.S.-System) hat ein Magnetpol die Stärke 1 ($1 g^{1/2} cm^{3/2} sec^{-1}$), wenn er auf einen gleichstarken, in der Entfernung 1 cm von ihm befindlichen, die Einheit der Kraft (1 Dyne = 1 g cm sec^{-2}) ausübt.

4. Wie gross ist die Feldstärke $\mathfrak{F}$ eines Magnetpols von $m = 4 g^{1/2} cm^{3/2} sec^{-1}$ in den Entfernungen 1, 2, 3? Wie gross ist das Gesamtfeld dieses Pols?

Die Feldstärke ist:

$$\mathfrak{F}_1 = \frac{4 \cdot 1}{1^2} = 4, \quad \mathfrak{F}_2 = \frac{4 \cdot 1}{2^2} = 1,$$

$$\mathfrak{F}_3 = \frac{4 \cdot 1}{3^2} = 0{,}66 \ldots g^{1/2} cm^{-1/2} sec^{-1}.$$

Das Gesamtfeld des Pols ist

$$\Phi = 4 \pi m = 50{,}27 \; g^{1/2} cm^{3/2} sec^{-1}.$$

5. Wie gross ist das magnetische Moment und der spezifische Magnetismus eines Magnetstabs von der Länge $2l = 24$ cm und dem Gewicht 360 g, wenn der Polabstand das 0,83 ($= 5/6$)-fache der Stablänge und die Polstärke $m = 110$ absolute Einheiten (m. E) beträgt?

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Das magnetische Moment ist

$$\mathfrak{M} = 0{,}83 \,.\, m\, 2\, l = 0{,}83 \,.\, 110 \,.\, 24 = 2191{,}2 \text{ g}^{1/2} \text{cm}^{5/2} \text{sec}^{-1}.$$

Der spezifische Magnetismus ist

$$\frac{\mathfrak{M}}{\text{Masse des Stabes}} = \frac{2191{,}2 \,.\, 9{,}81}{360} = 59{,}71 \text{ g}^{-1/2} \text{cm}^{5/2} \text{sec}^{-1}.$$

6. Wie gross ist die Feldstärke a) eines Nordpols b) eines Südpols von $m = 10$ m. E. in den Entfernungen $r_1 = 2$ und $r_2 = 3$ cm vom Pol?

$$\text{a) } \mathfrak{F}_1 = \frac{m}{r_1^2} = 2{,}5, \ \mathfrak{F}_2 = \frac{m}{r_2^2} = 1{,}1 \text{ g}^{1/2} \text{cm}^{-1/2} \text{sec}^{-1}.$$

$$\text{b) } \mathfrak{F}_1 = -\frac{m}{r_1^2} = -2{,}5, \ \mathfrak{F}_2 = -\frac{m}{r_2^2} = 1{,}1 \text{ g}^{1/2} \text{cm}^{-1/2} \text{sec}^{-1}.$$

Im ersten Fall laufen die Kraftlinien vom Pol weg, im zweiten nach dem Pol hin.

7. In der Achsenrichtung eines Magnetstabes (Fig. 1) vom Polabstand 2 l und der Polstärke M befindet sich in der Entfernung r cm von der Mitte des Stabes ein nordmagnetischer Pol P von der Stärke m. Wie gross ist die Kraft der Einwirkung des Magnetstabs auf den Pol m und die Intensität des Feldes im Punkt P?

Der Nordpol, bezw. Südpol des Magnetstabs übt auf den Pol m im Punkt P die Kraft aus

$$F_n = +\frac{Mm}{(r-l)^2}, \text{ bzw. } F_s = -\frac{Mm}{(r+l)^2}$$

Die Resultante beider Wirkungen ist

$$F = F_n + F_s = \frac{Mm}{(r-l)^2} - \frac{Mm}{(r+l)^2} = \frac{2\,\mathfrak{M} \,.\, m}{r^3\,(1 - l^2 : r^2)^2}$$

wo $\mathfrak{M} = M2l$ gesetzt ist.

Für den Fall, dass l gegenüber r sehr klein ist, so dass $l^2 : r^2$ gegen 1 vernachlässigt werden kann, ist

$$F = \frac{2\,\mathfrak{M}\,m}{r^3} = \frac{4\,Mm\,l}{r^3}$$

Für $m = 1$ ergibt sich hieraus als Ausdruck für die Stärke des magnetischen Feldes im Punkt P

$$\mathfrak{F} = \frac{2\,\mathfrak{M}}{r^3\left(1 - \frac{l^2}{r^2}\right)^2} \text{ bzw. } \mathfrak{F} = \frac{2\,\mathfrak{M}}{r^3}$$

8. Ein nordmagnetischer Pol P von der Stärke m (Fig. 2) liegt in der Ebene des magnetischen Aequators eines Magnetstabs N S von der Länge 2 l und der Polstärke M und hat von der Mitte desselben die Entfernung r. Es soll die Kraft der Einwirkung des Magnetstabs N S auf den Pol m nach Grösse und Richtung bestimmt werden.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Die aus den Polen N und S herrührenden Kräfte $PD = F_n$ und $PC = F_s$ sind einander gleich und nach dem Coulombschen Gesetz

$$F_n = F_s = \frac{Mm}{r^2 + l^2}$$

Ihre Resultante $PA = F$ hat die Richtung von NS und ist, da wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke PCA und PNS

$$F : F_s = 2\,l : \sqrt{r^2 + l^2} \text{ ist,}$$

$$F = \frac{M\,2\,l\,m}{(r^2 + l^2)^{3/2}} = \frac{\mathfrak{M} \cdot m}{r^3\,(1 + l^2 : r^2)^{3/2}}$$

Für den Fall, dass l gegen r sehr klein ist und $l^2 : r^2$ gegen 1 vernachlässigt werden kann, ist

$$F = \frac{\mathfrak{M}\,m}{r^3}$$

Die Einwirkung eines Magnetstabs auf einen Magnetpol im magnetischen Aequator ist nur halb so gross wie auf einen solchen auf der Achse, der von der Mitte des Stabes die gleiche Entfernung hat.

Uebungsbeispiele.

9. Wie gross ist die Intensität zweier gleichstarker Magnetpole N und n, die sich in der Entfernung $r = 5$ cm mit einer Kraft von $P = 10$ g Gewicht abstossen? — $M = r\sqrt{981\,P} = 495{,}2\ g^{1/2} cm^{3/2} sec^{-1}$.

10. Die Pole N und S eines Magnetstabs von der Polstärke $M = 27$ m. E. sind $N\,S = 2\,l = 15$ cm von einander entfernt. In einem Punkt, der von N die Entfernung $r_1 = 9$ cm und von S die Entfernung $r_2 = 12$ cm hat, befindet sich ein Südpol von der Stärke $m = 12$ Einheiten. Wie gross ist der Grösse und Richtung nach die Einwirkung F des Magnetstabs auf den Pol m in P? — Die Kraft F ist $= 4{,}58$ m. E. und macht mit P S den $< \alpha = 29^0\ 23'\ 33''$.

11. Ueber der Entfernung $N\,S = 2\,l = 20$ cm der Pole eines Magnetstabs von der Polstärke $M = 10$ absoluten Einheiten wird ein Kreis beschrieben. Welche Lage nimmt eine kurze Magnetnadel ein, die sich in einem Punkt P auf der Peripherie des Kreises, $r = 16$ cm von N entfernt, befindet? — Ihre Achse bildet mit P N den $< \alpha = 60^0\ 36'\ 26{,}6''$.

12. Welche Stärke besitzt das magnetische Feld eines Pols von $m = 240$ Einheiten in der Entfernung $r = 16$ cm? — $\mathfrak{F} = 0{,}9375\ g^{1/2} cm^{-1/2} sec^{-1}$.

13. Die Pole N und S zweier langen Magnetstäbe von den Polstärken $M = 220$ und $M_1 = 180$ Einheiten stehen einander in der Entfernung $r = 10$ cm gerade gegenüber. Es soll die resultierende Einwirkung auf einen Nordpol von der Stärke $m = 72$ m. E bestimmt werden, der sich auf der Verbindungslinie N S befindet und von S $r_1 = 4$ cm entfernt ist. — Die resultierende Einwirkung beträgt

$$F = m\left\{\frac{M}{(r - r_1)^2} + \frac{M_1}{r_1^2}\right\} = 1250 \text{ Dynen, wenn m zwischen N und S liegt}$$

und $F = m\left\{\frac{M}{(r - r_1)^2} - \frac{M_1}{r_1^2}\right\} = -729{,}18$ Dynen, wenn m ausserhalb N S liegt und ist stets nach S hingerichtet.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

14. In welchem Abstand stösst ein Pol von $m_1 = 148$ m. E. einen anderen gleichnamigen von $m_2 = 130$ m. E. mit der Kraft $P = 16$ g Gewicht ab? — $x = 1{,}22$ cm.

15. Wie gross ist das Gesamtfeld eines Pols von der Stärke $M = 10$ absoluten Einheiten und die Feldstärke in $r = 2$ cm Abstand vom Pol? — $\Phi = 4\pi M = 125{,}67$ Einheiten, $\mathfrak{F} = M : r^2 = 2{,}5$ Einheiten.

16. Die Feldstärke eines Magnetstabs von der Länge $2l = 10$ cm beträgt auf der Achse, $r = 15$ cm vom Mittelpunkt entfernt, $\mathfrak{F} = 5 g^{1/2} cm^{-1/2} sec^{-1}$. Wie gross ist a) die Polstärke M, b) das magnetische Moment $\mathfrak{M}$ und c) das Gesamtfeld Φ des Magnetstabs?

a) $M = \frac{(r^2 - l^2)^2}{4\,r\,l} \cdot \mathfrak{F} = 666{,}67\ g^{1/2} cm^3\ {}^2 sec^{-1}$; b) $\mathfrak{M} = M\,2\,l = 6666{,}67\ g^{1/2} cm^{5/2} sec^{-1}$; c) $\Phi = 4\pi M = 8377{,}6\ g^{1/2} cm^{3/2} sec^{-}$.

17. Gauss legte seinen Messungen das Mg. Mm. S.-System zu Grunde. Wie gross sind demnach folgende Einheiten des G. C. S.-Systems, ausgedrückt in Einheiten des Gaussschen Masssystems und umgekehrt: a) Polstärke, b) magnetisches Moment, c) spezifischer Magnetismus eines Magnetstabs?

18. Eine Coulombsche Drehwage ist so aufgestellt, dass die Nadel bei ungedrehtem Faden auf 0 zeigt. Um sie um 1^0 aus dem magnetischen Meridian herauszudrehen, ist eine Torsion von $\alpha = 29^0$ nötig. Nähert man ihrem Nordpol vermittelst einer Oeffnung im Deckel den Nordpol eines Magnetstabs, so wird die Nadel um $\beta = 24^0$ abgestossen. Nach $n = 7$ Umdrehungen des Torsionskopfes beträgt die Ablenkung der Nadel nur noch $\beta' = 12^0$. Wie viel Umdrehungen müssen gemacht werden, um die Ablenkung auf $\beta'' = 10^0$ zurückzubringen? Wie verhalten sich die abstossenden Kräfte in den Entfernungen β, β', β''?

$$n = 10{,}7;\ F : F' : F'' = \frac{1}{24^2} : \frac{1}{12^2} : \frac{1}{10^2} = 1 : 4 : 5{,}76.$$

19. Von zwei Magnetstäben lenkt der eine die in Ruhe befindliche Nadel der vorigen Drehwage um $\beta_1 = 24^0$, der andere um $\beta_2 = 28^0$ ab. Wie verhalten sich die Polstärken M_1 und M_2 der verwendeten Magnetstäbe? — $M_1 : M_2 = \beta_1^3 : \beta_2^3 = 216 : 343$.

§ 2. Das magnetische Potential.

20. Welche Arbeit leisten die magnetischen Kräfte der (punktförmig gedachten) nordmagnetischen Menge m (Fig. 3.), indem sie die positive magnetische Einheit (+ 1) im Punkt P auf dem sehr kleinen Wege $PP_1 = r_1 - r$ von P nach P_1 abstossen? Entfernung der Menge m von P gleich r.

Nach dem Coulombschen Gesetz ist die Kraft der Abstossung in P bzw. P_1.

$$F = \frac{m}{r^2},\ \text{bzw. } F_1 = \frac{m}{r_1^2}$$

Auf dem sehr kleinen Weg $P\,P_1$ kann diese Kraft ohne Fehler als konstant und gleich $f = \frac{m}{r\,r_1}$ gesetzt werden, dann ist die zu leistende Arbeit

$$f\,(r_1 - r) = \frac{m}{r r_1}\,(r_1 - r) = \frac{m}{r} - \frac{m}{r_1}$$

21. Wie gross wird diese Arbeit, wenn das Teilchen (+ 1) auf dem endlichen Weg $P\,P_n = r_n - r$ von P nach P_n abgestossen wird? Wie lässt sich hieraus das Potential der

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Menge m im Punkt P herleiten? Entfernung von m und P gleich r, von m und P_n gleich r_n.

Zerlegt man die endliche Strecke $P\,P_n$ in unendlich viele unendlich kleine Strecken $P\,P_1$, $P_1\,P_2$, . . ., $P_{n-1}\,P_n$, dann ist die auf dem ganzen Weg geleistete Arbeit gleich der Summe der Elementararbeiten

$$\left(\frac{m}{r} - \frac{m}{r_1}\right) + \left(\frac{m}{r_1} - \frac{m}{r_2}\right) + \ldots + \left(\frac{m}{r_{n-1}} - \frac{m}{r_n}\right) = \frac{m}{r} - \frac{m}{r_n}$$

Für $r_n = \infty$ ist $\frac{m}{r_n} = 0$, d. h. die Arbeit, welche die magnetischen Kräfte von m leisten, indem sie das Teilchen (+ 1) vom Punkt P aus, der von m die Entfernung r hat, bis ins Unendliche befördern, ist $V = \frac{m}{r}$. Ebenso gross ist die Arbeit, die auf das Teilchen (+ 1) aufzuwenden ist, um dasselbe aus dem Unendlichen herein nach dem Punkte P zu bringen oder das Potential der nordmagnetischen Menge m im Punkt P ist

$$V = \frac{m}{r}$$

22 Die Dimension des Potentials herzuleiten.

Da $V = \frac{m}{r} = \frac{\text{Menge}}{\text{Länge}}$ ist, so folgt

$$\text{Dim}\,(V) = M^{1/2}L^{3/2}T^{-1} : L = M^{1/2}L^{1/2}T^{-1}$$

23. Es sollen die Niveauflächen eines Nordpols, bzw. Südpols von der Stärke m nebst den zugehörigen Kraftlinien bestimmt werden.

Die Niveauflächen sind Flächen gleichen Potentials. Für einen einzelnen Pol sind dieselben nichts anderes als konzentrische Kreise um den Pol und die Kraftlinien die zugehörigen Radien, die für einen Nordpol, bzw. Südpol vom Pol weg, bzw. zu diesem hinlaufen.

24. Wie gross ist das Potential eines sehr kurzen Magnetstäbchens AB (Elementarmagnet) (Fig. 4) vom magnetischen Moment $\mathfrak{M} = m\,2\,l$ in einem Punkt P, der von der Mitte C desselben die Entfernung r hat? $AB = 2l$, $PA = r_1$, $PB = r_2$.

Macht die Linie PC mit der Achse des Magnetstäbchens AB den $< \varphi$, so ist das Potential desselben im Punkt P

$$V = \frac{m}{r_1} - \frac{m}{r_2} = m\,\frac{r_2 - r_1}{r_2 r_1}$$

Für ein sehr kleines l ist nahezu $r_2 - r_1 = 2\,l \cos\varphi$ und $r_2 = r_1 = r$, daher ist nahezu das Potential auch

$$V = \frac{m\,2\,l\cos\varphi}{r^2} = \frac{\mathfrak{M}\cos\varphi}{r^2}$$

Dasselbe erreicht seinen kleinsten Wert $V = 0$ für $\varphi = 90^0$ d. h. wenn der Punkt in den magnetischen Aequator des

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Stäbchens fällt, und seinen grössten, nämlich $V = \frac{\mathfrak{M}}{r^2}$ für $\varphi = 0$, d. h. wenn P in die Achse des Stäbchens fällt.

25. Das Potential eines magnetischen Blattes vom magnetischen Moment $\mathfrak{M} = m\ d = f\ \Phi$ und der Magnetisierungsstärke $\Phi = d\ \sigma$ (d Dicke des Blattes, σ Dichte der Flächenbelegung, f Fläche des Blattes) in einem Punkt P zu ermitteln, von welchem aus das Blatt unter dem Körperwinkel ω erscheint.

Setzt man nach der vorigen Aufgabe an Stelle des Elementarmagneten AB ein magnetisches Blatt von der Dicke $d = 2\ l$, so ist $\mathfrak{M} = m\ 2\ l = f\ \sigma\ d = f\ \Phi$, daher ist das Potential im Punkt P $V = f\ \Phi \frac{\cos\varphi}{r^2}$. Legt man alsdann um P einen das Blatt projizierenden Kegel und beschreibt man um P eine Kugel vom Radius r und eine solche vom Radius 1, so sind die Flächen der Kugelhauben, welche von den Randstrahlen begrenzt werden $f \cos\varphi$ bzw. $f\frac{\cos\varphi}{r^2}$. Bezeichnet man den Inhalt der letzteren Haube mit ω, so ist

$$V = \mathfrak{M}\frac{\cos\varphi}{r^2} = f\ \Phi\frac{\cos\varphi}{r^2} = \Phi\ \omega,$$

wo ω auch als der Körperwinkel bezeichnet wird, unter welchem das Blatt von P aus erscheint.

Uebungsbeispiele.

26. Welche Arbeit leistet ein Nordpol von der Stärke m = 60 m. E., der die positive Mengeneinheit von r = 10 cm a) bis r_1 = 18 cm Abstand von m abstösst b) bis ins Unendliche befördert? — a) 2,67 Erg. b) 6 Erg.

27. Welche Arbeit ist gegen die abstossenden Kräfte eines Nordpols von der Stärke M = 16 Einheiten aufzuwenden, um einen Pol von der Stärke m = + 3 Einheiten aus dem Unendlichen bis auf r = 5 cm Abstand von M hereinzuschaffen? — Vm = 16 . 3 : 5 = 9,6 Erg.

28. Wie gross ist das Potential eines 2 l = 16 cm langen Magnetstabs von M = 96 m. E. Polstärke in einem Punkt P auf der Achse des Stabes auf der Seite des Nordpols, der r = 20 cm weit vom Stabmittelpunkt entfernt ist? — $V = 4{,}55\ g^{1/2}\ cm^{1/2}\ sec^{-1}$

29. Wie gross ist die Potentialdifferenz zwischen zwei gleichweit von der Mitte eines Magnetstabs entfernten und auf dessen Achse liegenden Punkten, wenn die Länge des Stabes 2l und die Polstärke M beträgt? — $V = V_1 - V_2 = 4\ M\ l : (r^2 - l^2)$.

30. In den Ecken eines Quadrats von a = 16 cm Seitenlänge liegen die Südpole von 4 Magnetstäben von derselben Stärke M = 120 m. E. und der gleichen Länge 2 l = 6 cm, während ihre Nordpole auf den Diagonalen gegen den Quadratmittelpunkt zu liegen. Wie gross ist das Potential in diesem Punkt? Wie ändert sich dasselbe, wenn die Südpole in ihrer Lage bleiben, aber die Nordpole abwechslungsweise auf den Diagonalen nach innen und aussen gerichtet sind? — Im ersten Fall ist V = 47,90 Erg, im zweiten Fall V = 16,60 Erg.

31. Wie gross ist das magnetische Moment $\mathfrak{M}$, die Polstärke M und das Potential eines magnetischen Blattes von der Fläche U, der Dichte der Belegung σ,

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

wenn seine Dicke d = 2 l ist, in einem Punkt P auf der Seite der nordmagnetischen, bzw. südmagnetischen Belegung, von welchem aus das Blatt unter dem Körperwinkel ω erscheint? — $\mathfrak{M} = U \Phi$; $M = U \sigma$, $V = \Phi \omega$, bzw. $V = - \Phi \omega$.

32. Wie gross ist das Potential eines magnetischen Blattes von der Stärke Φ in nächster Nähe zu beiden Seiten des Blattes? Wie gross ist die Potentialdifferenz zwischen zwei solchen auf beiden Seiten des Blattes gelegenen Punkten? $V_1 = 2 \pi \Phi$, bzw. $V_2 = - 2 \pi \Phi$; $V = V_1 - V_2 = 4 \pi \Phi$.

33. Wie gross ist das Potential eines kreisförmigen magnetischen Blattes vom Halbmesser r = 4 cm, der Dicke d = 0,01 cm und der Dichte $\sigma = 8{,}6$ Einheiten in einem Punkt P α) auf der Achse r = 4 cm von der Blattfläche entfernt β) in den Schnittpunkten der Achse mit den beiden Seiten des Blattes. Wie gross ist γ) der Potentialunterschied zwischen den beiden letzten Punkten und δ) die Magnetisierungs- und Polstärke des Blattes? — α) V = 0,158, β) $V_1 = 0{,}538$, $V_2 = - 0{,}538$, γ) $V = V_1 - V_2 = 1{,}076$ Erg. δ) $\Phi = 0{,}086$, M = 432,32 m. E.

§ 3. Das magnetische Feld der Erde.

34. Am 1. Januar 1901 betrug die Horizontalkomponente der erdmagnetischen Kraft für Ulm H = 0,20380 Einheiten und die Inklination i = 63° 38,7'. Wie gross ist sie jetzt (1. August 1903) sowie die vertikale Komponente V und die totale Intensität I, wenn die Komponente H jährlich um $20 \cdot 10^{-5}$ G.C.S.-Einheiten zu- und die Inklination i um 2',4 abnimmt?

Die Zunahme von H beträgt vom 1. Januar 1901 bis 1. August 1903 oder für $2^2/_3$ Jahre $2^2/_3 \cdot 20.10^{-5} = 53.10^{-5}$ Einheiten; sie ist also jetzt H = 0,20433 m. E.

Die Abnahme von i beträgt in dieser Zeit $2^2/_3 \cdot 2',4 = 6',4$, die Inklination ist also jetzt i = 63° 32',3.

Damit ergibt sich als Totalintensität I = H : cos i = 0,45855 und als vertikale Komponente V = I sin i = H tg i = 0,4105 Einheiten.

35. Wie gross ist das Drehmoment eines frei aufgehängten horizontal schwingenden Magnetstabs (Fig. 5) von der Polstärke M und dem Polabstand 2 l in einer Lage, die mit dem magnetischen Meridian den $< \alpha$ macht? In welchem Falle erreicht dasselbe sein Maximum?

Das Drehmoment ist $H M 2 l \sin \alpha = H \mathfrak{M} \sin \alpha$; dasselbe ist ist ein Maximum für $\alpha = 90^0$, d. h., wenn der Stab auf dem magnetischen Meridian senkrecht steht.

36. Die Schwingungszahl n eines in horizontaler Ebene schwingenden Magnetstabs vom magnetischen Moment $\mathfrak{M} = M 2 l$ im homogenen Feld von der Stärke $\mathfrak{H}$ zu bestimmen.

Die Schwingungen des Stabes erfolgen analog denen eines physikalischen Pendels. Kleine Ausschläge vorausgesetzt, ist die Schwingungsdauer t des letzteren angegeben durch

$$t = 2 \pi \sqrt{\frac{T}{\text{Mag}'}}$$

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

wo T das Trägheitsmoment des schwingenden Stabs und Mag das grösste Drehmoment des Pendelgewichts von der Masse M und dem Schwerpunktsabstand a darstellt. Hieraus erhält man die Schwingungsdauer des Magnetstabs, wenn man für T das Trägheitsmoment des letzteren, bezogen auf eine durch den Mittelpunkt gehende vertikale Drehachse und für Mag dessen grösstes Drehmoment im Feld von der Stärke $\mathfrak{H}$, nämlich $\mathfrak{H}$ M 2 l setzt, wo nun M die Polstärke des Magnetstabs bezeichnet. Die Schwingungsdauer des letzteren ist somit

$$t = 2\pi\sqrt{\frac{T}{\mathfrak{H}M2l}} = 2\pi\sqrt{\frac{T}{\mathfrak{H}\,\mathfrak{M}}}$$

und die Anzahl der in der Minute ausgeführten Schwingungen

$$n = \frac{60}{t} = \frac{60}{2\pi}\sqrt{\frac{\mathfrak{H}\mathfrak{M}}{T}} = \frac{60}{2\pi}\sqrt{\frac{\mathfrak{H}M2l}{T}}$$

Da nun für einen und denselben Magnetstab T und M2l konstante Grössen sind, so kann man setzen

$\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{M2l}{T}} = \sqrt{a}$, womit obige Gleichung übergeht in

$n = \sqrt{a}\,\sqrt{\mathfrak{H}}$ oder in $n^2 = a\,\mathfrak{H}$, d. h. $\mathfrak{H}$ ist proportional dem Quadrat der Schwingungszahl.

37. Die Intensitäten zweier magnetischen Felder mit einander zu vergleichen.

Lässt man eine Deklinationsnadel unter dem Einfluss des Erdmagnetismus allein schwingen, so ist $n^2 = a\,H$, wo H die Horizontalkomponente der erdmagnetischen Kraft bedeutet. Legt man hierauf in horizontaler Ebene in den Meridian einen Magnetstab S N, dessen Pol S in der Entfernung r_1 von der Magnetnadel die Feldstärke $\mathfrak{H}_1$ erzeugen möge, so addieren (subtrahieren) sich H und $\mathfrak{H}_1$ und es ist

$$n_1^2 = a\,(H + \mathfrak{H}_1)$$

Im Abstand r_2 des Pols S von der Magnetnadel ist

$$n_2^2 = a\,(H + \mathfrak{H}_2)$$

Durch Subtraktion folgt hieraus

$$n_1^2 - n^2 = a\,\mathfrak{H}_1,\ n_2^2 - n^2 = a\,\mathfrak{H}_2$$

und hieraus durch Division

$$\mathfrak{H}_1 : \mathfrak{H}_2 = (n_1^2 - n^2) : (n_2^2 - n^2)$$

38. Eine Deklinationsnadel macht unter dem Einfluss des Erdmagnetismus in der Minute $n = 24$ Schwingungen und unter dem hinzutretenden Einfluss eines Magnetpols $n_1 = 48$ Schwingungen. Wie verhält sich die Horizontalintensität H des Erdmagnetismus zum Feld $\mathfrak{H}$ des Magnetpols in dem gegebenen Punkt?

Es ist $n^2 = a\,H$ und $n_1^2 = a\,(H + \mathfrak{H})$, somit
$H : \mathfrak{H} = n^2 : (n_1^2 - n^2) = 24^2 : (48^2 - 24^2) = 1 : 3$.

39. Wie lässt sich nach den Methoden von Gauss (1833) mittelst eines Magnetstabes und einer kleinen Deklinations-

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

nadel das magnetische Moment des Stabes sowie die Horizontalkomponente H der erdmagnetischen Kraft bestimmen?

Zu den Versuchen benütze man einen Magnetstab, dessen Trägheitsmoment man kennt. Lässt man denselben in horizontaler Ebene um eine durch seinen Mittelpunkt gehende vertikale Achse schwingen, so ist seine Schwingungsdauer

$$t = 2\pi \sqrt{\frac{T}{\mathfrak{M}.H}},$$

woraus folgt

$$\mathfrak{M} \,.\, H = \frac{4\pi^2 \,.\, T}{t^2} = a, \qquad (1)$$

wo $\mathfrak{M} = M\,2\,l$ das magnetische Moment und M die Polstärke des Stabes bezeichnet.

Legt man nun den Magnetstab N S senkrecht zum magnetischen Meridian in horizontaler Ebene hin und bringt man in den Aequator desselben (Fig. 6) in eine Ebene mit dem Stab eine kleine Magnetnadel A B, welche die Polstärke m, die Länge 2 l' und vom Stab die Entfernung r haben möge, so wird letztere durch die Einwirkung des Stabes auf die Pole der Nadel um einen gewissen Winkel φ aus dem magnetischen Meridian abgelenkt Hiebei erzeugt der Stab ein Kräftepaar von der Kraft $F = \frac{M\,2\,l\,m}{r^3} = \frac{\mathfrak{M}\,m}{r^3}$ und dem Arm $B\,C = 2\,l' \cos\varphi$, während der Erdmagnetismus ein diesem entgegenwirkendes Paar von der Kraft Hm und dem Arm $AC = 2\,l' \sin\varphi$ hervorbringt. Die Nadel kommt zur Ruhe, sobald die Drehmomente beider Kräftepaare gleich sind, d. h. wenn

$$\frac{\mathfrak{M}\,.\,m}{r^3}\, 2l' \cos\varphi = Hm\; 2l' \sin\varphi \text{ ist,}$$

woraus sich die Quotientengleichung ergibt

$$\frac{\mathfrak{M}}{H} = r^3 \operatorname{tg}\varphi = b \qquad (2)$$

Die Gleichungen $\mathfrak{M} \,.\, H = a$ und $\mathfrak{M} : H = b$ geben nach $\mathfrak{M}$ und H aufgelöst, einerseits das magnetische Moment des Stabes $\mathfrak{M} = M\,2\,l = \sqrt{ab}$,
andererseits die Horizontalkomponente

$$H = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

in Einheiten des G.C.S.-Systems.

Lässt man den Stab in seiner Lage senkrecht zum magnetischen Meridian und bringt man die Magnetnadel in seine Achse, r cm weit von der Mitte des Stabes weg (Fig 7), so ist für den Fall des Gleichgewichts, wenn φ' die Ablenkung angibt:

$$F' \,.\, BC' = Hm \,.\, AC.$$

Nun ist nach Beispiel 7 die ablenkende Kraft

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

$$F' = 2\frac{M\,2l\,m}{r^3} = 2\frac{\mathfrak{M}\,m}{r^3},$$ womit diese Gleichung übergeht in

$$2\frac{\mathfrak{M}\,m}{r^3}\,2l'\cos\varphi' = Hm\,2l'\sin\varphi',$$

woraus die Quotientengleichung folgt:

$$\frac{\mathfrak{M}}{H} = \frac{r^3}{2}\operatorname{tg}\varphi' = b', \qquad (3)$$

die ebenfalls im Verein mit (1) zur Berechnung von $\mathfrak{M}$ und H benützt werden kann.

Ist der Quotient $l^2 : r^2$ nicht so klein, dass er gegen 1 vernachlässigt werden kann, so ist die rechte Seite der Gleichung (2) noch mit dem Faktor $\left(1 + \frac{l^2}{r^2}\right)^{3/2}$ und die rechte Seite der Gleichung (3) noch mit $\left(1 - \frac{l^2}{r^2}\right)^2$ zu multiplizieren.

Uebungsbeispiele.

40. Eine Deklinationsnadel macht in der Minute $n = 24$ Schwingungen. Nähert man ihrem Südpol den Nordpol eines langen Magnetstabs bis auf 10 bezw. 16 cm, so macht sie $n_1 = 50$, bezw. $n_2 = 36$ Schwingungen in derselben Zeit. In welchem Verhältnis stehen die resultierenden magnetischen Felder in diesen Entfernungen zu einander? — $\mathfrak{F}_1 : \mathfrak{F}_2 = 481 : 180 = 8 : 3$ (nahezu).

41. Eine kleine Deklinationsnadel macht unter dem Einfluss des Erdmagnetismus in der Minute $n = 36$ Schwingungen. Wird ihr in gleicher Höhe ein Magnetpol bis auf 40 cm genähert, so macht sie $n_1 = 48$ Schwingungen. Wie verhält sich die Horizontatkomponente H des Erdmagnetismus zum Feld $\mathfrak{F}$ des Magnetpols in der gegebenen Entfernung? — $H : \mathfrak{F} = 9 : 7$.

42. Wie gross ist das magnetische Moment eines Stabes, der an einem Faden frei aufgehängt, in der Minute $n = 11$ Schwingungen macht, wenn sein Trägheitsmoment $T = 512{,}4$ g cm² und die Horizontalkomponente des Beobachtungsortes $H = 0{,}2016$ Einheiten beträgt? — $\mathfrak{M} = 3373{,}08\,g^{1/2}cm^{5/2}sec^{-1}$.

43. Ein Magnetstab vom Trägheitsmoment $T = 620{,}8$ g cm² macht in horizontaler Aufhängung in 10,5 Minuten 90 volle Schwingungen. Wie gross ist das magnetische Moment desselben, wenn die Horizontalkomponente des betr Beobachtungsortes $H = 0{,}2038$ Einheiten beträgt? — $\mathfrak{M} = 2454\,g^{1/2}cm^{5/2}sec^{-1}$.

44. Von zwei Magnetstäben von gleicher Gestalt und Grösse macht der eine $n = 5$, der andere $n' = 4{,}8$ Schwingungen in der Minute in horizontaler Aufhängung. Wie verhalten sich a) ihre magnetischen Momente b) ihre Polstärken zu einander? — $\mathfrak{M} : \mathfrak{M}' = M : M' = 25 : 23$ (nahezu).

45. An zwei Orten von den Inklinationen i_1 nnd i_2 macht die Deklinationsnadel n_1 bezw. n_2 Schwingungen in der Minute. Wie verhalten sich die Totalintensitäten des Erdmagnetismus an diesen Orten und wie gross ist die Intensität $\mathfrak{J}_1$ des ersten Ortes, wenn die des zweiten $\mathfrak{J}_2$ Einheiten beträgt? —

$$\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{J}_2\,\frac{n_1^2}{n_2^2}\cdot\frac{\cos i_2}{\cos i_1}$$

46. An einem Ort (Ulm) mit der Inklination $i = 63^0\ 38',7$ wird die Inklinationsnadel um $\alpha = 30^0$ aus dem magnetischen Meridian herausgedreht. Unter welchem Winkel i' wird sie sich gegen den Horizont einstellen und wie

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

viel Schwingungen wird sie in dieser Ebene ausführen, wenn sie im magnetischen Meridian $n = 31$ Schwingungen in der Minute macht? — $i' = 66^0\ 46'\ 41{,}2''$; $n' = 33{,}61$.

47. Eine Magnetnadel macht an einem gewissen Ort (im Jahr 1903 in Ulm) im magnetischen Meridian $n = 16$ und in der Horizontalebene in derselben Zeit $n_1 = 10{,}68$ Schwingungen. Wie gross ist die Inklination i und die Totalintensität dieses Orts, wenn die Horizontalkomponente an demselben $H = 0{,}20433$ Einheiten beträgt? — $i = 63^0\ 32'$; $\mathfrak{J} = 0{,}45746$ Einheiten.

48. An einem Ort, für welchen $H = 0{,}20585$ beträgt, gibt die Nadel eines Magnetometers einen Ausschlag von $\alpha = 12^0\ 57'$, wenn ihr senkrecht zum magnetischen Meridian ein Magnetstab von der Länge $2l = 16$ cm auf $r = 24$ cm Abstand so genähert wird, dass die Achsenrichtung des letzteren durch den Mittelpunkt der Nadel hindurchgeht. Wie gross ist das magnetische Moment und die Polstärke des Stabes? — $\mathfrak{M} = 0{,}5\ H r^3 \operatorname{tg} \alpha = 327{,}3$ Einheiten.

49. Ein Magnet liegt senkrecht zum magnetischen Meridian. In seiner Nähe kann sich eine kleine Magnetnadel um einen Punkt auf seinem Mittellot drehen. Sie wird von ihm aus dem magnetischen Meridian um $\alpha = 30^0$ abgelenkt. Ein zweiter Magnet von gleichen Dimensionen lenkt sie unter denselben Umständen um $\alpha' = 45^0$ ab. Wie verhalten sich die Polstärken beider Magnete zu einander? — $M : M' = 1 : \sqrt{3}$.

50. Wie gross war am 1. Januar 1901 die Inklination in Ulm, wenn daselbst eine Magnetnadel im magnetischen Meridian $n = 21{,}13$ und in einer dazu senkrechten Ebene $n_1 = 20$ Schwingungen in der Minute machte? — $i = 63^0\ 35'\ 50''$.

51. Wie lässt sich mit einem Inklinatorium die magnetische Deklination ermitteln? — Durch Bestimmung des Minimums der Ablenkung gegen den Horizont.

52. Zu beweisen: Macht die Nadel eines Inklinatoriums in irgend einer Lage den Neigungswinkel $i' = 90^0$, so kommt sie in den magnetischen Meridian, sobald sie um 90^0 gedreht wird.

53. Eine Deklinationsnadel macht an einem gewissen Ort (Ulm), für welchen jetzt (1903) die Inklination $i = 63^0\ 38{,}'7$ beträgt, in der Minute $n = 16$ Schwingungen. Wie viel macht sie a) im magnetischen Meridian, b) in einer dazu senkrechten Vertikalebene? — a) $n_1 = \frac{n}{\sqrt{\cos i}} = 24{,}04$, b) $n_2 = n\sqrt{\operatorname{tg} i} = 22{,}73$.

54. Eine Inklinationsnadel macht an einem gewissen Ort im magnetischen Meridian $n = 12$ Schwingungen in der Minute. Wie viel macht sie a) in der Horizontalebene, b) in einer zum magnetischen Meridian senkrechten Vertikal-Ebene, wenn die Horizontalintensität des betr. Ortes $H = 0{,}204$ und die Inklination $i = 63^0\ 40'$ beträgt? — a) $n_1 = n\sqrt{\cos i} = 8$, b) $n_2 = n\sqrt{\sin i} = 11{,}3$.

55. Die Horizontalintensität des Erdmagnetismus betrug vor Zeiten $H = 2{,}013$ absolute Einheiten. Der betreffenden Messung waren mg, mm und sec zu Grunde gelegt. Wie gross ist dieselbe im G.C.S.-System? — $H = 0{,}2013\ g^{1/2} cm^{-1/2} sec^{-1}$.

56. Im Jahr 1870 betrug nach Lamont die Horizontalintensität des Erdmagnetismus in Ulm, gemessen in mg, mm und sec. $H = 1{,}970$. Wie gross ist sie jetzt, d. h. im Jahr 1903, wenn sie durchschnittlich im Jahr um 0,004 Einheiten zunimmt? — $H = 0{,}2102\ g^{1/2} cm^{-1/2} sec^{-1}$.

57. Nach absoluten Einheiten des G.C.S.-Systems gemessen, betrug am 1. Januar 1901 zu Korntal bei Stuttgart die horizontale Komponente der Erdkraft $H = 0{,}20133$ Einheiten. Wie gross war damals die Vertikalkomponente V und die totale Intensität $\mathfrak{J}$ an diesem Ort, wenn die Inklination $i = 64^0\ 5'$ gefunden wurde. Wie verhielt sich zu dieser Zeit in Korntal die erdmagnetische Kraft zur Schwerkraft, wenn für letztere die Beschleunigung $g = 9{,}81$ m angenommen wird? — $\mathfrak{J} : g = 1 : 2130$.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

58. Wie lassen sich die magnetischen Momente zweier Magnetstäbe mit einander vergleichen?

Lenkt der erste Magnetstab auf der einen Seite der Magnetnadel in der Entfernung r die Nadel um α^0 ab und bringt der zweite Stab auf der andern Seite in der Entfernung r_1 die gleiche Ablenkung nach entgegengesetzter Richtung hervor, so wird die Nadel bei gleichzeitiger Einwirkung der Stäbe unabgelenkt bleiben, dann ist $\mathfrak{M} = 0{,}5\ r^3\ H\ \mathrm{tg}\,\alpha$, $\mathfrak{M}' = 0{,}5\ r_1^3\ H\ \mathrm{tg}\,\alpha$, also $\mathfrak{M} : \mathfrak{M}' = r^3 : r_1^3$.

59. Ein auf der einen Seite eines Weberschen Magnetometers r = 20 cm vom Nadelmittelpunkt entfernt und senkrecht zum magnetischen Meridian liegender Magnetstab lenkt die Nadel um einen gewissen Winkel φ ab; ihm musste auf der andern Seite auf $r_1 = 14{,}4$ cm ein anderer analog liegender Magnetstab genähert werden, bis die Nadel wieder auf Null zeigte. In welchem Verhältnis stehen die magnetischen Momente beider Stäbe zu einander? — $\mathfrak{M} : \mathfrak{M}' = 2{,}7 : 1$.

B. Elektrizität.

I. Elektrostatik.

§ 4. Das Coulombsche Gesetz

60. Auf Grund des Coulombschen Gesetzes die Dimension der Elektrizitätsmenge herzuleiten und die Einheit derselben zu definieren.

Nach dem Coulombschen Gesetz wirken zwei elektrische Mengen Q und Q' (die zunächst in Punkten konzentriert zu denken sind) in der Entfernung r mit der Kraft aufeinander:

$$F = \frac{Q\,Q'}{r^2}$$

Für $Q' = Q$ folgt hieraus $Q^2 = r\,F$ oder

$Q^2 =$ Länge . Kraft.

Da nun die Dimension der Kraft $M\,L\,T^{-2}$ ist, so ist

$\mathrm{Dim}\,(Q^2) = M\,L^3\,T^{-2}$, also

$\mathrm{Dim}\,(Q) = M^{1/2}\,L^{3/2}\,T^{-1}$.

Im absoluten elektrostatischen Masssystem (G.C.S.-System) ist die Einheit der Elektrizitätsmenge (E. S. E.) $1\,g^{1/2}cm^{3/2}sec^{-1}$, d. i. diejenige Menge von Elektrizität, die auf eine gleich grosse in der Entfernung 1 cm von ihr befindliche, die absolute Einheit der Kraft — 1 Dyne — ausübt.

Die praktische Einheit der Elektrizitätsmenge heisst das Coulomb, wobei

$$1\ \text{Coulomb} = 3\,.\,10^9\ \text{E.S.E.} = 3\,.\,10^9\,g^{1/2}cm^{3/2}sec^{-1}\ \text{ist.}$$

62. Wie viel Dynen beträgt die Kraft der Wechselwirkung zweier mit + 18 und + 24 absoluten Einheiten geladener Kügelchen, von denen das eine fest, das andere in 3, 4, 6 cm Entfernung vom ersten gebracht wird?

$$F_1 = \frac{18\,.\,24}{3^2} = 48,\ F_2 = \frac{18\,.\,24}{4^2} = 27,\ F_3 = \frac{18\,.\,24}{6^2} = 12\,g\,cm\,sec^{-2}$$

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

63. Die Dimension der Oberflächendichte herzuleiten.

Die Oberflächendichte σ ist die auf die Flächeneinheit entfallende Ladung, daher ist

$$\text{Dim}(\sigma) = \frac{\text{Ladung}}{\text{Fläche}} = \frac{M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}}{L^2} = M^{1/2} L^{-1/2} T^{-1}.$$

64. Eine Kugel von $r = 2$ cm Radius ist mit $Q = 36$ E. S. E. geladen. Wie gross ist die Dichte der Ladung?

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi r^2} = \frac{36}{4\pi . 4} = 0{,}716\ g^{1/2} cm^{-1/2} sec^{-1}.$$

65. Was versteht man unter der Intensität oder Stärke $\mathfrak{F}$ des elektrischen Feldes in einem bestimmten Punkt? Wie lautet die Dimension der Feldstärke?

Unter der Feldstärke versteht man die Kraft, welche in dem betreffenden Punkt auf die elektrische Mengeneinheit ausgeübt wird: $\mathfrak{F} = \frac{Q}{r^2}$, $\text{Dim}(\mathfrak{F}) = \frac{\text{Kraft}}{\text{Menge}} = M^{1/2} L^{-1/2} T^{-1}$

Die Dimension der Feldstärke ist somit gleich jener der Dichte.

66. Auf einer Kugel vom Radius $r = 4$ cm befindet sich die elektrische Ladung $Q = 120$ E.S.E. Wie gross ist die Feldstärke a) an der Oberfläche, b) in der Entfernung $r_1 = 10$ cm vom Kugelmittelpunkt?

$$\text{a) } \mathfrak{F} = \frac{Q . 1}{r^2} = 7{,}5. \quad \text{b) } \mathfrak{F} = \frac{Q . 1}{r_1^{\,2}} = 1{,}2\ g^{1/2} cm^{-1/2} sec^{-1}.$$

Je nachdem die Ladung Q positiv oder negativ ist, ist $\mathfrak{F}$ von Q weg oder nach Q hingerichtet.

Uebungsbeispiele.

67. Zwei kleine Rosenmarkkugeln sind mit $Q = 14$ und $Q' = 9$ Einheiten geladen. Welche Kraft üben sie in $r = 3$ und $r_1 = 5$ cm Abstand auf einander aus? — $F_1 = 14$, $F_2 = 5{,}04$ Dynen.

68. Welche gegenseitige Kraftwirkung ist noch vorhanden, wenn 2 kleine mit $Q = -4$ und $Q' = +9$ Einheiten geladene Kugeln zur Berührung und dann in $r = 4$ cm Abstand von einander gebracht werden? — $F = 0{,}39$ Dynen.

69. Wie weit müssen 2 kleine Kugeln von einander entfernt werden, damit sie sich mit der Kraft $P = 100$ mg Gewicht abstossen, wenn die eine Kugel mit $Q = 40$, die andere mit $Q' = 50$ Einheiten geladen ist? — $x = 4{,}51$ cm.

70. Zwei Kugeln E_1 und E_2, die $r = 20$ cm von einander entfernt sind, werden mit $Q = +36$ und $Q' = +24$ Einheiten geladen. Mit welcher Kraft wird eine dritte in der Mitte zwischen beiden befindliche Kugel E angezogen, die mit $Q'' = -10$ Einheiten geladen ist? — Die Kraft beträgt $F = 1{,}2$ Dynen und ist nach E_1 hingerichtet.

71. Zwei kleine Kugeln A und B vom Gewicht $P = 0{,}3$ g sind an $l = 20$ cm langen Coconfäden aufgehängt. Wie viel elektrostatische Einheiten beträgt ihre Ladung, wenn sie sich bzw. $r = 4, 3, 2, 1$ cm weit abstossen und wie gross ist in jedem Fall die abstossende Kraft? — Es ist für $r = 4$, $Q = 21{,}7$, $F = 29{,}6$; für $r = 3$, $Q = 14{,}1$, $F = 22{,}1$; für $r = 2$, $Q = 7{,}7$, $F = 14{,}7$; für $r = 1$, $Q = 2{,}7$, $F = 7{,}4$.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

72. Wie lang müssen die Coconfäden des in der vorigen Aufgabe angegebenen Doppelpendels sein, damit sich die Kugeln bei der Ladung $Q = 30$ E. S. E. $r = 6$ cm weit von einander entfernen? Wie gross ist die abstossende Kraft? — $l = 35{,}4$ cm; $F = 25$ Dynen.

73. Zwei Kugeln von den Radien $a = 1{,}2$ cm und dem Gewicht $P = 0{,}8$ g hängen an $l = 12$ cm langen sehr leichten Fäden. Nach Berührung mit einem geladenen Leiter stossen sie sich $r = 6$ cm weit ab. Welche Ladung erhielt jede Kugel? Wie gross ist die Kraft der Abstossung, die Ladungsdichte und der Winkel, den die beiden Fäden mit einander bilden? — $Q = 65{,}5$ E. S. E. $F = 68{,}6$ Dynen; $\sigma = 3{,}6$ E. S. E.; $\varphi = 8^0\ 37{,}7'$.

74. Die Oberflächendichte einer Kugel von $r = 5$ cm Halbmesser beträgt $\sigma = 10$ E. S. E. Wie gross ist die aufgenommene Ladung? — $Q = 4\pi\sigma r^2 = 3141{,}59$ E. S. E.

75; Wie gross ist der Halbmesser einer Kugel, die gerade ein Coulomb von der Dichte $\sigma = 6$ E. S. E. aufnehmen kann? Wie gross ist die Feldstärke $\mathfrak{F}$ auf der Kugeloberfläche? — $r = 63{,}08$ m; $\mathfrak{F} = 4\pi\sigma = 75{,}4$ E. S. E.

76. Wie gross müsste die Ladung einer Kugel von $r = 6$ cm Radius werden, wenn Büschelentladung eintreten soll, was bekanntlich bei einer Dichte von $\sigma = 20$ Einheiten der Fall ist? — $Q = 4\pi\sigma r^2 = 9047{,}81$ E. S. E.

77. Zwei Kugeln von den Radien $r = 10$ cm werden bzw. mit $Q_1 = 240$ und $Q_2 = 720$ E. S. E. geladen und dann zur Berührung gebracht. Wie gross ist die Dichte σ und die Oberflächenspannung p a) vor der Berührung b) nach der Berührung? —

a) $\sigma_1 = Q_1 : 4\pi r^2 = 0{,}19$, $p_1 = 2\pi\sigma_1^2 = 0{,}23$; $\sigma_2 = Q_2 : 4\pi r^2 = 0{,}57$, $p_2 = 2\pi\sigma_2^2 = 2{,}06$ E. S. E.

b) Die Ladung jeder Kugel wird $Q = \frac{Q_1 + Q_2}{2}$, daher ist für jede nach der Berührung $\sigma = Q : 4\pi r^2 = 0{,}38$, $p = 2\pi\sigma^2 = 0{,}92$ E. S. E.

78. Welche Abstossung übt die Elektrizitätsmenge $Q = 1200$ E. S. E., die auf einer Kugel von $r = 10$ cm Halbmesser ausgebreitet ist, auf die Elektrizitätsmenge $Q' = 60$ E. S. E. im Punkt P aus, der vom Kugelmittelpunkt die Entfernung $a = 20$ cm hat? Wie gross ist die Feldstärke auf der Centrale $Q\,Q'$, $r_1 = 2$ cm von P entfernt? — $F = Q\,Q'/a^2 = 180$ Dynen. Zwischen $Q\,Q'$, bzw. ausserhalb QQ', $r_1 = 2$ cm von P weg, beträgt die Feldstärke $\mathfrak{F} = -11{,}3$, bzw. $\mathfrak{F} = +17{,}48$ E. S. E.

79. Zwei konzentrische Kugelschalen von den Radien r und R sind bzw. mit $-Q$ und $+Q$ E. S. E. geladen. Wie gross ist die resultierende Einwirkung F auf eine Ladung Q' in einem Punkt a) im Innern, b) zwischen den Kugelschalen, c) ausserhalb? — a) $F = 0$, b) $F = -Q\,Q'/a^2$, $[a > r < R]$, c) $F = 0$, $[b > r < R]$.

80. Zwei Kugeln von den Radien $r = 3$ und $r' = 2$ cm sind durch ein nichtleitendes Stäbchen von $d = 10$ cm Länge verbunden und mit $Q = 5$, bzw. $Q' = -3$ Einheiten geladen. Wie gross ist die Feldstärke a) im Mittelpunkt des Stäbchens, b) im Schnittpunkt des Mittellotes des Stäbchens mit dem darüber beschriebenen Halbkreis? — a) $\mathfrak{F} = 0{,}8$, b) $\mathfrak{F} = 0{,}116$ E. S. E.

81. Eine isoliert aufgestellte kreisförmige Platte ist mit positiver Elektrizität von der Dichte σ geladen. Wie gross ist die Feldstärke in einem Punkt P auf der Achse der Platte, von welchem aus diese unter dem Körperwinkel ω erscheint? Wie verändert sich die Feldstärke in P, wenn sich die Platte bis ins Unendliche ausdehnt? — $\mathfrak{F} = \sigma\omega$; $\mathfrak{F} = 2\pi\sigma$.

82. Mit welcher Kraft wird eine mit positiver Elektrizität zur Dichte σ geladene Platte A vom Inhalt f von einer zur Erde abgeleiteteten parallel damit verlaufenden Platte B von unendlicher Ausdehnung angezogen? — $F = 2\pi\sigma^2 f$.

83. Welche Kraftwirkung erfährt die elektrische Menge $+Q$, die sich zwischen zwei parallelen elektrischen Ebenen von den Flächendichten $+\sigma$

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

und $-\sigma$ befindet? — Sie wird überall von der positiven zur negativen Seite mit der Kraft getrieben $F = 4\pi\sigma Q$.

Coulomb erhielt bei einer elektrischen Ladung seiner Drehwage eine anfängliche Abstossung des Wagbalkens um $\alpha = 36^0$. Um welche Winkel $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ müsste bei Gültigkeit seines Gesetzes am Torsionsknopfe gedreht werden, um den Wagbalken der Standkugel auf $\frac{\alpha}{2} = 18^0$, $\frac{\alpha}{3} = 12^0$, $\frac{\alpha}{4} = 9^0$ zu nähern? — Es ist $\delta_1 + \frac{\alpha}{2} = 4 \cdot 36 = 144$, $\delta_1 = 126^0$; $\delta_2 + \frac{\alpha}{3} = 9 \cdot 36 = 324$, $\delta_2 = 312^0$; $\delta_3 + \frac{\alpha}{4} = 16 \cdot 36 = 576$, $\delta_3 = 567^0$.

§ 5. Das elektrostatische Potential. Niveauflächen.

85. Was versteht man unter dem Potential der elektrischen Menge Q im Punkt P? Wie gross ist dasselbe, wenn der Punkt P von Q die Entfernung r hat?

Das elektrostatische Potential der Ladung + Q im Punkt P ist gleich der Arbeit, welche im elektrischen Feld entgegen den abstossenden Kräften von Q auf die elektrische Menge + 1 aufgewendet werden muss, um diese aus unendlicher Ferne nach dem Punkt P zu bringen, der von Q die Entfernung r hat und ist dargestellt durch

$$V = \frac{Q}{r}.$$

86. Die Dimension des elektrostatischen Potentials herzuleiten und eine Definition der Einheit des Potentials (Potentialunterschieds) zu geben.

$$\text{Dim (V)} = \frac{\text{Menge}}{\text{Länge}} = M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}.$$

Die absolute Einheit dea Potentials nach elektrostatischem Mass $1\, g^{1/2} cm^{1/2} sec^{-1}$ ist das Potential, welches die Menge $1\, g^{1/2} cm^{3/2} sec^{-1}$ in der Entfernung 1 cm erzeugt oder:

Im G. C. S.-System herrscht zwischen zwei elektrischen Punkten die Einheit des Potentialunterschieds, wenn die elektrische Mengeneinheit bei der Verschiebung vom einen Punkt zum andern die Arbeit 1 Erg erfordert.

Als technische Einheit des Potentials wurde durch den Elektrikerkongress zu Paris 1884 das Volt festgesetzt, wobei

$$1 \text{ Volt} = 1 \text{ V} = \frac{1}{300}\, g^{1/2} cm^{1/2} sec^{-1} \text{ ist.}$$

87. Wie gross ist das Potential einer mit der Elektrizitätsmenge Q geladenen Kugel vom Radius r a) in einem Punkt der Oberfläche b) in einem Punkt ausserhalb?

Da die Wirkung gerade so erfolgt, wie wenn die Ladung im Mittelpunkt vereinigt wäre, so ist a) $V = \frac{Q}{r}$ b) $V = \frac{Q}{r_1}$

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

($r_1 > r$). Für $r = 1$ cm und $Q = 1$ E. S. E. folgt $V = 1\ g^{1/2} cm^{1/2} sec^{-1} = 300$ Volt.

88. Eine fest aufgestellte Kugel K ist mit Q elektrostatischen Einheiten geladen. Welche Arbeit ist entgegen den elektrischen Kräften von Q zu leisten, um eine zweite gleichnamige Elektrizitätsmenge Q' um die Strecke $r - r_1$ näher nach Q heranzubringen?

In der Entfernung r ist das Potential von Q $V = \frac{Q}{r}$, in der Entfernung r_1 $V' = \frac{Q}{r_1}$, daher ist die Arbeit, die zu leisten ist, wenn die elektrische Menge Q' auf die Entfernung r, bzw. r_1 herangebracht werden soll:

$$V\,Q' = \frac{QQ'}{r}, \text{ bzw. } V'Q' = \frac{QQ'}{r_1};$$

um sie also von der Entfernung r in die Entfernung r_1 zu bringen, ist die Arbeit erforderlich

$$V'Q' - VQ' = QQ'\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}\right) \text{ Erg.}$$

89. Eine Kugel vom Radius $r = 2$ cm ist mit $Q = 10$ E. S. E. geladen. Es sollen die Niveauflächen für die Potentialwerte $V = 5,\ 3^1/_2,\ 2^1/_2$ E. S. E. bestimmt werden. Wie gross ist die Feldstärke in einem Punkt dieser Niveauflächen? Wie gross ist das Gesamtfeld von Q?

Da $V = \frac{Q}{r}$, so folgt $r = \frac{Q}{V}$. Die den Potentialen $V = 5,\ 3^1/_3,\ 2^1/_2$ entsprechenden Niveauflächen sind also konzentrische Kugelschalen von den Radien $r = 2, 3, 4$ cm. Die Feldstärke auf der Oberfläche dieser Schalen berechnet sich nach der der Formel $\mathfrak{F} = Q/r^2$.

$\mathfrak{F}_1 = {}^{10}/_4 = 2{,}5$, $\mathfrak{F}_2 = {}^{10}/_9 = 1{,}1\ldots$, $\mathfrak{F}_3 = {}^{10}/_{16} = 0{,}625$ E. S E.

Das Gesamtfeld von Q ist $\Phi = 4\pi Q = 125{,}664$ E S.E., d. h. vom geladenen Leiter Q gehen 125,664 Kraftlinien aus.

90. Zwei kugelförmige Leiter von den Radien r_1 und r_2 werden zu den Spannungen V_1 und V_2 geladen. Wie gross ist das Potential und die Ladung jeder Kugel, wenn dieselben durch einen dünnen Draht verbunden werden?

Sind Q_1 und Q_2, bzw. Q_1' und Q_2' die Ladungen der Kugeln vor, bzw. nach der Verbindung, so ist

$$V_1 = \frac{Q_1}{r_1},\ V_2 = \frac{Q_2}{r_2}, \text{ also}$$

ihre Gesamtladung

$$Q = Q_1 + Q_2 = V_1 r_1 + V_2 r_2 = Q_1' + Q_2'.$$

Nach der Verbindung verteilt sich diese derart, dass die Potentiale beider Kugeln gleich werden:

$$V = \frac{Q_1'}{r_1} = \frac{Q_2'}{r_2}$$

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Hieraus folgt $Q_1' = r_1 V$, $Q_2' = r_2 V$ und

$$Q_1' = \frac{r_1}{r_1 + r_2} Q,\ Q_2' = \frac{r_2}{r_1 + r_2} Q,\ V = \frac{V_1 r_1 + V_2 r_2}{r_1 + r_2} = \frac{Q}{r_1 + r_2}$$

91. Wie gross ist der Arbeitswert eines Stromes in Watt und P. S, der t = 1 Stunde lang n = 40 Coulombs zwischen zwei Punkten von der Potentialdifferenz E = 24 Volt befördert? Wie viel Eis könnte damit geschmolzen werden unter der Voraussetzung, dass die ganze Stromarbeit in Wärme übergeführt würde?

Die gesuchte Stromarbeit ist

$$Q . E . 60^2 . t = 3\,456\,000 \text{ Sekundenwatt} = 4696 \text{ P. S.}$$

Diesem Ausdruck entspricht der Wärmewert

$$3456 . 0{,}24 = 829{,}44 \text{ kg-Kalorieen.}$$

Damit können x kg Eis geschmolzen werden, wenn

$$x\ 80 = 829{,}44 \text{ oder } x = 10{,}368 \text{ kg ist.}$$

Uebungsbeispiele.

92. Zwei kleine Kugeln, deren Mitten r = 24 cm von einander entfernt sind, werden bzw. mit Q und Q' absoluten Einheiten geladen. Welche Arbeit ist gegen die abstossenden Kräfte von Q zu leisten, um die Kugel Q' um d = 10 cm näher an Q heranzubringen? — $\frac{d}{r\,(r - d)}\,Q\,Q' = \frac{5}{168}\,Q\,Q'$ Erg.

93. Zwei kleine Kugeln A und B, deren Mittelpunkte r = 12 cm von einander entfernt sind, werden mit Q = + 12, bzw. Q' = — 8 Einheiten geladen. Welche Arbeit ist der elektrischen Anziehung beider entgegen aufzuwenden, um die Kugel B um d = 10 cm von A wegzurücken? — $\frac{d}{r\,(r + d)}\,Q\,Q' = 3{,}8$ Erg.

94. Eine Kugel von r = 16 cm Radius hat die Oberflächendichte σ = 0,04 E. S. E. Wie gross ist das Potential in einem Punkt der Kugelfläche und wie gross ist der von der Kugel ausgehende Gesamtkräftestrom? — V = 8,046 E. S. E. = 2413,8 V; $\Phi = 4\,\pi\,Q = 1618{,}1$ E. S. E.

95. Drei Kugeln von den Radiee r_1 r_2 r_3 berühren sich. Welche Ladung und Dichte erhält jede Kugel, wenn ihre Gesamtladung Q beträgt? —

$$Q_i = \frac{r_i\,Q}{\Sigma r},\ \sigma_i = \frac{Q}{4\pi\ r_i\ \Sigma r},\ (i = 1, 2, 3).$$

96. Drei Kugeln von der Gesamtladung Q = 24 Einheiten und den Radien $r_1 = 3$, $r_2 = 5$, $r_3 = 8$ cm werden zur Berührung gebracht. Welche Ladung nimmt jede Kugel auf und wie verhalten sich ihre Dichten? — $Q_1 = 4{,}5$, $Q_2 = 7{,}5$, $Q_3 = 12$ E. S. E.; $\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = 40 : 24 : 15$.

97. Welche Ladung nimmt eine Kugel von r = 4 m Radius auf, wenn sie mit dem einen Pol einer Batterie von n = 20 Volt Klemmenspannung verbunden wird? — Q = 26,66.

98. Drei sich berührende Metallkugeln von den Radien 2, 3 und 5 cm werden mit dem einen Pol einer Batterie von n = 150 hinter einander geschalteten Akkumulatorenzellen (e = 2 Volt) verbunden, während der andere zur Erde abgeleitet ist. Welche Ladung nimmt hiebei jede Kugel auf und wie verhalten sich ihre Dichten? — $Q_1 = 2$, $Q_2 = 3$, $Q_3 = 5$ E. S. E.; $\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = 15 : 10 : 6$.

99. Eine Kugel von r = 30 cm Radius ist mit $Q = 10^{-8}$ Coulombs geladen. Wie gross ist ihr Potential a) im Mittelpunkt, b) in der Entfernung $r_1 = 15$ cm vom Mittelpunkt, c) $r_2 = 40$ cm vom Mittelpunkt? — a) und b) V = Q/r = 1 E. S. E. = 300 V, c) V = Q/r_2 = 0,75 E. S. E. = 225 V.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

100. Zwei kleine Kugeln von $a = 1$ cm Radius und $P = 0{,}3$ g Gewicht werden mittelst leitender Fäden von $l = 24$ cm Länge an einem Punkt eines isoliert aufgestellten kugelförmigen Leiters von $a_1 = 10$ cm Länge aufgehängt. Der Leiter wird mit dem einen Konduktor einer Influenzmaschine verbunden und dann geladen. Welche Ladung nimmt jede der beiden Kugeln und der Leiter auf? Wie gross ist das Potential derselben und die abstossende Kraft der beiden Kugeln, wenn diese sich $r = 4$ cm weit von einander entfernen? — $Q = 19{,}8$, $Q_1 = 198$ E. S. E.; $V = 5940$ V; $F = 24{,}6$ Dynen.

101. Die Niveaufläche einer mit $Q = 120$ E. S. E. geladenen Kugel von $r = 2$ cm Radius zu bestimmen, für welche das Potential $V = 30$ absolute Potentialeinheiten beträgt. Wie gross ist der gesamte von Q ausgehende Kräftestrom und die Feldstärke auf der gesuchten Niveaufläche? — Die gesuchte Niveaufläche ist eine konzentrische Kugelfläche vom Halbmesser $a = 4$ cm. Der gesamte von Q ausgehende Kräftestrom enthält $\Phi = 4\,\pi\,Q = 1507{,}97$ Kraftlinien, von denen $\mathfrak{F} = Q/a^2 = 7{,}5$ durch 1 qcm der gesuchten Niveaufläche hindurchgehen.

102. Die Niveauflächen im elektrischen Feld einer mit $Q = 20$ Einheiten geladenen Kugel vom Radius $r = 1$ cm für die Potentialwerte $V = 13^1/_3$; 10; $6^2/_3$ nebst den auf denselben herrschenden Feldstärken zu bestimmen. —

Die gesuchten Niveauflächen sind konzentrische Kugelschalen von den Radien $r = Q/V = 1{,}5$; 2; 3 cm. Die entsprechenden Feldstärken sind $\mathfrak{F} = Q/r^2 = 8{,}8$; 5; 2,3 E. S. E.

104. In $r_1 = 50$, bzw. $r_2 = 40$ cm Entfernung vom Mittelpunkt einer kleinen Kugel ist das Potential $V = 5400$ bzw. $V' = 6000$ Volt beobachtet worden. Wie gross ist die mittlere Kraftwirkung zwischen beiden Punkten a) auf die Einheitsladung b) auf die Ladung $Q = 64$ E. S. E.? — a) $F = \frac{V' - V}{r_1 - r} = 60$, b) $F = Q\frac{V' - V}{r_1 - r} = 360$ Dynen.

105. Wie gross ist das Potential einer leitenden Kugel, welche von der Elektrizitätsmeuge $+ Q$ in der Entfernung a vom Kugelmittelpunkt influenziert wird a) wenn die Kugel isoliert aufgestellt b) wenn sie mit der Erde leitend verbunden ist? Wie gross ist in letzterem Fall die absolute Menge der Influenzelektrizität erster Art? — a) $V = Q/a$ b) $V = 0$, $Q' = Q\,r/a$.

107. Der von der Elektrizitätsmenge $Q = 90$ Einheiten ausgehende Kräftestrom, der eine um sie mit dem Radius $r = 5$ cm beschriebene Kugelfläche durchsetzt, ist $4\,\pi\,Q = 1131$ Einheiten. Wie gross ist die Feldstärke in einem Punkt dieser Kugeloberfläche? — $\mathfrak{F} = Q/r^2 = 3{,}6$ E. S. E.

108. An zwei Punkten einer Drahtleitung werden die Potentiale $V = + 10$ und $V_2 = - 10$ Volt gemessen. Wie gross ist die elektromotorische Kraft E zwischen beiden Punkten? Welchen Arbeitswert A hat der Strom, wenn $t = 10$ Minuten lang die Elektrizitätsmenge $Q = 2$ Coulombs hindurchfliesst? — $E = V_1 - V_2 = 20$ V; $A = Q \,.\, E \,.\, t \,.\, 60 = 24000$ Watt.

109. Ein Leiter wird mit dem einen Konduktor einer Wimshurstschen Influenzmaschine verbunden und geladen. Zwei an demselben an $l = 20$ cm langen leitenden Fäden angehängte Rosenmarkkugeln vom Durchmesser $d = 2$ cm und dem Gewicht $P = 0{,}3$ g stossen sich dabei $r = 3{,}8$ cm weit ab Wie gross ist die Ladung und das Potential der Kugeln sowie die Potentialdifferenz zwischen den beiden Konduktoren der Maschine? — $Q = 20{,}14$ abs. Einh.; $V_1 = - V_2 = 6042$ V; $V_1 - V_2 = 12084$ V.

§ 5. Kapazität. Energie der geladenen Leiter. Kondensatoren.

110. Was versteht man unter der elektrischen Kapazität eines Leiters? Welche Dimension hat dieselbe und welches sind die gebräuchlichen Einheiten?

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Kapazität (Fassungsvermögen) C eines Leiters heisst die Ladung, die ihn vom Potential O auf das Potential 1 bringt; um den Leiter auf das Potential V zu bringen, ist die Elektrizitätsmenge erforderlich

$$Q = C\,V$$

Ladung = Kapasität × Potential.

$$\text{Dim (C)} = \frac{\text{Ladung}}{\text{Potential}} = \frac{M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}}{M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}} = L.$$

Im elektrostatischen Masssystem ist demnach die Kapazität eines Leiters gleich einer Länge, gemessen in cm. Die elektrostatische Einheit der Kapazität ist somit 1 cm.

Die praktische Einheit der Kapazität ist das Farad, d. i. die Kapazität eines Leiters, der durch die Elektrizitätsmenge 1 Coulomb zum Potential 1 Volt geladen wird:

1 Coulomb = 1 Farad × 1 Volt.

$$1 \text{ Farad} = \frac{1 \text{ Coulomb}}{1 \text{ Volt}} = \frac{3 \,.\, 10^9}{1 : 3 \,.\, 10^2} = 9 \,.\, 10^{11} \text{ cm.}$$

Da ein Leiter von der Kapazität 1 Farad ungeheure Dimensionen haben müsste, so rechnet man gewöhnlich mit einer kleineren praktischen Einheit, dem Mikrofarad, wo nun

1 Mikrofarad = 10^{-6} Farad = $9 \,.\, 10^5$ cm = 90 km.

111. Wie gross ist die Kapizität einer Kugel vom Radius r? Nach dem vorigen § hat das Potential der Kugel den Wert

$V = Q/r$, woraus

folgt $Q = r\,V$. Die Kapazität der Kugel ist somit $Q = Q : Q/r = r$, d. h. gleich ihrem Radius.

Eine Kugel vom Radius 1 cm hat die elektrostatische Einheit der Kapazität.

112. Wie gross ist der Halbmesser einer Kugel von der Kapazität $C = {}^1/_{100}$ Mikrofarad?

$C = {}^1/_{100}$ Mikrofarad $= 9 \,.\, 10^5/_{100} = 9 \,.\, 10^3$ cm = 90 m.

113. Die Kapazität der Erdkugel in Farad, bzw. Mikrofarad auszudrücken.

Wird der Erdhalbmesser zu 6370 km. angenommen, so ist die Kapazität der Erdkugel:

$C = 6{,}37 \,.\, 10^8$ cm $= 6{,}37 \,.\, 10^8 : 9 \,.\, 10^{11} = 0{,}0007077$ Farad oder $C = 707{,}7$ Mikrofarad.

114. Mehrere Leiter von den Kapazitäten $C_1\, C_2 \ldots$ werden durch die Elektrizitätsmengen $Q_1\, Q_2 \ldots$ zu den Potentialen $V_1\, V_2 \ldots$ geladen und dann durch dünne (kapazitätslose) Drähte verbunden. Wie gross ist die Kapazität und das Potential der Verbindung?

Werden die Leiter verbunden, so findet solange eine Verschiebung der Elektrizitäten auf denselben statt, bis das Potential auf allen Leitern denselben Wert hat. Bezeichnet

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

man diesen Wert mit V und erhalten die Leiter hiebei die Elektrizitätsmengen $Q_1' Q_2' \ldots$, so ist

$$Q_1' = C_1 V,\ Q_2' = C_2 V, \ldots, \text{ also auch}$$
$$Q_1' + Q_2' + \ldots = V (C_1 + C_2 + \ldots)$$

Weil nun die Gesamtmengen vor und nach der Verbindung gleich sind, so ist

$$Q_1' + Q_2' + \ldots = Q_1 + Q_2 + \ldots = C_1 V_1 + C_2 V_2 + \ldots$$

und

$$V = \frac{Q_1 + Q_2 + \ldots}{C_1 + C_2 + \ldots} = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2 + \ldots}{C_1 + C_2 + \ldots}$$

Die Kapazität der Verbindung ist somit gleich der Summe der Kapazitäten der einzelnen Leiter.

115. Zwei Kugeln von den Radien $R = 10$ cm und $r = 4$ cm werden für sich zu den Potentialen $V_1 = 6$, bzw. $V_2 = 3$ absoluten Einheiten geladen und hierauf durch einen dünnen Draht verbunden. Wie gross ist die Kapazität und das Potential der Verbindung und die Dichte der Ladung auf jeder Kugel?

Bezeichnet V das Potential der Verbindung, so gibt die erste Kugel $(V_1 - V)$ Potentialeinheiten und damit $R (V_1 - V)$ elektrische Einheiten ab, die zweite nimmt hiebei $r (V - V_2)$ elektrische Einheiten auf. Da diese Grössen gleich sein müssen, so ist

$$R (V_1 - V) = r (V - V_2), \text{ also}$$

$$V = \frac{R V_1 + r V_2}{R + r} = 5{,}14 \text{ E.S.E.} = 5{,}14 \,.\, 300 = 1542 \text{ Volt.}$$

Die Kapazität der Verbindung ist $C = R + r = 14$ cm.
Die Ladungen der Kugeln sind

$$Q_1 = R V = 51{,}4,\ Q_2 = r V = 20{,}56 \text{ E.S.E.}$$

Die Dichte jeder Ladung

$$\sigma_1 = \frac{Q_1}{4 \pi R^2} = 0{,}041,\ \sigma_2 = \frac{Q_2}{4 \pi r^2} = 0{,}102 \text{ E.S.E.}$$

116. Ein kugelförmiger Leiter ist durch die Elektrizitätsmenge Q zum Potential V geladen. Wie gross ist a) die (potentielle) Energie dieses Leiters, b) die Dimension der Energie c) der Wärmewert derselben?

Um die elektrische Menge Q in n gleichen sehr kleinen Teilen auf eine Kugel vom Radius r zu bringen, ist zur Ladung mit dem ersten Teilchen keine Arbeit erforderlich, da dasselbe noch keiner Abstossungskraft Widerstand zu leisten hat, für die folgenden sind jedoch die Arbeiten aufzuwenden:

$\frac{1}{n} \frac{Q}{r} \cdot \frac{Q}{n}, \frac{2}{n} \frac{Q}{r} \cdot \frac{Q}{n}, \ldots; \frac{n-1}{n} \frac{Q}{r} \cdot \frac{Q}{n}$, also im ganzen die Arbeit $\frac{1 + 2 + \ldots + n - 1}{n} \frac{Q}{r} \cdot \frac{Q}{n} = \frac{1}{2} \frac{Q}{r} Q = \frac{1}{2} Q V$;

ein Resultat, das erhalten wird, wenn man die Reihe links summiert und $n = \infty$ setzt.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Diese Arbeit ist als potentielle Energie auf dem Leiter (Kugel) aufgespeichert und kann jederzeit wieder in kinetische Energie, Wärme, mechanische Arbeit etc. verwandelt werden.

Ein mit der Elektrizitätsmenge Q zum Potential V geladener Leiter hat somit die Energie, ausgedrückt in Erg:

$$E = {}^1/_2\, Q V$$

Da $Q = C V$ ist, so gilt auch

$$E = \frac{1}{2} Q V = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}.$$

$$\text{Dim}(E) = M^{1/2} L^{3/2} T^{-1} \times M^{1/2} L^{1/2} T^{-1} = M L^3 T^{-2}.$$

Die potentielle Energie eines geladenen Leiters hat somit die Dimension einer wirklichen Arbeit, während das Potential nur ein Faktor hievon ist.

Ein System von Leitern, die durch die Elektrizitätsmengen $Q_1, Q_2, \ldots$ auf die Potentiale $V_1\ V_2 \ldots$ gebracht sind und leitend verbunden werden, besitzt die Energie

$$E = {}^1/_2\, (Q_1 V_1 + Q_2 V_2 + \ldots),$$

welcher der Wärmewert äquivalent ist

$$E = {}^1/_2\, \Sigma Q V \text{ Erg} = \frac{1}{42 \,.\, 10^6} \cdot \frac{\Sigma Q V}{2} \text{ g-kal.}$$

117. Eine Kugel vom Radius $r = 15$ cm, die mit $Q = 1600$ E.S.E. geladen ist, wird vollständig entladen. Wie viel Wärme wird hiebei erzeugt, wenn die gesamte Entladungsenergie in Wärme umgesetzt wird?

Entladungsenergie

$$E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{1600^2}{15} \text{ Erg}, \quad 1 \text{ Erg} = \frac{1}{42 \,.\, 10^6} \text{ g-kal.}$$

somit Wärmewert derselben

$$E = \frac{1}{2} \cdot \frac{1600^2}{15 \,.\, 42 \,.\, 10^6} = 2{,}032 \,.\, 10^{-3} \text{ g-kal.}$$

118. Die belegte Oberfläche eines Kondensators (Leydners Flasche, Franklinische Tafel etc.) sei S qcm, die isolierende Zwischenschicht — das Dielektrikum — von der Dicke d cm und dem spezifischen Induktionsvermögen k Wie gross ist a) die Kapazität des Kondensators b) die Elektrizitätsmenge Q, die er aufnehmen kann, wenn er zum Potential V geladen wird und c) die Energie des Kondensators?

Die Kapazität der gewöhnlichen Kondensatoren ist bestimmt durch die Formel $C = \frac{k\,S}{4\pi\, d}$

Wird ein solcher mit einer Elektrizitätsquelle vom Potential V verbunden, so nimmt er die Elektrizitätsmenge auf

$$Q = CV = \frac{k\,S}{4\pi\, d} V$$

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

und besitzt alsdann die Energie

$$E = {}^1/_2\, Q V = {}^1/_2 \frac{Q^2}{C} = {}^1/_2\, C V^2$$

119. Eine Batterie von 6 Leydner Flaschen, von denen jede eine belegte Aussenfläche von 840 cm² hat und eine Wandstärke von d = 0,2 cm besitzt, wird durch eine Elektrisiermaschine vom Potential V = 300 E. S.-Einheiten bis zur Sättigung geladen. Wie gross ist a) die Ladung der Batterie, b) welche Wärmemenge wäre dieselbe im Stande höchstens zu entwickeln. c) Wie viel Eis könnte damit geschmolzen werden? Dielektrizitätskonstante des Glases k = 3.

Die Kapazität der Batterie ist

$$C = \frac{3 \,.\, 840 \,.\, 6}{4\pi \,.\, 0{,}2} = 6013{,}6 \text{ cm.}$$

Die gesättigte Ladung ist

$Q = C \,.\, V = 6013{,}6 \,.\, 300$ E S.-Einheiten oder

$Q = 6013{,}6 \,.\, 300 : 3 \,.\, 10^9 = 0{,}00060136$ Coulombs.

Die Ladungsenergie ist

$$E = {}^1/_2\, Q \,.\, V = \frac{6013{,}6 \,.\, 300^2}{2} \text{ Erg} = 6{,}44 \text{ g-kal.}$$

Damit können x g Eis geschmolzen werden, wenn $x \,.\, 80 = 6{,}44$, $x = 0{,}08$ g.

120. Es soll ein Kondensator von zwei Mikrofarad konstruiert werden; gegeben sei hierfür Glimmer als Dielektrium von 0,3 mm Dicke. Wie gross müssen die Belegungen sein? Die Dielektrizitätskonstante des Glimmers sei k = 5,4.

Die Kapazität des Kondensators ist

$C = 2$ Mikrofarad $= 2 \,.\, 9 \,.\, 10^5$ cm, die Dicke der Isolierschicht $d = 0{,}3$ mm $= 0{,}03$ cm, daher ergibt sich aus $C = \frac{k\,S}{4\pi\, d}$,

$$S = \frac{4\pi\, d \,.\, C}{k} = 12{,}57 \text{ m}^2 = 125714{,}3 \text{ cm}^2.$$

Uebungsbeispiele.

121. Zwei Leiter von den Kapaziten $C_1 = 6$ und $C_2 = 8$ cm werden mit den Elektrizitätsmengen $Q_1 = 40$ und $Q_2 = 64$ E. S. E. geladen und dann durch einen dünnen (kapazitätslosen) Draht verbunden.? Wie gross ist a) die Kapazität b) das Poteniial der Verbindung? — $C = C_1 + C_2 = 14$ cm, $V = \frac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2} = 7{,}43$ E. S. E. $= 2228{,}6$ V.

122. Drei Leiter von den Kapazitäten C_1 C_2 C_3 sind mit den Elektrizitätsmengen Q_1 Q_2 Q_3 geladen. Wie gross ist das Potential nach der Verbindung und welche Ladungen erhalten alsdann die einzelnen Leiter? — $V = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{C_1 + C_2 + C_3}$, $Q_1' = C_1 V$, $Q_2' = C_2 V$, $Q_3' = C_3 V$.

123. Wie gross müsste der Halbmesser eines kugelförmigen Leiters sein, dessen Kapazität a) ein Farad, b) ein Mikrofarad beträgt? — Wie gross ist die Kapazität der Sonne, wenn deren Radius $r = 6{,}921 \,.\, 10^{10}$ cm angenommen

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

wird? — a) $r = 9 \cdot 10^{11}$ cm = 9 Millionen km. b) $r = 9 \cdot 10^{5}$ cm = 9 km. Die Kapazität der Sonne ist C = 692 100 km.

124. Zu wie viel Potentialeinheiten müsste ein Leiter von der Kapazität C = 84 cm geladen sein, damit er bei vollständiger Entladung 1 Grammkalorie zu entwickeln im Stande wäre?

Der Wärmewert der Energie des geladenen Leiters müsste sein $E = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{42} \cdot 10^{6} C V^2 = 1$, woraus folgt V = 1000 E. S. E. = 300000 V.

125. Welche Kapazität hat ein Leiter vom Potential V_1 = 1800 Volt Spannung, der, mit einem andern von der Kapazität C_2 = 4 cm und V_2 = 2400 Volt Spannung verbunden, ein Gesamtpotential von V = 2200 Volt hervorbringt? — C = 2 cm.

126. Zwei Kugeln von den Radien r = 12 cm und R = 15 cm, von denen die letztere auf das Potential V = 21 E. S. E. gebracht ist, werden miteinander durch einen dünnen Draht leitend verbunden. Wie gross ist a) die Kapazität und das Potential ihrer Verbindung b) die Ladung und die Dichte auf jeder Kugel, wenn die erste Kugel vor der Verbindung keine Ladung enthielt? — a) $C = r + R = 27$ cm, $V' = \frac{Q}{r + R} = 11{,}67$ E. S. E. = 3500 V. b) $Q_1' = rV' = 140$ E. S. E., $Q_2' = RV' = 175$ E. S E.; $\sigma_1 = \frac{Q_1'}{4 \pi r^2} = 0{,}0077$, $\sigma_2 = \frac{Q_2'}{4 \pi R^2} = 0{,}0062$ E. S. E.

127. Den Halbmesser einer zum Potential V = 100 E. S. E. geladenen Kugel zu berechnen, die bei vollständiger Entladung n = 1 g Wasser in Dampf zu verwandeln imstande wäre falls a) die gesamte Entladungsenergie b) nur 75% hievon in Wärme umgesetzt würde. — a) r = 53,424 km b) r = 71,232 km.

128. Die Oberfläche eines Kondensators zu berechnen, dessen Dielektrikum paraffiniertes Papier (k = 2) von der Dicke d = 0,02 cm und dessen Kapazität 1 Mikrofarad ist. — S = 11,64 qm.

129. Vier Leydner Flaschen von je q = 400 qcm Oberflächenbeleg, d = 0,25 cm Glasstärke und dem spezifischen Induktionsvermögen k = 3 werden durch eine Elektrisiermaschine zum Potential V = 300 E. S. E. bis zur Sättigung geladen. Wie gross ist a) die Kapazität der Batterie b) die aufgenommene Ladung c) ihre in Grammkalorien ausgedrückte Energie? — a) C = 1528,3 cm, b) $Q = 458\,490\ g^{1/2} cm^{3/2} sec^{-1}$; c) E = 1,638 g-kal.

130. Wie viel Leydner Flaschen von je q = 600 qcm Flächenbeleg, d = 0,2 cm Glasstärke und der Dieletrizitätskonstanten k = 3 sind zu einer Batterie von der Kapazität C = 4297 cm zu verbinden? — n = 6.

131. Wie gross ist die Kapazität eines Kondensators, ausgedrückt in Mikrofarad, dessen Dielektrikum paraffiniertes Papier (k = 2) von der Dicke d = 0,02 cm ist und dessen Oberfläche q = 5 qm beträgt? — C = 0,442 Mikrofarad.

132. Welche Ladung erhält die eine Belegung einer Franklinischen Tafel von S = 1 qm Oberfläche, die durch eine Elektrisiermaschine zum Potential V = 300 E. S. E. geladen wird, während die andere Belegung zur Erde abgeleitet ist? Dicke der Glasscheibe d = 0,25 cm, Dielektrizitätskonstante k = 3. — Q = 2864 400 E. S. E. = 954,8 Mikrocoulomb.

133 Wie viel Leydner Flaschen von der Glasstärke d = 0,25 cm und einer belegten Oberfläche von S = 4000 qcm sind parallel zu schalten, damit sie durch eine Elektrisiermaschine vom Potential V = 300 E. S. E. gerade die Ladung von Q = 1 Coulomb aufnehmen können? Wie gross ist in diesem Fall a) die Kapazität der Batterie b) ihre Ladungsenergie, venn das spezifische Induktionsvermögen des Glases k = 3 gefunden wurde? — n = 2618 Flaschen; a) $C = 10^{7}$ cm = 11,1 Mikrofarad b) $E = 4{,}5 \cdot 10^{11}$ Erg.

134. Wie gross ist die Oberfläche eines Kondensators von der Kapazität a) 1 Farad b) ein Mikrofarad, wenn die isolierende Zwischenschicht aus Glas vom spezifischen Induktionsvermögen k = 3 und der Dicke d = 0,2 cm besteht? — a) S = 75,3984 qkm b) S = 75,3984 qm.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

135. Wie gross ist die Oberfläche eines Kondensators, der, zum Potential $V = 300$ E. S. E. geladen, gerade die Elektrizitätsmenge $Q = 1$ Coulomb aufnehmen kann, wenn die isolierende Zwischenschicht aus paraffiniertem Papier von der Dicke $d = 0{,}02$ cm und dem Induktionsvermögen $k = 2$ besteht? — $S = 125{,}6$ qm.

136. Eine Metallkugel vom Radius $r = 6$ cm, welche von einer konzentrischen leitenden Kugelschale vom inneren Radius $R = 7$ cm umgeben ist, wird mit einer Elektrizitätsquelle vom Potential $V = 12000$ Volt verbunden, während die äussere Schale zur Erde abgeleitet ist. Wie gross ist a) die Kapazität und b) die kondensierende Kraft dieses Kugelkondensators? — $C = \frac{Rr}{R - r} = 42$ cm, $C' = C : r = 7$.

137. Wie dick ist die isolierende Luftschicht eines Kugelkondensators von $D = 2R = 20$ cm äusserem Durchmesser, dessen Verstärkungszahl $C' = 6$ ist? — $x = 1{,}67$ cm.

138. Eine Batterie von $n = 6$ Leydner Fläschen von je $S = 960$ qcm Oberfläche und $d = 1$ mm Wandstärke wird mit einer Elektrisiermaschine vom Potential $V = 300$ G. C. S.-Einheiten bis zur Sättigung geladen. Wie gross ist a) die Kapazität b) die aufgenommene Ladung der Batterie, wenn das spezifische Induktionsvermögen des Glases $k = 3$ ist? Wie viel cm eines 0,02 cm dicken Eisendrahtes könnte damit bis zum Schmelzpunkt 1500^0 C erhitzt werden, wenn $96\,^0/_0$ der gesamten Entladungsenergie zur Erwärmung des Drahtes verwende werden? Spezifisches Gewicht des Drahtes 7,6, spezifische Wärme 0,11? a) $C = 13746{,}5$ cm b) $Q = CV = 4123950\ g^{1/2} cm^{3/2} sec^{-1}$, $l = 3{,}59$ mm.

II. Der elektrische Strom.

§ 7. Der galvanische Strom. Das Ohmsche Gesetz.

139. Wie gross ist die Stromstärke eines Bunsenelements von $e = 1{,}9$ Volt elektromotorischer Kraft (E. M. K.) und $w_i = 0{,}3\ \Omega$ innerem Widerstand, wenn dasselbe durch einen Draht von $w_a = 0{,}7\ \Omega$ geschlossen wird?

$$J = \frac{e}{w_i + w_a} = \frac{1{,}9}{0{,}3 + 0{,}7} = 1{,}9 \text{ Ampère.}$$

140. Die Pole A und B einer Batterie (Fig. 8) von $E = 20$ Volt E. M. K. und $w_i = 2{,}2\ \Omega$ innerem Widerstand sind durch die Zuleitungsdrähte AC und BD von $w_1 = 2{,}1\ \Omega$ mit den Enden einer Drahtrolle CD von $w_2 = 10\ \Omega$ Widerstand verbunden. Wie gross ist a) die erzeugte Stromstärke b) die Spannung an den Klemmen der Batterie und c) an den Klemmen der Drahtrolle CD?

Es ist a) die Stromstärke

$$J = \frac{E}{w_i + w_1 + w_2} = \frac{20}{2{,}2 + 2{,}1 + 10} = 1{,}4 \text{ A},$$

b) die Klemmenspannung

$$E_{AB} = J \,.\, (w_1 + w_2) = 1{,}4 \,.\, 12{,}1 = 16{,}94 \text{ Volt},$$

c) die Klemmenspannung

$$E_{CD} = J \,.\, w_2 = 1{,}4 \,.\, 10 = 14 \text{ Volt}.$$

Zur Ueberwindung des inneren Widerstandes gehen $E_i = 1{,}4 \,.\, 2{,}2 = 3{,}06$ Volt verloren.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

141. An den Klemmen einer Dynamomaschine vom Ankerwiderstand $w_i = 2{,}5$, dem Schenkelwiderstand $w_1 = 0{,}5\ \Omega$ werden hintereinander ein Ampèremeter vom Widerstand $w_2 = 1{,}5\ \Omega$ und ein Rheostatenwiderstand $w_3 = 35{,}5\ \Omega$ eingeschaltet. Wie gross ist a) die E. M. K der Maschine, b) die Bürstenspannung, c) die Klemmenspannung der Maschine, d) die Spannung an den Klemmen des Rheostaten und des Ampèremeters, wenn letzteres einen Strom von $J = 3{,}5$ Ampère anzeigt?

a) Die gesamte E. M. K. der Maschine ist

$E = J\ (w_i + w_1 + w_2 + w_3) = 140$ Volt,

b) Die Bürstenspannung ist

$E_1 = J\ (w + w_2 + w_3) = 131{,}25$ Volt,

c) Die Klemmenspannung der Maschine ist

$E_2 = J\ (w_2 + w_3) = 129{,}5$ Volt,

d) Die Spannung an den Klemmen des Rheostaten, bzw. des Ampèremeters ist

$E_3 = J\,w_3 = 124{,}25$, bezw. $E_4 = J\ w_2 = 5{,}25$ Volt.

Uebungsbeispiele.

142. Wie stark ist der Strom, den ein Bunsenelement von $e = 2{,}03$ Volt elektromotorischer Kraft und $w_i = 0{,}6\ \Omega$ innerem Widerstand durch einen äusseren Widerstand von $w_a = 2{,}3\ \Omega$ schickt? Wie gross ist die Klemmenspannung des Elements? — $J = 0{,}7$ A; $E_1 = 1{,}61$ V.

143. Wie gross ist die Klemmenspannung E_1 und die gesamte elektromotorische Kraft E einer Batterie von $J = 0{,}5$ Ampère Stromstärke, die einen inneren Widerstand von $w_i = 18\ \Omega$ besitzt und durch eine Drahtspirale von $W_a = 6\ \Omega$ geschlossen ist? — $E_1 = J\ w_a = 3$ V; $E = J\ (w_i + w_a) = 12$ V.

144. Wie gross ist der innere Widerstand einer Strommquelle von $E = 20$ Volt elektromotorischer Kraft, wenn sie bei einer Klemmenspannung von $E_1 = 14$ Volt einen Strom von $J = 3{,}5$ Ampère gibt? — $w_i = \frac{E - E_1}{J} = 1{,}71\ \Omega$.

145. Wie gross ist der Widerstand einer Bogenlampe, die bei $E_1 = 40$ Volt Klemmenspannung mit $J = 9{,}6$ Ampère gespeist wird? — $w = E_1 : J = 4^1/_6\ \Omega$.

146. Wie gross ist der innere Widerstand einer Stromquelle von $E = 40$ V elektromotorischer Kraft, welche durch ein Ampèremeter von $0{,}36\ \Omega$ Widerstand und einen Rheostatenwiderstand von $13{,}64\ \Omega$ geschlossen ist und dabei $J = 2$ Ampère Stromstärke liefert? — $w_i = \frac{E}{J} - w_a = 6\ \Omega$.

147 Die Intensität eines Stromes zu berechnen, der, durch eine Drahtspirale von $w_a = 16\ \Omega$ Widerstand fliessend, an deren Klemmen A und B eine Potentialdifferenz von $E_{AB} = 100$ V erzeugt. — $J = 6{,}25$ A.

148. Die inneren Widerstände zweier Stromquellen betragen $w_i = 6$, $w_i' = 10\ \Omega$. Wie verhalten sich die elektromotorischen Kräfte E und E' beider zueinander, wenn die eine bei einem äusseren Widerstand von $w_a = 4\ \Omega$ denselben Ausschlag am Galvanometer zeigt wie die andere bei einem solchen von $w'_a = 8\ \Omega$? — $E : E' = (w_i + w_a) : (w_i' + w_a') = 5 : 9$.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

149. Der äussere Widerstand einer Dynamomaschine von $E = 120$ V elektromotorischer Kraft beträgt $w_a = 4\ \Omega$. Wie gross ist der innere Widerstand und die Klemmenspannung der Maschine, wenn sie einen Strom von $J = 25$ Ampère liefert? Wie viel Knallgas könnte damit pro Minute bei 18° C und 730 mm Barometerstand gewonnen werden? — $w_i = 0{,}8\ \Omega$; $E_1 = 100$ V; $V = 11{,}58$ ccm.

150. An die Klemmen einer Batterie ist ein Ampèremeter nebst einem Widerstandskasten angeschlossen. Wie gross ist die elektromotorische Kraft und der innere Widerstand der Batterie, wenn bei Einschaltung von $R = 10\ \Omega$, resp. $r = 20\ \Omega$ Widerstand das Ampèremeter einen Strom von $J = 1{,}18$, resp. $i = 0{,}96$ Ampère anzeigt? — $E = \frac{rJ - Ri}{J - i} = 6{,}36$ V; $w_i = \frac{ri - RJ}{J - i} = 33{,}67\ \Omega$.

§ 8. Stromstärke. Elektromotorische Kraft.

151. Ein Voltameter und eine Tangentenbussole werden gleichzeitig in den Stromkreis einer Batterie eingeschaltet. Wie gross ist a) die Stärke des Stroms nach chemischem Mass b) der Reduktionsfaktor der Bussole, wenn im Voltameter bei $t = 18°$ C und $b = 748$ mm Druck in $n = 5$ Minuten $v = 168$ ccm Knallgas entwickelt werden und gleichzeitig die Nadel der Bussole um $\alpha = 31°$ abgelenkt wird? Wie gross ist schliesslich die Stärke J_1 eines zweiten Stroms, der die Nadel derselben Bussole um $\alpha_1 = 48°$ ablenkte?

Bei $b_1 = 760$ mm Druck und $t = 18°$ C werden $v\frac{b}{b_1}$ ccm,

" " " " " $t = 0°$ C " $v\frac{b}{b_1} \cdot \frac{1}{1 + t/273}$

$= \frac{v\,b\,273}{b_1\,(t + 273)}$ ccm Knallgas entwickelt. Soviel in $n = 5$ Minuten, in einer Minute also $\frac{v}{n} \cdot \frac{b\ 273}{b_1\,(t + 273)}$ ccm. Nach chemischem Mass ist also die Stromstärke

$$J = \frac{1}{10{,}44} \cdot \frac{v}{n} \cdot \frac{b\,273}{b_1\,(t + 273)} = 2{,}97 \text{ Ampère.}$$

Die Formel $J = C \operatorname{tg} \alpha$ gibt als Reduktionsfaktor der Bussole $C = J \operatorname{tg} \alpha = 4{,}946$.

Die Stärke eines zweiten Stromes, der die Nadel um $\alpha = 48°$ ablenkt, ist $J_1 = C \operatorname{tg} \alpha_1 = 5{,}48$ Ampère.

152. Wie lässt sich mit einem Ampèremeter ein Strom messen, dessen Stärke über den Messbereich des Instruments hinausgeht?

Man lässt durch das Instrument nur einen Teil des Stromes hindurchgehen, indem man diesen in zwei Teile zerlegt. Sind i_1 und i_2 die Stromstärken der beiden Zweigströme und w_1, w_2 die zugehörigen Widerstände, so ist (vergl. § 10)

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

$$i_1 : i_2 = w_2 : w_1, \; J = i_1 + i_2,$$

woraus folgt $J = \frac{w_1 + w_2}{w_2} i_1 = \left(1 + \frac{w_1}{w_2}\right) i_1$

Sind w_1 und w_2 bekannt und wird i_1 am Ampèremeter abgelesen, so hat man damit auch die Gesamtintensität des Stromes.

153. Es sei a) $w_2 = {}^1/_9\, w_1$, b) $w_2 = {}^1/_{99}\, w_1$, c) $w_2 = {}^1/_{999}\, w_1$. Wie gross ist in allen drei Fällen die Stromstärke J?

Es ist a) $J = 10\, i_1$ b) $J = 100\, i_1$ c) $J = 1000\, i_1$.

154. Ein Messinstrument vom inneren Widerstand $w_a = 12{,}5\ \Omega$ zeigt, an zwei Punkten A nnd B einer Drahtleitung angelegt, einen Strom von $J = 4{,}6$ Ampère an. Wie gross ist die Spannungsdifferenz zwischen den Punkten A B?

Es ist $E_{AB} = J_1\, w_a = 57{,}5$ Volt.

155. Ein Ampèremeter vom inneren Widerstand $w_i = 100\ \Omega$, dessen Skala von 0,01 bis 1,5 Ampère reicht, zeigt eine Stromstärke von $J = 0{,}15$ Ampère an. Wie gross ist die Klemmenspannung des Instruments? Welche Spannungen lassen sich mit demselben messen und wie lässt sich der Messbereich desselben erweitern?

Die Klemmenspannung ist $E_1 = J \,.\, w_i = 0{,}15 \,.\, 100 = 15$ Volt. Messbereich von $E = 0{,}01 \,.\, 100 = 1$ Volt bis $E = 1{,}5 \,.\, 100 = 150$ Volt. Durch Vorschalten von Widerständen z B. von 100 Ω, 200 Ω, ... lässt sich der Messbereich des Instruments verdoppeln, verdreifachen, ...

156. Ein Element (Batterie) gibt, durch ein Ampèremeter vom inneren Widerstand $w_1 = 0{,}5\ \Omega$ kurz geschlossen, einen Strom von $J = 2{,}6$ Ampère und nach Zuschaltung von $w_2 = 0{,}75\ \Omega$ nur einen solchen von $J' = 1{,}3$ Ampère an. Wie gross ist die elektromotorische Kraft E und der innere Widerstand w_i des Elements?

Wird das Ampèremeter allein eingeschaltet, so gilt die Gleichung $J = \frac{E}{w_i + w_1}$. Wird noch der Widerstand w_2 hinzugeschaltet, so gilt

$$J' = \frac{E}{w_i + w_1 + w_2}$$

Aus beiden Gleichungen folgt

$$E = \frac{J\,J'}{J - J'}\, w_2 = 1{,}95 \text{ Volt}, \quad w_i = \frac{J'}{J - J'}\, w_2 - w_1 = 0{,}25\ \Omega.$$

Uebungsbeispiele.

157. Der Reduktionsfaktor einer Tangentenbussole ist $C = 1{,}5$. Um wie viel Grad wird die Nadel durch einen Strom abgelenkt, der in einem eingeschalteten Voltameter 22,4 ccm Knallgas pro Minute entwickelt? — $\alpha = 55^0\, 2{,}2'$.

158. Eine Stromquelle von der elektromotorischen Kraft $E = 8$ Volt bringt bei einem Gesamtwiderstand von $w = 12\ \Omega$ eine Ablenkung von $\alpha = 23^0$

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

an der Tangentenbussole hervor. Wie gross ist der Reduktionsfaktor C der Bussole und welcher Widerstand x ist hinzuzuschalten, um die Ablenkung der Nadel um $\beta = 13^0$ zu vermindern? — $C = 1{,}57$; $x = 16{,}9\ \Omega$.

159. In einen Stromkreis werden hintereinander ein Knallgasvoltameter und eine Tangentenbussole eingeschaltet. Wie gross ist die Stärke des Stromes und der Reduktionsfaktor der Bussole, wenn die Nadel der letzteren um $\alpha = 31^0$ abgelenkt wird und im Voltameter in $n = 6$ Minuten 281, 88 ccm Knallgas entwickelt werden? Um wie viel Grad wird die Nadel abgelenkt, wenn die Stromstärke auf $J_1 = 5$ Ampère wächst? — $J = 4{,}5$ A; $C = 7{,}557$; $\alpha_1 = 33^0\,29'\,64''$.

160. Der innere Widerstand eines Galvanometers ist $w_1 = 10\ \Omega$. Dasselbe zeigt, an zwei Punkten A und B einer Drahtleitung angelegt, eine Stromstärke von $i_1 = 1{,}5$ Ampère an. Wie stark ist der Strom, wenn der Widerstand von A B $w_2 = 2\ \Omega$ beträgt? — $J = \frac{w_1 + w_2}{w_2} i_1 = 9$ A,

161. Um die elektromotorische Kraft E und den inneren Widerstand w_i einer Batterie zu bestimmen, nimmt man das einemal als äusseren Widerstand einen Draht von $w_a = 2{,}5\ \Omega$, das anderemal einen solchen von $w_a' = 5{,}5\ \Omega$ Wie gross sind E und w_i wenn das Ampèremeter im ersten Fall einen Strom von $J = 4$, im zweiten einen solchen von $J' = 2{,}5$ Ampère anzeigt? —

$$E = \frac{J\,J'}{J - J'}\,(w'_a - w_a) = 20\ V;\ w_i = \frac{J'\,w'_a - J\,w_a}{J - J'} = 2{,}5\ \Omega$$

162. Ein elektrischer Strom lenkt die Nadel einer Bussole um $\alpha = 60^0\,40'$ ab und entwickelt gleichzeitig in einem Voltameter bei $t = 15^0$ und $b = 748$ mm Barometerstand in $n = 4$ Minuten $V = 208$ ccm Knallgas. Wie gross ist die Intensität des Stromes, der Reduktionsfaktor der Bussole und die Ablenkung α', die ein anderer Strom hervorbringt, der in $n' = 15$ Minuten bei $t' = 20^0$ und $b' = 754$ mm Barometerstand $V' = 390$ ccm Knallgas entwickelt? —

$$J = \frac{1}{n\,.\,10{,}44}\,.\,\frac{273}{273 + t}\,.\,\frac{b}{760}\,.\,V = 4{,}\,657\ A;\ C = J\,\mathrm{ctg}\,\alpha = 2{,}04;$$

$\alpha' = 48^0\,57{,}5'$.

163. Um den Reduktionsfaktor C einer Tangentenbussole zu bestimmen, schaltet man nebst dem zu untersuchenden Instrument eine zweite Bussole von bekanntem Reduktionsfaktor $C' = 0{,}85$ in denselben Stromkreis eines Elements oder einer Batterie ein Wie gross ist C, wenn die Bussole Ausschläge von $\alpha = 24^0\,30'$, bzw. $\alpha' = 27^0\,28{,}5'$ gibt? — $C = C'\frac{\mathrm{tg}\,\alpha'}{\mathrm{tg}\,\alpha} = 0{,}97$.

164. Wie gross ist die Stromstärke in einer Drahtleitung, in welcher ein Knallgasvoltameter und eine Tangentenbussole zugleich eingeschaltet sind, wenn letzteres einen Ausschlag von 25^0 zeigt, während im ersteren innerhalb 10 Minuten 448,4 ccm Knallgas entwickelt werden? Wir gross ist der Reduktionsfaktor der Bussole? Temperatur 18° C, Barometerstand 740 mm. — $J = 3{,}92$ A; $C = 8{,}41$.

§ 9 Schaltung von Elementen.

165. Wie viel Daniellsche Elemente von der elektromotorischen Kraft $E = 1$ Volt, dem inneren Widerstand $w_i = 0{,}6\ \Omega$. sind hintereinander zu schalten, um bei einem äusseren Widerstand von $w_a = 1{,}8\ \Omega$ einen Strom von $J = 1{,}33\ldots$ Ampère zu erzeugen?

Die Gleichung $J = \frac{x\,E}{x\,w_i + w_a}$ gibt $x = \frac{J\,w_a}{E - J\,w_i} = 12$.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

166. $n = 4$ Elemente von innerem Widerstand $w_i = 0{,}15\,\Omega$ werden parallel geschaltet. Wie gross ist die elektromotorische Kraft E eines Elements, wenn der erzeugte Strom $J = 2{,}5$ Ampère und der äusere Widerstand $w_a = {}^{61}/_{80}\,\Omega$ beträgt?

$$\text{Aus } J = \frac{E}{\frac{w_i}{n} + w_a} \text{ folgt } E = J\left(\frac{w_i}{n} + w_a\right) = 2 \text{ Volt.}$$

167. Gegeben sind $n = 12$ Bunsensche Elemente von der elektromotorischen Kraft $E = 1{,}9$ Volt und dem inneren Widerstand $w_i = 0{,}1\,\Omega$. Welcher äussere Widerstand ist nötig, um a) bei Serienschaltung a) bei Parallelschaltung einen Strom von $J = 5{,}7$ Ampère zu erhalten?

Im ersten Fall ist

$$J = \frac{n \,.\, E}{n \,.\, w_i + w_a}, \text{ also } w_a = \frac{n\,E}{J} - n\,w_i = 2{,}8\,\Omega,$$

im zweiten Fall ist

$$J = \frac{E}{w_i : n + w_a}, \text{ also } w_a = \frac{E}{J} - \frac{w_i}{n} = 0{,}325\,\Omega.$$

168, Auf wie viel verschiedene Arten können 8 Elemente von der E. M K. 1,8 Volt und dem inneren Widerstand 0,3 Ω durch einen äusseren Leitungsdraht von 2 Ω Widerstand verbunden werden und wie gross ist in jedem Fall die erzielte Stromstärke?

a) Alle hintereinander: $J = \dfrac{8 \,.\, 1{,}8}{8 \,.\, 0{,}3 + 2} = 3{,}3$ A;

b) Ie zwei Elemente nebeneinander und dann als 4 grössere Elemente hintereinander:

$$J = \frac{4 \,.\, 1{,}8}{4 \,.\, 0{,}3/2 + 2} = 2{,}77 \text{ A},$$

c) Ie 4 Elemente nebeneinander und als 2 grossplattige Elemente hintereinander:

$$J = \frac{2 \,.\, 1{,}8}{2 \,.\, 0{,}3/4 + 2} = 1{,}67 \text{ A},$$

d) alle Elemente nebeneinander: $J = \dfrac{1{,}8}{0{,}3/4 + 2} = 0{,}88$ A.

169. Wie müssen $n = 24$ Elemente von der elektromotorischen Kraft $e = 1{,}5$ Volt und dem inneren Widerstand $w_i = 0{,}4\,\Omega$ geschaltet werden, damit bei dem äusseren Widerstand $w_a = 2\,\Omega$ die Stromstärke ein Maximum werde? Wie stark ist in diesem Fall der Strom?

Man schalte je x Elemente nebeneinander und die erhaltenen n/x Gruppen von grossplattigen Elementen hintereinander, dann

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

ist die Stromstärke der Batterie

$$J = \frac{\frac{n}{x} \cdot e}{\frac{n}{x} \cdot \frac{w_i}{x} + w_a} = \frac{n\,e}{\frac{n\,w_i}{x} + x\,w_a}$$

Diese wird ein Maximum, wenn der Nenner ein Minimum ist. Dies ist der Fall, wenn $\frac{n\,w_i}{x} = x\,w_a$ oder $x = \sqrt{\frac{n\,w_i}{w_a}}$ $= 2$. Die Stromstärke ist also für $x = 2$ ein Maximum, d. h. wenn die Elemente paarweise parallel und dann in Serien geschaltet worden. Hiebei ist $J = \frac{24 \,.\, 1{,}5}{9{,}6 : 2 + 4} = 4{,}09$ Ampère

Uebungsbeispiele.

170. Wie viel hintereinander zu schaltende Elemente von der elektromotorischen Kraft $E = 1{,}5$ Volt und dem inneren Widerstand $w_i = 0{,}15\ \Omega$ sind erforderlich, um bei einem äusseren Widerstand von $w_a = 2\ \Omega$ eine Stromstärke $J = 5{,}12$ Ampère zugeben? — $x = \frac{J \,.\, w_a}{E - J w_i} = 14$.

171. Wie gross ist die Stromstärke J einer Batterie von $n = 6$ parallel geschalteten Bunsenelementen ($E = 1{,}9$ Volt, $w_i = 0{,}14\ \Omega$) wenn der äussere Widerstand a) $w_a = 2$; b) $w'_a = 1{,}5\ \Omega$ beträgt? — a) $J = \frac{E}{w_i : n + w_a}$ $= 0{,}94$ A. b) $J' = \frac{E}{w_i : n + w_a}, = 1{,}24$ Ampère.

172. Eine Batterie von $n = 24$ hintereinander geschalteten Tauchelementen von der elektromotorischen Kraft $e = 1{,}5$ Volt liefert bei einem äusseren Widerstand von $w_a = 1{,}2\ \Omega$ einen Strom von $J = 6$ Ampère. Wie gross ist der innere Widerstand eines Elements und welche Stromstärke erhält man, wenn die Elemente gruppenweise a) zu 2, b) zu 3, c) zu 4, d) zu 8 parallel und dann hintereinander geschaltet werden und die Batterie durch einen Draht vom Widerstand $r = 4\ \Omega$ geschlossen wird? — $w_i = 0{,}2\ \Omega$; a) 3,46 A. b) 2,65 A. c) 2,09 A. d) 1,1 A.

173. Welche Schaltungen sind für $n = 6$ Elemente von je $e = 1.9$ Volt elektromotorischer Kraft und $w_i = 0{,}1\ \Omega$ innerem Wiederstand möglich und wie gross ist die jedesmalige Stromstärke, wenn der äussere Widerstand $w_a =$ $1{,}6\ \Omega$ beträgt? — a) Alle nebeneinander: $J = \frac{e}{w_i : n + w_a} = 1{,}17$ A. b) Je drei nebeneinander und dann hintereinander: $J = \frac{2\,e}{2\,w_i : 3 + w_a} = 2{,}28$ A. c) Ie drei nebeneinander und dann hintereinander: $J = \frac{3\,e}{3\,w_i : 2 + w_a} = 3{,}26$ A. d) Alle hintereinander: $J = \frac{6\,e}{6\,w_i + w_a} = 5{,}18$ A.

174. Die Klemmenspannung einer Batterie von $n = 10$ hintereinander geschalteten Elementen beträgt $E_1 = 11{,}66$ Volt. Wie gross ist die elektro-

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

motorische Kraft E und der äussere Widerstand, wenn der wesentliche Widerstand eines Elements $w_i = 0{,}1\ \Omega$ und die Batterie einen Strom von 3.33 . . . Ampère gibt? — $w_a = E_1$; $J = 3{,}5\ \Omega$; $E = J\,(w_i + w_a/n) = 1{,}5$ Volt.

175. Die elektromotorische Kraft eines Daniells beträgt $e = 1{,}1$ Volt, der innere Widerstand $w_i = 0{,}15\ \Omega$. Wie viele dieser Elemente sind bei dem äusseren Widerstand $w_a = 2\ \Omega$ erforderlich, um bei Hintereinanderschaltung einen Strom von $J = 6$ Ampère zu erzeugen? — $n = \dfrac{J \,.\, w_a}{e - J\,w_i} = 60$.

176. $n = 24$ Akkumulatoren von der Spannung $e = 2$ Volt und dem inneren Widerstand $w_i = 0{,}2\ \Omega$ sollen hintereinander geschaltet und durch einen Strom von $J = 5$ Ampère entladen werden. Welcher äussere Widerstand ist einzuschalten? — $w_a = ne/J - n\,w_i = 4{,}8\ \Omega$.

177. Die elektromotorische Kraft einer Batterie von $n = 10$ hinereinandergeschalteten Elementen beträgt $E = 18$ Volt. Wie gross ist die Klemmenspannung E_1, die elektromotorische Kraft e und der innere Widerstand w_i eines Elements, wenn die Batterie bei einem äusseren Widerstand von $w_a = 4{,}5\ \Omega$ einen Strom von $J = 3$ Ampère gibt? — $E_1 = J \,.\, w_a = 13{,}5$ V; $e = \dfrac{E}{n} = 1{,}8$ V; $w_i = \dfrac{E - E_1}{n\,J} = 0{,}15\ \Omega$.

178. Die elektromotorische Kraft eines Elements ist $e = 1{,}9$ Volt, der innere Widerstand $w_i = 1{,}2\ \Omega$. Welche Stromstärke wird bei dem äusseren Widerstand $w_a = 3\ \Omega$ erzielt, wenn a) $n = 6$ solcher Elemente parallel b) in Serien geschaltet werden? — a) $J = 0{,}6$ A. b) $J = 1{,}12$ A.

179. Wie sind $n = 24$ Daniellsche Elemente von $e = 1{,}1$ Volt elektromotorischer Kraft und $w_i = 2\ \Omega$ innerem Wiederstand zu schalten, um bei einem äusseren Widerstand von $w_a = 3\ \Omega$ ein Maximum der Stromstärke zu erhalten? — Je 4 parallel und dann hintereinander: $J = 1{,}1$ A.

180. Eine Batterie von $n = 6$ hintereinander geschalteten Elementen ($e = 1{,}9$ Volt, $w_i = 0{,}45\ \Omega$) wird mit einer zweiten von $n' = 4$ ebenso geschalteten Elementen ($e' = 1{,}5$ Volt, $w'_i = 0{,}5\ \Omega$) a) mit den gleichen Polen b) mit den ungleichen Polen durch einen äusseren Widerstand von $w_a = 2\ \Omega$ verbunden. Wie gross war in jedem Fall die erzielte Stromstärke? — a) $i = \dfrac{n\,e + n'\,e'}{n\,w_i + n'\,w'_i + w_a} = 2{,}6$ A. b) $i = \dfrac{n\,e - n'\,e'}{n\,w_i + n\,w'_i + w_a} = 0{,}8$ A.

181. Eine Batterie von $n = 4$ Akkumulatoren von je $e = 2$ Volt Spannung und $w_i = 0{,}2\ \Omega$ Widerstand soll durch eine solche von Daniellschen Elementen von $e' = 1$ Volt Spannung und $w'_i = 0{,}45\ \Omega$ innerem Widerstand ersetzt werden. Wie viel dieser Elemente sind bei dem äusseren Widerstand $w_a = 5{,}6\ \Omega$ hiezu nötig? $n = 16$.

182. Es sind $n = 12$ Grovesche Elemente von $e = 1{,}9$ Volt elektromotorischer Kraft und $w_i = 0{,}6\ \Omega$ innerem Widerstand gegeben. Wie gross ist die Stromstärke, die Klemmenspannung und der innere Widerstand der Batterie, wenn die Elemente a) in 8 Reihen zu je 3 b) in 6 Reihen zu je 4 c) in 4 Reihen zu je 3 parallel und dann hintereinander d) alle hintereinander geschaltet werden und der äussere Widerstand $w_a = 1{,}5\ \Omega$ beträgt? — a) $J = 4{,}9$ A; $E_1 = 7{,}35$ V; $w_i = 1{,}6\ \Omega$. b) $J = 4{,}75$ A; $E_1 = 7{,}125$ V; $w_i = 0{,}9\ \Omega$. c) $J = 3{,}3$ A; $E_1 = 4{,}95$ V; $w_i = 0{,}8\ \Omega$. d) $J = 2{,}62$ A; $E_1 = 3{,}93$ V; $w_i = 7{,}2\ \Omega$.

183. Wie viel Lechanche'-Elemente von $e = 1{,}49$ Volt elektromotorischer Kraft und $w_i = 0{,}5\ \Omega$ innerem Widerstand sind a) hintereinander b) parallel zu schalten, damit durch den erzielten Strom die Nadel einer Tengentenbussole

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

vom Reduktionsfaktor $C = 5{,}822$ und dem Widerstand $w_a = 0{,}5\ \Omega$ um $\alpha = 21^0$ abgelenkt wird? — Für a) und b) $n = 3$.

184. Die E. M. K eines Bunsenschen Chromsäureelements ist $e = 2{,}03$ Volt, sein innerer Widerstand $w_i = 0{,}67\ \Omega$. Welche Stromstärke geben $n_1 = 3$ bzw. $n_2 = 8$ solcher Elemente bei $w_a = 2{,}5\ \Omega$ äusseren Widerstand, wenn dieselben a) hintereinander b) parallel geschaltet werden? —

a) $J_1 = \dfrac{n_1\ e}{n_1\ w_i + w_a} = 1{,}35$ A, $J_2 = \dfrac{n_2\ e}{n_2\ w_i + w_a} = 2{,}06$ A.

b) $J_1 = \dfrac{e}{(w_i : n_1) + w_a} = 0{,}75$ A, $J_2 = \dfrac{e}{(w_i : n_2) + w_a} = 0{,}78$ A.

§ 10. Stromverzweigung. Kirchhoffsche Sätze.

185. Ein Strom von $J = 22$ Ampère verzweigt sich an den Klemmen der Maschine und fliesst durch drei parallel geschaltete Drähte von den Einzelwiderständen $w_1 = w_2 = 2$, $w_3 = 3\ \Omega$. Wie gross ist a) der Gesamtwiderstand der Stromverzweigung, b) die Stromstärke in jeder Zweigleitung, c) die elektromotorische Kraft der Maschine, wenn deren innerer Widerstand $w_i = 0{,}6\ \Omega$ beträgt?

Es ist $1/w_a = 1/w_1 + 1/w_2 + 1/w_3 = 4/3$, also $w_a = 3/4\ \Omega$, ferner $i_1 : i_2 : i_3 : J = 1/w_1 : 1/w_2 : 1/w_3 : 1/w_a = 1/2 : 1/2 : 1/3 : 4/3$, also, da $J = 22$ A ist,

$$i_1 = i_2 = J\frac{w_a}{w_1} = 8\,1/4,\ i_3 = J\frac{w_a}{w_3} = 5{,}5 \text{ A.}$$

Endlich ist $E = J(w_i + w_a) = 29{,}7$ V.

186. Der Strom einer Batterie (Fig. 9) von der elektromotorischen Kraft E verzweigt sich in C und fliesst zum Teil durch die Zweigleitung C G D vom Widerstand w nach D und zur Batterie zurück. Welcher Teil des Stromes fliesst durch die Zweigleitung hindurch?

Nach dem 1. Kirchhoffschen Satz ist $J = i_1 + i$.

Nach dem zweiten gilt für den geschlossenen Stromkreis CGDC $\quad 0 = i\,w - i_1\,w_1$ oder $i\,w = i_1\,w_1$.

Aus beiden Gleichungen folgt

$$i = \frac{w_1}{w + w_1}\,J,\ i_1 = \frac{w}{w + w_1}\,J,\ J = \frac{w + w_1}{w}\,i$$

Gibt also das Galvanometer G die Stromstärke i im Nebenschluss an, so lässt sich damit die Stromstärke J des Hauptstromes bestimmen, sobald das Verhältnis $\dfrac{w}{w + w_1}$ bekannt ist. Durch Anlegen eines solchen Nebenschlusses (Shunt) können mit sehr empfindlichen Galvanometern die stärksten Ströme ermittelt werden, wenn nur das Verhältnis $\dfrac{w}{w + w_1}$ genügend klein gewählt wird.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

187. Bei einer Wheatstoneschen Brücke (Fig. 10) wird zwischen A und C eine Spirale W, zwischen C und B ein Rheostatenwiderstand von R = 120 Ω eingeschaltet. Für AD = 20 und DB = 80 Teile des Messdrahts zeigt das Galvanometer keinen Strom an. Wie gross ist der Widerstand der Spirale und in welchen Punkt müsste der Kontakt D eingestellt werden, wenn nur R' = 80 Ω Widerstand zwischen C und B eingeschaltet wären?

$W = \frac{AD}{DB} \cdot R = {}^{20}/_{80} \cdot 120 = 30\,\Omega$. Wenn nur $R' = 80\,\Omega$ eingeschaltet werden, ist AD : DB = W : R' = 30 : 80 = 27,3 : 72,7.

Uebungsbeispiele.

188. Wie gross ist der Widerstand einer Stromverzweigung, bestehend aus drei Drähten von den Einzelwiderständen $w_1 = 1$, $w_2 = 2$, $w_3 = 3\ \Omega$? — $w = 1 : \Sigma\, 1/w_1 = {}^{6}/_{11} = 0{,}56\ \Omega$.

189. Vier Drähte von den Einzelwiderständen $w_1 = 2$, $w_2 = 3$, $w_3 = 4$, $w_4 = 6\ \Omega$ werden parallel geschaltet. Wie gross ist der Gesamtwiderstand und welcher Teil des J = 20 Ampère betragenden Stromes fliesst durch jeden Draht hindurch? — $w = 0{,}8\ \Omega$; $i_1 = 8$, $i_2 = 5{,}33$, $i_3 = 4$, $i_4 = 2{,}66$ A.

190. Eine Stromverzweigung hat einen Gesamtwiderstand von $w_1 = 16\ \Omega$; welcher Widerstand x ist parallel zu schalten, um den Gesamtwiderstand um $r = 10\ \Omega$ zu verringern? — $x = \frac{w_1 \cdot (w_1 - r)}{r} = 9{,}6\ \Omega$.

191. Wie gross sind die Widerstände dreier Zweigleitungen die bzw. von Strömen von $i_1 = 0{,}5$; $i_2 = 1{,}5$, $i_3 = 2$ Ampère Stromstärke durchflossen werden, wenn der Gesamtwiderstand der Verzweigung $w_a = 1^1/_3\ \Omega$ beträgt? — $w_1 = 10{,}67$, $w_2 = 3{,}56$, $w_3 = 2{,}67\ \Omega$.

192. Wie gross ist der Widerstand eines Nebenschlusses, wenn die Hauptleitung einen Widerstand von $w_1 = 2{,}5\ \Omega$ besitzt und der Gesamtwiderstand $w_a = 0{,}5\ \Omega$ betragen soll? Wie gross ist die Stromstärke in jeder Zweigleitung, wenn an den Verzweigungspunkten ein Potentialunterschied von $E_1 = 10$ Volt herrscht? — $w = \frac{w_1\ w_a}{w_1 - w_a} = 0{,}625\ \Omega$; $i_2 = \frac{E_1}{w_1} = 4$, $i_2 = \frac{E_1}{w} = E_1 \frac{w_1 - w_a}{w_1\ w_a} = 16$ A.

193. Drei Drähte stellen einzeln Widerstände von $w_1 = 4$, $w_2 = 5$, $w_3 = 6\ \Omega$ dar. Um wie viel ist der letzte Draht zu verkürzen, damit im Fall der Parallelschaltung ihr Gesamtwiderstand $w_a = 1{,}5\ \Omega$ beträgt? — $x = {}^{7}/_{13}$ l.

194. Eine Stromverzweigung besteht aus drei Kupferdrähten, deren Querschnitte sich wie 1 : 1,5 : 2 und deren Längen sich wie 2 : 1 : 5 verhalten. Wie gross sind die Stromstärken in jedem Draht und der Gesamtwiderstand der Stromverzweigung, wenn der Widerstand des ersten Drahtes $w_1 = 2\ \Omega$ und die Stärke des hindurchfliessenden Stromes $i_1 = 3$ Ampère beträgt? — $i_1 = 3$, $i_2 = 9$, $i_3 = 2{,}4$ A; $w = {}^{5}/_{12}\ \Omega$.

195. Der Strom von n = 10 hintereinander geschalteten Elementen von e = 1,8 Volt elektromotorischer Kraft und $w_i = 0{,}2\ \Omega$ innerem Widerstand fliesst durch 3 gleichlange parallel geschaltete Kupferdrähte, deren Querschnitte sich wie 1 : 2 : 3 verhalten und von denen der erste einen Widerstand von $w_1 = 6\ \Omega$ hat. Wie gross ist der Gesamtwiderstand der Stromverzweigung und die Intensität jedes Teilstromes? — $w_a = 1\ \Omega$; $i_1 = 1$, $i_2 = 2$, $i_3 = 3$ A.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

196. Wie teilt sich ein Strom von $J = 22{,}3$ Ampère, der durch vier parallel geschaltete Drähte gleichen Materials von den Längen $l_1 = 4$, $l_2 = 9$, $l_3 = 6$, $l_4 = 8$ m und den Dicken $d_1 = 0{,}5$, $d_2 = 0{,}75$, $d_3 = 1$ und $d_4 = 0{,}8$ mm geschickt wird? — $i_1 = i_2 = 3{,}75$, $i_3 = 10$, $i_4 = 4{,}8$ A.

197. Sechs Daniellsche Elemente sind hintereinander verbunden ($e = 1{,}05$ Volt, $w_i = 0{,}5\ \Omega$), Zwischen die Pole der Batterie lassen sich drei Drähte mit den Widerständen $w_1 = 3$, $w_2 = 30$, $w_3 = 300\ \Omega$ einschalten. Wie stark wird der Strom, wenn a) nur der erste und zweite Draht parallel, b) alle Drähte parallel und c) alle Drähte hintereinander geschaltet werden? — a) $J = 1{,}1$, b) $J = 1{,}1$, c) $J = 0{,}01875$ A.

198. Wie lassen sich mit einem Ampèremeter, das nur für Ströme bis 6 Ampère geaicht ist, noch solche von 7 und mehr Ampère Stromstärke messen?

Man legt das Galvanometer in den Nebenschluss, dessen Widerstand w_1 grösser ist als der Widerstand w_0 der Hauptleitung z. B. $w_1 : w_0 = 9 : 1$ (oder $= 99 : 1$ etc.), so ist $i_1 : i_0 = w_0 : w_1$, $i_1 = J\frac{w_0}{w_0 + w_1}$, $J = 10\ i_1$ (oder $= 100\ i_1$ etc.) Lässt sich die Stromstärke i_1 mit dem Galvanometer messen, so hat der Hauptstrom die Stärke $J = 10\ i_1$ (oder $100\ i_1$ etc.)

199. Der Strom, den eine Batterie von $n = 4$ hintereinander geschalteten Elementen von $e = 2$ Volt elektromotorischer Kraft und $w_i = 1{,}5\ \Omega$ innerem Widerstand liefert, verzweigt sich in B und E. (Fig. 11). Wie gross sind die Stromstärken in den einzelnen Zweigen, wenn $AB = 1\ \Omega$, $BCE = 1\ \Omega$, $BDE = 3\ \Omega$, $EF = 2\ \Omega$ ist? — Wie gross ist der gesamte äussere Widerstand w_a? — Für BCE ist $i_1 = 0{,}615$, für BDE ist $i_2 = 0{,}205$ A; $w_a = 3{,}75\ \Omega$.

200. Ein Galvanometer G von $w_1 = 2400\ \Omega$ Widerstand ist parallel zu einem Leiter L vom Widerstand $w_2 = 3\ \Omega$ geschaltet. Wie gross ist a) die Stromstärke in L b) die Gesamtstromstärke und c) der Gesamtwiderstand der Stromverzweigung, wenn durch das Galvanometer ein Strom von $i_1 = 0{,}048$ Ampère fliesst? Wie gross ist der Potentialunterschied zwischen den Verzweigungspunkten? — a) $i_2 = 38{,}4$ A. b) $J = 38{,}448$ A. c) $w = 2{,}995\ \Omega$.

201. Zu einem empfindlichen Galvanometer von $w_1 = 6300\ \Omega$ Widerstand soll ein Nebenschluss angefertigt werden, so dass nur noch 0,001 des Gesamtstroms durch das Galvanometer fliesst. Wie gross muss der Widerstand w_2 des Nebenschlusses werden? — $w_2 = 6{,}31\ \Omega$.

202. Der Strom einer Batterie von $n = 10$ hintereinander geschalteten groveschen Elementen von der elektromotorischen Kraft $e = 1{,}9$ Volt und dem inneren Widerstand $w_i = 0{,}6\ \Omega$ verzweigt sich an den Klemmen der Batterie und fliesst durch 2 Drähte vom Widerstand $w_2 = 2{,}4\ \Omega$ und $w_3 = 4\ \Omega$, sowie durch ein Ampèremeter vom Widerstand $w_1 = 1{,}2\ \Omega$. Wie gross ist a) der Gesamtwiderstand der Stromverzweigung b) die Stromstärke im Ampèremeter und den beiden Drähten und die Gesamtstromstärke der Batterie und c die Klemmenspannung der Batterie? — a) $w = {}^2/_3\ \Omega$ b) $i_1 = 1{,}58$, $i_2 = 0{,}79$, $_3 = 0{,}48$, $J = 2{,}85$ A. c) $E_1 = 1{,}9$ Volt.

§ 11. Widerstandsbestimmungen.

203. Wie gross ist der Widerstand eines Eisendrahtes von $l = 11{,}5$ m Länge und $d = 0{,}5$ mm Durchmesser? Wie gross ist der Gesamtwiderstand, wenn $n = 10$ solcher Drähte a) hintereinander b) parallel geschaltet werden?

Für Eisen ist der Widerstand eines Drahtes von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt $s = {}^1/_{12}\ \Omega$, somit ist

$$w = \frac{sl}{q} = \frac{1}{12} \cdot \frac{11{,}5}{\pi \cdot 0{,}25^2} = 4{,}88\ \Omega.$$

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Sodann ist a) wenn n = 10 solcher Drähte hintereinander geschaltet werden:

$$w_a = n \cdot w = 48{,}8\ \Omega,$$

b) wenn sie parallel geschaltet werden:

$$\frac{1}{w_a} = \Sigma \frac{1}{w} = \frac{n}{w} = \frac{10}{4{,}88}, \text{ also } w_a = \frac{w}{n} = 0{,}488\ \Omega.$$

204. Wie gross ist der Widerstand eines Kupferdrahtes a) bei 10° C, b) bei 30° C, c) bei 100° C, wenn er bei 0° C l = 180 m lang ist und 1 qmm Querschnitt besitzt?

Bei der Temperatur t° lässt sich der Widerstand ausdrücken durch $w = \frac{s\,l}{q}(1 + \alpha\, t)$,

wo α für reine Metalle etwa 0,004 ist. Es ist daher, da für Cu $s = {}^1/_{60}\ \Omega$ angenommen werden darf:

a) $w = {}^{180}/_{60}\ (1 + 0{,}004 \cdot 10) = 3{,}12\ \Omega.$

b) $w = {}^{180}/_{60}\ (1 + 0{,}004 \cdot 30) = 3{,}36\ \Omega.$

c) $w = {}^{180}/_{60}\ (1 + 0{,}004 \cdot 100) = 4{,}20\ \Omega.$

205. Vier Drähte von den Einzelwiderständen 1, 2, 3, 4 Ω sollen a) hintereinander b) parallel (oder nebeneinander) geschaltet werden. Wie gross ist in jedem Fall die Gesamtleitungsfähigkeit und der Gesamtwiderstand?

a) Der Gesamtwiderstand ist

$w_a = 1 + 2 + 3 + 4 = 10\ \Omega$, also

die Gesamtleitungsfähigkeit ${}^1/w_a = {}^1/_{10}$

b) der Gesamtwiderstand ist

$w_a = 1 : ({}^1/_1 + {}^1/_2 + {}^1/_3 + {}^1/_4) = 0{,}48\ \Omega$, also

Gesamtleitungsfähigkeit der Verzweigung

${}^1/w_a = {}^{25}/_{12} = 2{,}08.$

206. Der Widerstand der beiden Spulen eines Funkeninduktors soll mittelst einer Messbrücke (Fig. 10) bestimmt werden, deren Messdraht A B in 100 Teile geteilt ist. Bei Einschaltung der Primärspule resp. Sekundärspule in den Zweig A C und Einschaltung eines Rheostatenwiderstands vom $R = 1\ \Omega$, bzw. 100 Ω zwischen B C zeigt das Galvanometer keinen Strom an, wenn der Kontakt D in den Teilpunkt 45,6 bzw. 98,2 verschoben wird. Wie gross sind die Widerstände der beiden Rollen?

Für die Primärrolle gilt

$w : 1 = 45{,}6 : (100 - 45{,}6),\ w = 0{,}838\ \Omega.$

Für die Sekundärrolle gilt

$w : 100 = 98{,}2 : (100 - 98{,}2),\ w = 5455{,}557\ \Omega.$

207. Um den inneren Widerstand einer Batterie zu bestimmen, wird an den Klemmen derselben eine Tangentenbussole nebst einem Rheostaten angeschlossen. Bei Einschaltung von $r = 50$, bzw. $r' = 140\ \Omega$ zeigt das Galvanometer Ausschläge von $\alpha = 55^0\ 42'$, bzw. $\alpha' = 34^0\ 54'$. Wie gross ist der innere Widerstand w_i der Batterie?

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Ist e die elektromotorische Kraft und i die Stärke des Batteriestromes, so ist

$$\frac{e}{w_i + r} = C \operatorname{tg} \alpha \text{ und } \frac{e}{w_i + r'} = C \operatorname{tg} \alpha',$$

woraus durch Division folgt

$$\frac{w_i + r}{w_i + r'} = \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha}, \quad w_i = {}^1/_2 \frac{\sin(\alpha + \alpha')}{\sin(\alpha - \alpha')}(r' - r) - \frac{r + r'}{2}$$

Für vorstehendes Beispiel ist $\alpha + \alpha' = 90^0\, 36'$, $\alpha - \alpha' = 20^0\, 48'$, somit $w_i = 26{,}17\ \Omega$.

Uebungsbeispiele.

208. Welchen Widerstand hat ein Kupferdraht von $l = 10$ m Länge und $d = 0{,}8$ mm Dicke? Der Widerstand eines Kupferdrahtes von 1 m Länge und 1 mm² Querschnitt beträgt $s = {}^1/_{60}\ \Omega$. — $w = 0{,}33\ \Omega$.

209. Wie dick ist ein Eisendraht von $l = 8$ m Länge und $w_a = 2\ \Omega$ Widerstand? — $d = 0{,}65$ mm.

210, Wie gross ist der Widerstand einer Telegraphenleitung von Eisendraht von $l = 15$ km Länge und 3 mm Durchmesser? $w = sl/q = 196{,}86\ \Omega$.

211. Wie gross ist der Widerstand einer Quecksilbersäule von $q = 2{,}5$ qmm Querschnitt und $l = 760$ mm Länge? — $w = sl/q = 0{,}286\ \Omega$.

212, Wie gross ist der Widerstand einer Spule aus Kupferdraht von $l = 248$ m Länge und $d = 0{,}75$ mm Dicke? — $9{,}36\ \Omega$.

213. Wie gross ist der spezifische Widerstand des Eisens, wenn ein $l = 5$ km langer und $d = 5$ mm dicker Eisendraht einen Widerstand von $w = 21{,}22\ \Omega$ besitzt? — $s = \pi d^2 w : 4l = 0{,}083 = {}^1/_{12}\ \Omega$.

214. Die Widerstände der primären und sekundären Spule eines Rhumkorffs betragen bzw. $w_1 = 0{,}64\ \Omega$ und $w_2 = 14000\ \Omega$. Wie lang sind die hiezu verwendeten Kupferdrähte, wenn diese bzw. $d_1 = 1$ mm und $d_2 = 0{,}2$ mm dick sind? — $l_1 = w_1\, d_1^2\, \pi/4s = 30{,}16$ m; $l_2 = w_2\, d_2^2\, \pi/4s = 26\,389{,}44$ m

215. Der Strom einer Batterie von $n = 8$ hintereinander geschalteten Elementen von je $w_i = 0{,}25\ \Omega$ innerem Widerstand geht der Reihe nach durch ein Ampèremeter, dessen Spule aus Cu-Draht von $l_1 = 20$ m Länge und $d_1 = 1$ mm Dicke besteht, dann durch einen Rheostaten, von welchem $r_1 = 2$ und $r_2 = 10\ \Omega$ eingeschaltet sind, sowie durch einen Cu-Draht von $l_2 = 3{,}75$ m Länge und $d_2 = 1{,}5$ mm Dicke. Wie gross ist der Widerstand des ganzen Stromkreises? Wie stark ist der Strom, wenn die elektromotorische Kraft eines Elements $e = 1{,}4$ Volt beträgt? — $w = 14{,}46\ \Omega$; $i = 0{,}775$ A.

216. Wie verhalten sich die Widerstände zweier Drähte aus Blei und Zink deren Querschnitte sich wie $q_1 : q_2 = 3 : 4$ und deren Längen sich wie $l_1 : l_2 = 5 : 8$ verhalten? — $w_1 : w_2 = 3 : 1$.

217. Vier Drähte aus Eisen, Kupfer, Neusilber und Nickelin sind bzw. 10; 2,5; 6 und 3,5 m lang und 2; 2,5; 1,5 und 1 mm dick. Wie lang müsste ein Eisendraht von 1 mm Dicke sein, der dem Strom den gleichen Widerstand darböte, wie die vier genannten Drähte a) wenn diese hintereinander, b) wenn sie parallel geschaltet werden? — a) 24,58 m, b) 0,076 m.

218. Der Widerstand eines Messingdrahtes von $l_1 = 20{,}4$ m Länge betrug $w_1 = 2{,}54\ \Omega$. Ein anderes Stück desselben Drahtes hatte einen Widerstand von $w_2 = 5{,}78\ \Omega$; wie lang war letzteres? — 46,42 m.

219. Wie lang muss ein Draht von $d = 0{,}5$ mm Dicke sein, um dem elektrischen Strom denselben Widerstand zu leisten wie ein Draht desselben Stoffes von $l' = 40$ m Länge und $d' = 1$ mm Dicke? — $x = 10$ m.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

220. Der Widerstand eines Nebenschlusses beträgt $w_1 = 10\ \Omega$; wie gross ist der Widerstand der Hauptleitung, wenn der Gesamtwiderstand $w = 3^1/_3\ \Omega$ ist? — $x = 5\ \Omega$.

221. Wie gross ist die Stromstärke einer Telegraphenleitung von Ulm nach Stuttgart von $l = 95$ km Länge und $d = 3{,}5$ mm Dicke, wenn $n = 12$ Daniell von der elektromotorischen Kraft $e = 1$ Volt und $w_1 = 0{,}6\ \Omega$ innerem Widerstand hintereinander geschaltet werden? — 0,014 A.

222. Wie gross ist der Widerstand eines Kupferdrahtes von $l = 100$ m Länge und $q = 0{,}1$ mm Dicke bei $t = 35^0$ C? — $w = sl/q\ (1 + 0{,}004\ t) = 59{,}5\ \Omega$.

223. Welche Länge hat der aufgewickelte Kupferdraht einer Induktionsrolle wenn dieselbe einen Widerstand von $w = 850\ \Omega$ und eine Dicke von $d = 0{,}3$ mm hat? — $l = \pi\ d^2 w : 4s = 3663$ m.

224. Ein Stück Kupfer vom Gewicht $P = 1$ kg soll in einen Draht vom Widerstand $w = 1\ \Omega$ ausgezogen werden. Welche Länge und welchen Querschnitt muss derselbe erhalten, wenn das spez. Gewicht des Cu $\sigma = 8{,}9$ und der Widerstand eines Kupferdrahtes von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt $s = {}^1/_{60}\ \Omega$ beträgt? — $l = 32{,}08$ m; $q = 1{,}368$ qmm.

§ 12. Die chemischen Wirkungen des galvanischen Stroms.

225. Wie stark ist ein Strom, der in der Minute bei 18° C und 740 mm Barometerstand 44,6 ccm Knallgas liefert? Bei 760 mm Druck liefert dieser Strom $44{,}6\ .\ {}^{74}/_{76}$ ccm. Werden bei 0° C V_0 ccm Gas gewonnen, so ist nach Gay-Lussac

$$44{,}6\ .\ {}^{74}/_{76} = V_0\ (1 + {}^{18}/_{273}),\ \text{woraus folgt}$$

$$V_0 = \frac{44{,}6\ .\ 74\ .\ 273}{76\ .\ 291}\ \text{ccm.}$$

Die Stromstärke ist somit $J = V_0 : 10{,}44 = 3{,}9$ Ampère.

226. Ein Strom fliesst durch drei elektrolytische Zellen in denen bzw. angesäuertes Wasser, Kupfervitriol und Höllenstein in Lösung sind. Wie viel Kupfer und wie viel Silber wird in den beiden letzten Zellen in derselben Zeit niedergeschlagen, in welcher in der ersten 10,44 ccm Knallgas entwickelt werden?

In 10,44 ccm Knallgas sind $^2/_3\ .\ 10{,}44 = 6{,}96$ ccm Wasserstoff enthalten, die $6{,}96\ .\ 0{,}0895 = 0{,}6229$ mg wiegen.

Wird daher in derselben x mg Cu und y mg Ag abgeschieden so ist $x : y : 0{,}6229 = 63{,}18/2 : 107{,}66/1$.
$x = 0{,}6229\ .\ 63{,}18/2 = 19{,}677$ mg, $y = 0{,}6229\ .\ 107{,}66 = 67{,}06$ mg.

227. Wie viel Coulomb sind nötig, um 3 ccm Wasser zu zersetzen?

Durch ein Coulomb werden in der Sekunde 0,0933 mg Wasser zersetzt. Um 3 g oder 3000 mg zu zersetzen, sind also $Q = 3000 : 0{,}0933 = 32160$ Coulomb nötig.

228. Eine Statue hat eine Oberfläche von $q = 860$ qcm. Sie soll mit einem galvanischen Kupferüberzug versehen werden was erfahrungsgemäss am besten bei einer Stromdichte von $\delta = 0{,}45$

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Ampère pro qdcm geschieht. Wie lang muss die Statue im Bad gelassen werden, wenn man den Ueberzug d = 0,005 cm dick wünscht? Das spezifische Gewicht des reinen Kupfers ist s = 8,9.

Die Stromstärke ist $J = 10^{-2} . q . \delta = 3{,}87$ Ampère.

Der Kupferüberzug soll das Gewicht erhalten

$$q d s . g = q d s . 10^3 = 38270 \text{ mg.}$$

Diese Kupfermenge wird durch einen Strom von J Ampère in x Minuten auf der Statue niedergeschlagen, wenn

$19{,}68 . J . x = 38270, x = 502{,}3$ Min. = 8 St. 22 Min. $26^2/_3$ Sek.

Uebungsbeispiele.

229. Wie viel Coulomb führt ein Strom von J = 1,5 Ampère in n = 10 Minuten durch einen Stromkreis und wie viel Knallgas kann damit unter normalen Verhältnissen (bei 0° C und 760 mm Barometerstand) gewonnen werden? — Q = 900 Coul.; 156,6 ccm.

230. Wie lang muss ein Strom von i = 1,4 Ampère Stromstärke wirken, damit auf einem Gegenstand von q = 360 qcm Oberfläche eine Silberschicht von d = 0,05 mm Dicke niedergeschlagen wird? — 4 Std. 42 Min.

231. Wie stark ist ein Strom, der in n = 3 Minuten bei t = 18° C und b = 754 mm Barometerstand v = 106 ccm Knallgas entwickelt? — 3,15 A.

232. Bei t = 15° C und b = 746 mm Barometerstand werden in n = 6,4 Minuten v = 266,6 ccm Knallgas aufgefangen. Wie stark war der dabei tätige Strom und wie viel Coulomb sind während dieser Zeit durch den Leiterkreis geflossen? — 3,6 A; 1382,4 Coul.

233. Wie viel Liter Knallgas werden in n = 15 Minuten bei t = 18° C und b = 770 mm Barometerstand durch einen Strom von i = 5 Ampère entwickelt? — 0,8238 l.

234. Die mittlere Stromstärke einer Batterie von n = 6 hintereinander geschalteten Elementen betrug n_1 = 12 Stunden lang J = 1,5 Ampère. Wie viel Kupfersulfat, Zink und Schwefelsäure wurde während dieser Zeit konsumiert? — 53,36 g $CuSO_4$, 21,868 g Zn, 32,78 g H_2SO_4.

235. Eine Anzahl Clichés, von zusammen q = 240 qcm Oberfläche, sollen galvanisch verkupfert werden. Wie lang müssen dieselben im Bad bleiben, wenn die Stromdichte δ = 0,45 Ampère pro qdcm nicht überschritten und der Ueberzug d = 0,15 mm stark werden soll? — 25 Std. 7,2 Min.

236. Wie gross ist das Atomgewicht des Goldes, wenn aus einer Lösung von Chlorgold in derselben Zeit, in welcher unter normalen Verhältnissen v = 440 ccm Knallgas gewonnen werden, P = 17,28 g Gold abgeschieden werden? — 197,18.

237. In welcher Zeit werden P = 10 g Gold durch einen Strom von J = 2 Ampère elektrolytisch ausgeschieden? — 2 Std. 2,6 Min.

238. In einem Kupfervoltameter wurden in n = 25 Minuten P = 21,302 g Kupfer ausgeschieden. Wie gross war die Stärke des Stromes und die Stromdichte, wenn damit als Kathode ein Gegenstand von q = 1,0825 qm Oberfläche galvanisch überzogen wurde. Wie dick war der erhaltene Ueberzug? — 43,3 A; 0,4 A pro qdcm; d = 0,00022 mm,

239. Welche Stärke hat ein Strom, der in n = 24 Minuten P = 0,564 g Ni aus einer Nickelsulfatlösung niederschlägt? Wie viel Silber könnte durch denselben in der gleichen Zeit elektrolytisch ausgeschieden werden? — 1,28 A; 2,072 g Ag.

240. Wie viel Sauerstoff, bzw. Wasserstoff und wie viel Knallgas entwickelt ein Strom von 1 Ampère in der Minute, wenn bekannt ist, dass derselbe in der gleichen Zeit 19,70 mg Cu abscheidet? — 0,6236 mg Wasserstoff, 4,9787 mg Sauerstoff, 10,44 cm Knallgas.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

241. Wie viel Silber bzw. Kupfer scheidet ein Strom von 1 Ampére in der Minute aus, wenn er in derselben Zeit bei 0° C und 760 mm Barometerstand 10,44 ccm Knallgas entwickelt? 67,1 mg Ag, 19,7 mg Cn.

242. Durch eine galvanische Batterie werden in n = 2,5 Stunden P = 40,254 g Silber aus einer Lösung von Cyansilberkalium ausgeschieden; wie gross war die Stromstärke J und die elektromotorische Kraft E der Batterie, wenn der innere Widerstand derselben $w_i = 1\ \Omega$ und der Widerstand des Voltameters $W_a = 2\ \Omega$ beträgt und durch 1 Ampère in der Minute 67,09 mg Silber ausgeschieden werden? — J = 4 A; E = 12 V.

243. Wie viel Kupfersulfat und wie viel Zinksulfat wird durch einen Strom von 1 Ampère in der Stunde zerlegt? Wie viel von jedem Metall wird dabei elektrolytisch abgeschieden?

244. Eine Gypsfigur von q = 1,5 qm Oberfläche soll mit einer d = 0,05 mm dicken Kupferschicht versehen werden. Wie lang ist dieselbe in einer gesättigten Lösung von Cyankupferkalium zu lassen, wenn die Stromdichte 0,4 Ampère pro qdcm betragen soll? — 9 Std. 2,47 Min.

245. In einem Nickelbad befinden sich mehrere Gegenstände, deren Oberfläche schätzungsweise q = 1960 qcm beträgt; wie viel Nickel wird in n = 4 Stunden elektrolytisch abgeschieden und wie dick ist die erhaltene Nickelschicht wenn die Stromdichte durchschnittlich δ = 0,4 Ampère pro qdcm betrug? — 4, 386 g; 0,0027 mm.

246. Die Stärke eines Stromes zu bestimmen, der in der Minute n = 1 ccm Wasser zu zersetzen vermag. Wie viel Knallgas wird hiebei unter normalen Verhältnissen gewonnen, wenn 1 l Wasserstoff 0,0896 g wiegt? — 178,16 A; 1860 ccm.

247. Ein elektrischer Strom von J = 5 Ampère teilt sich in zwei Zweige mit den Gesamtwiderständen $w_1 = 1$ und $w_2 = 1,5\ \Omega$, Im ersten Zweig befindet sich Nickelsulfat in Lösung, im zweiten eine Tangentenbussole mit dem Reduktionsfaktor C = 1,6. Wie viel g Nickel wird im ersten Zweig in n = 60 Minuten ausgeschieden; welchen Ablenkungswinkel zeigt im zweiten die Bussole und welche Potentialdifierenz herrscht an den Enden der Verzweigung? — Ni = 58,6; Cu = 63,18. — 3,2895 g Ni; $\alpha = 51^0\ 1,1'$; V = 3 Volt.

248. Wie viel Zn, H_2SO_4 und HNO_3 wird in der Stunde durch einen Strom konsumiert, den n = 6 Bunsenelemente von der elektromotorischen Kraft e = 1,8 Volt und dem inneren Widerstand $w_i = 0,25\ \Omega$ geben, wenn dieselben a hintereinander b) parallel geschaltet werden und der äussere Widerstand $W_a = 1\ \Omega$ beträgt?

§ 13. Wärme und Arbeit des elektrischen Stroms.

249. Eine Bogenlampe brennt bei einer Spannungsdifferenz von E = 40 Volt an ihren Klemmen und einer Stromstärke von J = 16 Ampère. Welcher Effekt ist zu ihrem Betrieb nötig?

$$E \cdot J = 40 \cdot 16 = 640 \text{ Watt} = 0,87 \text{ P.S.}$$

250. Die Spannungsdifferenz an den Klemmen einer Dynamomaschine beträgt e = 110 Volt, der innere Widerstand $w_i = 1,2\ \Omega$, der äussere Widerstand $w_a = 8\ \Omega$. Wie gross ist der elektrische Effekt a) in der äusseren Leitung, b) im gesamten Stromkreis und c) welche Wärmemenge wird in beiden in der Sekunde erzeugt?

Die Stromstärke ist $J = e/w_a = {}^{110}/_8 = 13,75$ Ampère; die gesamte elektromotorische Kraft demnach

$$E = J\ (w_i + w_a) = 13,75\ (1,2 + 8) = 126,5 \text{ Volt.}$$

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Es ist also der Effekt a) in der äusseren Leitung

$$A_1 = J \,.\, e = 1512{,}5 \text{ Watt} = 2{,}05 \text{ P.S.}$$

b) im gesamten Stromkreis

$$A = J \,.\, E = 1739{,}375 \text{ Watt} = 2{,}36 \text{ P.S.}$$

c) die in der Sekunde erzeugte Wärmemenge ist

α) im äusseren Stromkreis: $Q_1 = 0{,}24\ J^2 W_a = 363$ g-kal.

β) im gesamten Stromkreis: $Q_2 = 0{,}24\ J^2 (w_i + w_a) = 417{,}45$ g-kal.

251. Wie gross ist die dauernde Temperaturerhöhung, die ein Strom von J Ampère in einem Draht von 2 r cm Dicke und l m Länge hervorbringt, wenn der spezifische Widerstand desselben, ausgedrückt in Ω, gleich s und sein Emmissionsvermögen für 1° C Temperaturdifferenz γ Grammkalorien beträgt?

Der Widerstand des Drahtes ist $w = \frac{s\ l}{\pi r^2}\ \Omega$, somit der Stromeffekt $J^2 \,.\, w = J^2 \,.\, \frac{s\ l}{\pi r^2}$ Watt.

Der Draht nimmt durch den Strom in der Sekunde die Wärmemenge auf

$0{,}24 \,.\, J^2 w = 0{,}24 \,.\, J^2 \frac{s\ l}{\pi r^2}$ Grammkalorien und strahlt bei 1° C Temperaturerhöhung aus

$$2\ \pi r l \gamma t \text{ Grammkalorien.}$$

Die Temperaturerhöhung bleibt unveränderlich, wenn

$$2\ \pi r l \gamma t = 0{,}24\ J^2 \frac{s\ l}{\pi r^2} \text{ ist.}$$

Hiraus folgt

$$t = \frac{0{,}24}{2\ \pi^2} \cdot \frac{J^2 s}{\gamma r^3}$$

252. Eine Glühlampe mit Kohlenfaden hat einen Widerstand von $w = 175\ \Omega$, wenn sie heiss ist und hat dann eine Leuchtkraft von 16 Kerzen. Wie gross ist die Spannung an ihren Enden und der Stromverbrauch pro Normalkerze?

Nach dem Ohmschen Gesetz ist $E = J \,.\, w = 0{,}57 \,.\, 175 = 100$ Volt. Der Stromverbrauch für 16 Kerzen beträgt $J \,.\, E = 57$ Watt, pro Kerze also 3,56 Watt.

253. Eine Glühlampe von 110 Volt erfordert einen Strom von 0,5 Ampère und brennt dabei 16kerzig, Wie gross ist ihr spezifischer Verbrauch?

Die Lampe verbraucht $0{,}5 \,.\, 110 = 55$ Watt für 16 Kerzen für eine Kerze also 3,44 Watt.

254. Eine Osmiumlampe erfordert einen Strom von 1,16 Ampère bei 40 Volt Spannung und brennt dabei 32kerzig. Wie gross ist ihr spez. Verbrauch? 1,45 Watt.

255. Durch eine Dynamomaschine vom inneren Widerstand $w_i = 0{,}33\ \Omega$ sollen $n = 15$ Glühlampen von je $r = 100\ \Omega$ Widerstand und $i = 0{,}5$ Ampère Stromstärke gespeist werden.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Welchen Strom hat die Maschine zu liefern? Welche Klemmenspannung muss sie haben und welchen Effekt schickt sie in die äussere Leitung a) wenn die Lampen parallel b) wenn sie in Serie geschaltet werden?

a) Bei Parallelschaltung muss die Maschine einen Strom von $J = n\,i = 15 \,.\, 0{,}5 = 7{,}5$ Ampère liefern; der Gesamtwiderstand der Verzweigung ist $w_a = 1 : n/r = r/n = 6^2/_3\,\Omega$. Die elektromotorische Kraft der Maschine muss alsdann

$E = J\,(w_i + w_a) = 52{,}5$ Volt, ihre Klemmenspannung $E_1 = J\,w_a = 50$ Volt sein. Sie schickt in die äussere Leitung einen Effekt von

$E_1\,J = 7{,}5 \,.\, 50 = 375$ Watt.

b) Bei Serienschaltung der Lampen ist $J = i = 0{,}5$, der gesamte äussere Widerstand $w_a = n \,.\, r = 1500\,\Omega$. Die Klemmenspannung der Maschine müsste in diesem Fall

$E_1 = J \,.\, w_a = 0{,}5 \,.\, 1500 = 750$ Volt und damit der Effekt im äusseren Stromkreis

$J \,.\, E_1 = 0{,}5 \,.\, 750 = 375$ Watt sein.

256. Wie viel Bogenlampen von je $e = 40$ Volt Klemmenspannung und $i = 16$ Ampère sind in eine Lichtleitung von $E = 110$ Volt Netzspannung hintereinander zu schalten? Welcher Zusatzwiderstand ist nötig und wie gross ist der Energieverbrauch jeder Lampe?

Der Widerstand einer Lampe beträgt $r = e : i = 2{,}5\,\Omega$. Schaltet man daher n Lampen nebst einem Zusatzwiderstand von $x\,\Omega$ hintereinander, so muss

$E = (n \,.\, r + x)\,16 = n \,.\, e + 16\,x$ oder $55 = 20\,n + 8\,x$. Für $n = 2$ folgt hieraus $x = 1{,}875\,\Omega$.

Der Energieverbrauch einer Lampe ist $e \,.\, i = 640$ Watt $= 0{,}87$ P.S.

Uebungsbeispiele.

257. Welchen Nutzeffekt gibt ein Akkumulator, der $t_1 = 10$ Stunden lang mit einem Strom von $J_1 = 5$ Ampère bei $V_1 = 2{,}15$ Volt Spannung geladen wurde und bei der Entladung bei $V_2 = 1{,}88$ Volt mittlerer Spannung $t_2 = 8$ Stunden lang einen Strom von $J_2 = 5{,}5$ Ampère gab? — $\frac{J_2\,V_2\,t_2}{J_1\,V_1\,t_1} = 0{,}772 = 77{,}2\,\%$.

258. Der Widerstand einer Drahtrolle beträgt $w = 24\,\Omega$. Welche Wärmemenge wird in der Rolle in der Sekunde erzeugt, wenn ein Strom von $J = 0{,}9$ Ampère hindurchgeschickt wird? — $Q = 0{,}24\,J^2\,w = 4{,}66$ g-kal.

259. Welche Wärmemenge wird stündlich in einem Bunsenelement ($e = 1{,}9$ Volt) vom inneren Widerstand $w_i = 0{,}2\,\Omega$ erzeugt, wenn es einen Strom von $J = 1{,}2$ Ampère gibt? — $Q = 0{,}24\,J^2\,w_i \,.\, 60 \,.\, 60 = 124{,}42$ g-kal.

260. Eine Glühlampe von $r = 60\,\Omega$ Widerstand wird durch einen Strom von $i = 0{,}5$ Ampère gespeist. Welche Wärmemenge entwickelt dieselbe in der Stunde, wenn $5\,\%$ der Energie als Licht auftreten? —

$Q = 0{,}95 \,.\, 0{,}24\,i^2\,r\,60 \,.\, 60 = 12{,}312$ g.-kal,

261. Wie viel Pferdekräfte sind nötig, um einen Strom von $J = 9$ Ampère bei einem Gesamtwiderstand von $w = 6\,\Omega$ zu erzeugen? — $J \,.\, E = 486$ Watt $= 0{,}66$ P.S.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

262. Die elektromotorische Kraft einer Lichtmaschine beträgt E = 110 Volt und der innere Widerstand w_i = 2 Ω; wie viel parallel geschaltete Glühlampen von je r = 50 Ω Widerstand und i = 0,5 Ampère Stromstärke können damit in Betrieb gesetzt werden und wie viel Pferdekräfte sind dazu nötig? — n = 85; J . E = 4675 Watt = 6,35 P.S.

263. Eine Stromquelle von w_i = 1,5 Ω innerem Widerstand hat bei einem äusseren Widerstand von w_a = 3 Ω eine Stromstärke von J = 24 Ampère. Wie gross ist die elektrische Energie der Stromquelle in Watt und P. S.? — J . E = 2592 Watt = 3,49 P.S.

264. Welche Wärmemengen werden in einer Stunde entwickelt a in einer 25kerzigen elektrischen Glühlampe von e = 110 Volt Klemmenspannung und i = 0,9 Ampère Stromverbrauch b) in einer 1400kerzigen Bogenlampe von e_1 = 40 Volt Klemmenspannung i_1 = 10 Ampère Stromverbrauch? Wie gross ist der spezifische Verbrauch dieser Lichtquellen? — a) 85536 g-kal. b) 345600 g-kal; 3,96 Watt, 0,285 Watt.

265. Wie dick darf a) ein Platindraht b) ein Kupferdraht höchstens sein, damit er durch einen Strom von i = 40 Ampère gerade noch geschmolzen wird? Schmelztemperatur von Pt . . . 2000° C, von Cu . . . 1200° C. — a) d = 1,63 mm b d = 1,044 mm.

266. Vier gewöhnliche Glühlampen von 25 H. K. und e = 100 Volt Spannung erfordern, parallel geschaltet, einen Strom von J = 3,75 Ampère. Wie gross ist ihr spezifischer Verbrauch und wie viel Pferdekräfte sind zum Betrieb derselben nötig? — 5 Watt; 0,5 P. S.

267. Eine Elektrizitätsquelle liefert einen Strom von E_1 = 120 Volt Klemmenspannung und J = 17,4 Ampère Stromstärke. Wie viel 32kerzige Osmiumlampen von e = 40 Volt und i = 1,16 Ampère sind damit in Betrieb zu setzen? Wie sind die Lampen zu schalten? — Man teile den Strom an den Klemmen in 15 Parallelzweige und schalte in jeden Zweig 3 Lampen ein. Zahl der Lampen 45.

268. Durch eine Dynamomaschine von w_i = 0,2 Ω innerem Widerstand sollen n = 20 parallel geschaltete Glühlampen, deren Widerstand beim Glühen r = 60 Ω beträgt, gespeist werden. Wie gross muss die elektromotorische Kraft der Maschine sein, wenn jede Lampe einen Strom von i = 0,6 Ampère erfordert? Wie gross müsste sie aber sein, wenn die Lampen hintereinander geschaltet würden? — 38,4 V; 720,12 V.

269. Wie viel hintereinandergeschaltete Akkumulatoren von e = 2 Volt elektromotorischer Kraft und w_1 = 0,015 Ω Widerstand sind erforderlich, um n = 20 parallel geschaltete Lampen von e_1 = 50 Volt Spannung und r = 100 Ω Widerstand mit Strom zu versorgen? Wie gross ist ihr Energieverbrauch in Watt und P. S.? — x = 27; 500 Watt = 0,68 P.S,

270. Wie viel Grove'sche Elemente von der elektromotorischen Kraft e = 1,9 Volt und dem inneren Widerstand w_1 = 0,15 Ω müssen hintereinander geschaltet werden, um n = 10 parallel geschaltete Osmiumlampen (e_1 = 40 Volt) in Betrieb zu setzen, von denen jede i = 0,45 Ampère erfordert? — x = 33.

271. Es hat jemand Anschluss an die elektrische Zentrale mit einer Spannungsdifferenz von e = 110 Volt zwischen den Enden der in seine Wohnung führenden Drähte. Wie viel Widerstand muss er einschalten, wenn er eine Bogenlampe brennen lassen will, welche nach der Gebrauchsanweisung e_1 = 40 Volt Klemmenspannung une i = 8 Ampère erfordert, um ruhig zu brennen? — 8,75 Ω.

272. Wie viel galvanische Elemente von je w_i = 0,75 Ω innerem Widerstand und e = 1,375 Volt elektromorischer Kraft sind, hintereinander geschaltet zu verwenden, um eine elektrische Lampe von r = 80 Ω Widerstand durch einen Strom von i = 0,5 Ampère zu speisen? — n = 40. (Widerstand der Zuleitungsdrähte zu vernachlässigen).

273. Zwischen den Enden A und B zweier Zuleitungsdrähte herrscht eine konstante Potentialdifferenz von e = 110 Volt. Zwischen dieselben werden in 5 Zweigleitungen n = 5 Lampen von je n_1 = 16 Kerzenstärken eingeschaltet

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Wie gross ist a) die Stärke i jedes eine Lampe speisenden Stromes b) die Stärke J des durch m und n fliessenden Stromes c) der Energieverbrauch sämtlicher Lampen im Lauf eines Tages, wenn jede Lampe zum Hellbrennen 4 Watt pro Kerze erfordert und die Energie um 0,06 ℳ pro Hektowattstunde verkauft wird? — a 0,58 A, b) J = 2,9 A, c) 7680 Watt; 4 ℳ 61 ₰.

274. Gegeben seien n = 24 Elemente von der elektromotorischen Kraft e = 1,08 Volt und dem inneren Widerstand w_i = 2,5 Ω. Wie gross ist a) der in der Batterie selbst verbrauchte Stromeffekt, b) der Stromeffekt in der äusseren Leitung oder der Nutzeffekt, c) der gesamte Stromeffekt, wenn je 4 Elemente parallel und diese in 6 Gruppen hintereinander geschaltet werden und der äussere Widerstand w_a = 3,75 Ω beträgt? — a) 4,86 Watt, b) 4,86 Watt, c 9,72 Watt.

275. Wie gross ist das Güteverhältnis der Batterie in der vorigen Aufgabe, wenn man darunter das Verhältnis des Nutzeffekts zum gesamten Stromeffekt versteht? Wie müssten die Elemente geschaltet werden, damit das Güteverhältnis ein Maximum wird? — 36 37 = 92,3 %.

276. Durch eine Verbundmaschine mit Abzweigung des Nebenschlusses an den Bürsten sollen n = 20 Glühlampen von r = 60 Ω Widerstand und i = 0,5 Ampère gespeist werden. Wie gross ist a) die Stromstärke in der Hauptleitung sowie im Nebenschluss, b) die Bürstenspannung, c die elektromotorische Kraft der Maschine, wenn der Widerstand der Hauptleitung w_1 = 2,5 Ω, der des Nebenshhlusses w_2 = 40 Ω und der des Ankers w_i = 0,3 Ω beträgt? — a) 10 A; 1,375 A; b) 55 V; c) 58,4 V.

§ 14. Das Biot-Savartsche Gesetz. Die Tangentenbussole.

277. Das Biot-Savartsche Gesetz soll angegeben und auf Grund desselben die Einwirkung eines Kreisstroms von der Stärke i und dem Radius a auf einen in der Entfernung r auf seiner Achse liegenden Magnetpol von der Stärke m bestimmt werden.

Das Biot-Savartsche Gesetz (1820). Ein Stromelement AB = l (Fig. 12) wirkt auf die magnetische Menge m im Punkt M senkrecht zu der durch diesen Punkt und das Element gelegten Ebene mit einer Kraft F, welche der Polstärke m, der Stromstärke i, der Länge l des Elements sowie dem Sinus des Winkels α, welchen die Entfernung r des Punkts von dem Stromelement mit der Richtung des letzteren bildet, direkt und dem Quadrat der Entfernung aber umgekehrt proportional ist

$$F = k\frac{m\,i\,l\,\sin\alpha}{r^2},$$

wo k eine Konstante bedeutet.

Für k = 1 wird durch $F = \frac{m\,i\,l\,\sin\alpha}{r^2}$ die Stromstärke nach elektromagnetischem Mass (E.M.E.) definiert.

Für einen Pol m auf der Achse eines Kreisstroms (Fig. 13) ist $\alpha = 90^0$, daher ist nach dem Biot-Savartschen Gesetz die Einwirkung eines Stromteils l auf diesen Pol

$$f = \frac{m\,i\,l}{R^2},$$

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

welche nach 0 P und senkrecht dazu zerlegt, die Komponenten gibt:

$$X = f \sin \varphi = f \frac{a}{R}, \quad Y = f \cos \varphi = f \frac{r}{R}$$

Die Gesamtwirkung aller Leiterelemente auf den Pol m erhält man, wenn man die einzelnen Elemente addiert. Dieselbe ist dargestellt durch die Summe der Komponenten X:

$$F = \frac{m\,i\,a}{R^3} \Sigma l = \frac{2 \pi\, m\, i\, a^2}{R^3} = \frac{2 \pi\, m\, i}{a} \sin^3 \varphi, \text{ da } \Sigma l = 2 \pi\, a \text{ ist,}$$

weil die Summe der Komponenten Y wegen ihrer symmetrischen Lage um die Achse Null ist.

278. Die Einwirkung eines Kreisstroms von der Stärke i und dem Radius a auf einen Magnetpol m a) im Kreismittelpunkt b) in einem weit entfernten Punkt auf der Achse zu bestimmen. Wie gross ist die Feldstärke $\mathfrak{F}$ des Kreisstroms im Mittelpunkt?

a) Fällt m in den Mittelpunkt, so ist R = a, also

$$F = \frac{2 \pi\, m\, i}{a}$$

Für m = + 1 ergibt sich hieraus als Feldstärke des Kreisstroms im Mittelpunkt $\mathfrak{F} = \frac{2 \pi\, i}{a}$

b) Für sehr grosse Werte von r (im Vergleich zu a) kann R = r gesetzt werden, alsdann ist

$$F = \frac{2 \pi\, a^2\, m\, i}{r^3} = \frac{2\, S\, m\, i}{r^3},$$

wo die Kreisfläche $\pi\, a^2 = S$ gesetzt ist.

Nun ist nach § 1 die Einwirkung eines Magnetstabs vom magnetischen Moment $\mathfrak{M} = M\, 2\, l$ auf einen Pol m in der Entfernung r auf der Achse desselben $F = \frac{2\, \mathfrak{M}\, m}{r^3}$

Hieraus folgt somit: Ein Strom von der Stärke i, der die Kreisfläche $\pi\, a^2 = S$ umfliesst, ist hinsichtlich seiner magnetischen Wirkung äquivalent mit einem auf seiner Ebene senkrechten durch seinen Mittelpunkt gesteckten sehr kurzen Magnetstab vom Moment $\mathfrak{M} = i\, S$.

279. Auf Grund der vorstehenden Sätze die Einheit der Stromstärke nach elektromagnetischem Mass festzustellen.

Setzt man in der Gleichung $F = \frac{2 \pi\, m\, i}{a}$ die Grösse m = 1 und a = 1, so folgt: Ein Strom von i absoluten elektromagnetischen Einheiten (E. M. E.), durch die Peripherie eines Kreises von der Länge 2π (a = 1) geschickt, stösst die im Mittelpunkt befindliche magnetische Menge + 1 mit einer Kraft von 2π i Dynen ab.

Demnach hat nach elektromagnetischem Mass derjenige Strom die Einheit der Stromstärke, der durch einen 1 cm langen

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Kreisbogen vom Radius 1 cm fliessend, auf die im Mittelpunkt befindliche magnetische Menge + 1 die Kraft 1 Dyne (1 g cm sec^{-2}) ausübt oder derjenige Strom besitzt die absolute elektromagnetische Stromeinheit, der, eine Kreisfläche von 1 qcm umfliessend, die gleiche Wirkung hat, wie ein durch den Kreis gesteckter Magnet vom magnetischen Moment 1.

Im elektromagnetischen Masssystem ist daher die Dimension der Stromstärke Dim $(i = \frac{\text{Magnetisches Moment}}{\text{Fläche}} = M^{1/2} L^{1/2} T^{-1}$ und diejenige der Elektrizitätsmenge $M^{1/2} L^{1/2}$.

Nach genauen Messungen von Kohlrausch und Lord Kelvin ist die elektromagnetische Mengeneinheit $3 \cdot 10^{10}$ mal so gross als die Einheit in elektrostatischem Mass:
1 E. M. E. = $3 \cdot 10^{10}$ E. S. E. = $10 \cdot 3 \cdot 10^{9}$ E. S. E. = 10 Coulomb, somit ist 1 E. M. E. = 10 Ampère und 1 Ampère = 0,1 E. M. E.

280. Es soll die Formel zur Bestimmung der Stromstärke mittelst der Tangentenbussole hergeleitet werden.

Wird ein kreisförmiger Leiter vom Radius r cm, in dessen Mitte sich eine kleine Deklinationsnadel von der Länge l und der Polstärke m leicht bewegen kann, im magnetischen Meridian aufgestellt, so wird die Nadel, sobald ein Strom durch den Leiter fliesst, um einen gewissen Winkel α abgelenkt. In diesem Fall erzeugt die Horizontalkomponente H des Erdmagnetismus (Fig. 14) ein Kräftepaar mit der Kraft H m und dem Arm l sin α, welches die Nadel in dem magnetischen Meridian zu drehen sucht und die abstossende Kraft des Kreisstroms ein solches von der Kraft $F = \frac{2\pi i m}{r}$ und dem Arm l cos α, welches die Nadel senkrecht zur Kreisebene zu stellen sucht. Die Nadel kommt unter dem Einfluss beider Kräftepaare zur Ruhe, wenn deren Drehmomente gleich sind, d. h. wenn

$$H\, m\, l \sin\alpha = \frac{2\pi i m}{r}\, l \cos\alpha \text{ ist.}$$

Hieraus folgt $i = \frac{r \cdot H}{2\pi} \operatorname{tg}\alpha = C \operatorname{tg}\alpha$.

Hat die Bussole n Windungen, so ist $F = \frac{2n\pi i m}{r}$,

womit die Formel übergeht in

$$i = \frac{r H}{2 n \pi} \operatorname{tg}\alpha = C \operatorname{tg}\alpha$$

Der Faktor $C = \frac{r H}{2 n \pi}$ heisst nach § 8 der Reduktionsfaktor der Bussole.

Die vorstehende Formel gibt die Stromstärke in elektromagnetischem Mass an; um dieselbe in Ampère zu erhalten, ist noch der Faktor 10 hinzuzufügen. Es ist also

$$i = \frac{r H}{2 n \pi} \operatorname{tg}\alpha \text{ E.M.E.} = \frac{10 \cdot r H}{2 n \pi} \operatorname{tg}\alpha \text{ Ampère.}$$

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Befindet sich die Nadel nicht im Mittelpunkt der Kreisebene, sondern im Abstand a von den Leiterteilen des Kreisstroms, so ist

$$i = \frac{r\,H}{2\,n\,\pi}\left(\frac{a}{r}\right)^3 \operatorname{tg}\alpha$$

281. Die entsprechende Formel für die Simsbussole anzugeben.

Dreht man nach Schliessen des Stromes den Drahtkreis der Tangentenbussole aus dem magnetischen Meridian heraus (Fig. 15) und der abgelenkten Magnetnadel nach, bis deren Achse wieder in die Ebene des Stromkreises fällt, so erzeugt die Horizontalkomponente H das Drehmoment $H\,m\,l \sin\alpha$ und die ablenkende Kraft F des Kreisstroms das Moment $F\,.\,l = \frac{2\pi\,i\,m}{r}\,l$, wo α den Winkel angibt, um welchen der Stromkreis der Nadel nachzudrehen ist. Diese kommt in der Ebene des Drahtkreises zur Ruhe, wenn

$$H m\,l \sin\alpha = \frac{2\,\pi\,i\,m\,l}{r},$$

woraus folgt $i = \frac{r\,H}{2\,\pi} \sin\alpha$.

Enthält der Ring der Sinusbussole n Windungen, so ist

$$i = \frac{r\,H}{2\,n\,\pi} \sin\alpha$$

Auch hier ist rechts noch der Faktor 10 hinzuzufügen, wenn die Stromstärke i in Ampére angegeben werden soll.

282. Das Potential eines Kreisstroms von der Stärke i = 5 Ampère und r = 4 cm Radius in einem Punkt P auf der Achse zu bestimmen, der von der Kreisebene die Entfernung e hat.

Das Potential ist die Arbeit, die gegen die magnetische Abstossung des Kreisstromes auf einen Pol von der Stärke + 1 aufzuwenden ist, um denselben aus dem Unendlichen nach P zu bringen. Ersetzt man den Kreisstrom durch einen kurzen Magnetstab, der symmetrisch durch die Kreisebene gestekt ist und das Moment $\mathfrak{M} = 0{,}1\,.\,\pi\,i\,r^2$ E.M.E., also die Polstärke $M = \frac{\mathfrak{M}}{2\,l} = \frac{0{,}1\,.\,\pi\,i\,r^2}{2\,l}$ E.M.E. besitzt, so ist diese Arbeit

$$V = \frac{M\,.\,1}{e-l} - \frac{M\,.\,1}{e+l} = \frac{M\,2\,l}{e^2-l^2} = \frac{\mathfrak{M}}{e^2} = \frac{0{,}1\,.\,\pi\,i\,r^2}{e^2} = 0{,}6 \text{ Erg};$$

wobei l^2 als sehr kleine Grösse gegen e^2 vernachlässigt werden kann.

Uebungsbeispiele.

283. Welche Stärke i besitzt ein Strom, der bei einem Radius von a = 2 cm auf einen Magnetpol von m = 5 Einheiten im Kreismittelpunkt die Kraft von F = 5 Dynen ausübt? Wie stark müsste er sein, wenn er den Kreis in n = 3 Windungen umfliessen würde? — i = 0,318 E. M. E. = 3,18 A; i = 1,06 A.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

284. Wie gross ist die Einwirkung eines Kreisstromes von $i = 5$ Ampère und $r = 4$ cm Radius auf einen im Kreismittelpunkt befindlichen Pol von $m = 6$ M. E. Polstärke? — $F = 4{,}714$ Dyn.

285. Wie gross ist die Feldstärke eines kreisförmigen Stromes von $r = 1$ cm Radius und $i = 1$ Ampère Stromstärke a) im Kreismittelpunkt b) in $a = 1$ cm Abstand auf der Achse der Kreisebene? — a) $\mathfrak{F} = 0{,}628$, b) $\mathfrak{F} = 0{,}222$ Einheiten.

286. Wie gross ist die Stärke eines Kreisstroms von $r = 8$ cm Radius, der auf einen Pol von $m = 20$ Einheiten in $a = 12$ cm Entfernung auf der Achse dieselbe Kraft ausübt, wie ein Magnetstab von der Länge $2l = 8$ cm und der Polstärke $M = 36$ Einheiten, dessen Achse mit derjenigen des Stromes zusammenfällt und dessen Mittelpunkt zwischen dem Pol m und der Kreisebene liegt und von letzterer die Entfernung $e = 2$ cm hat? — $i = 6{,}08$ E. M. E. $= 60{,}8$ A.

287. Um welchen Winkel lenkt ein Strom von $i = 0{,}8$ Ampère die Nadel einer Tangentenbussole von $r = 20$ cm Halbmesser und $n = 6$ Drahtwindungen ab, wenn die Horizontalintensität des betreffenden Ortes $H = 0{,}2$ beträgt? — $\alpha = 37^0\ 1'\ 7{,}5''$.

288. Die Tangentenbussole des Ulmer Realgymnasiums enthält $n = 3$ Windungen, vom Radius $r = 13{,}5$ cm. Wie gross war im Sommer 1903 der Reduktionsfaktor des Instruments, wenn zu dieser Zeit die Horizonialkomponente für Ulm $H = 0{,}20433$ betrug? Wie stark ist ein Strom, der die Nadel der Bussole um $\alpha = 25^0$ ablenkt? — $C = \frac{r\,H}{2\pi n} = 0{,}1463$; $i = 0{,}0682$ E. M. E. $= 0{,}682$ A.

289. Der Halbmesser einer Tangentenbussole ist $r = 16$ cm. Der Strom geht in $n = 6$ Windungen um die Nadel und lenkt sie bei richtiger Aufstellung des Instruments um $\alpha = 40^0$ ab. Wie stark ist der Strom, ausgedrückt in Ampère, wenn die Gesamtintensität des Erdmagnetismus $J = 0{,}57$ und die Intklination $\varphi = 79^0$ beträgt? — $i = 0{,}694$ A.

290. Wie ist im Sommer 1903 in Ulm eine Tangentenbussole von $n = 2$ Windungen einzurichten, wenn zu dieser Zeit die Horizontalintensität für Ulm $H = 0{,}20433$ beträgt und der Reduktionsfaktor des Instruments $C = 0{,}4$ werden soll? — Ihr Durchmesser muss $d = 49{,}2$ cm werden.

291. Durch eine Tangentenbussole von $n = 3$ Windungen und $r = 15$ cm Halbmesser fliesst ein Strom, der die Nadel derselben um $\alpha = 15^0$ ablenkt. Wie stark ist derselbe, wenn die Horizontalintensität des betreffenden Ortes $H = 0{,}21$ beträgt? — $i = 0{,}458$ A.

292. Ein Strom fliesst nacheinander durch ein Knallgasvoltameter und eine Tangentenbussole und lenkt die Nadel der letzteren um $\alpha = 25^0$ ab, während im Voltameter in der Minute $V = 19{,}4$ ccm Knallgas entwickelt werden. Wie gross ist a) die Stärke des Stromes b) der Reduktionsfaktor der Bussole? Wie viel Knallgas entwikelt in derselben Zeit ein Strom, der die Nadel um $\alpha_1 = 36^0$ ablenkt? — a) $i = 1{,}85$ A; b) $C = 3{,}98$; $V_1 = 30{,}23$ ccm.

293. Die Stärke M eines Magnetpols zu bestimmen, der die Wirkung eines Kreisstroms von i Ampère und r cm Radius auf einen Magnetpol m auf der Achse der Kreisebene in der Entfernung R von der Peripherie zu ersetzen vermag. — $M = 0{,}1 \,.\, 2\pi\, i\, a^2/R$.

294. Wie gross ist das Potential eines Kreisstroms von i Ampère und a cm Radius in einem Punkt P auf der Achse desselben, der von der Peripherie die Entfernung R hat? — $V = M/R = 0{,}1 \,.\, 2\pi\, i\, a^2/R^2$.

295. Wie gross ist der Potentialunterschied zwischen zwei Punkten P_1 und P_2 auf der Achse eines Kreisstroms von $i = 4$ Ampère und $r = 5$ cm Radius, die von der Kreisebene die Entfernungen $r_1 = 20$ und $r_2 = 30$ cm haben? — $V = 0{,}1 \,.\, 2\pi\, i\, r^2 \frac{r_2^2 - r_1^2}{(r^2 + r_1^2)\,(r^2 + r_2^2)} = 0{,}09$ Erg.

296. Wie gross ist demnach der Potentialunterschied zwischen zwei unendlich nah gelegenen Punkten zu beiden Seiten eines Kreisstromes von i Ampère und r cm. Radius? Oder: Wie gross ist die Arbeit, die zu leisten ist, um die

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

magnetische Menge + 1 durch die Kreisebene hindurchzuschaffen? — $V = 0{,}1 \cdot 3\pi i$ Erg.

297. Wie gross ist der Potentialunterschied zwischen den Enden einer Drahtspirale von der Länge l cm und n Windungen, wenn dieselbe von einem Strom von i Ampère durchflossen wird? — Für eine Windung ist $V_1 = 0{,}1 \cdot 4\pi i$, für n Windungen ist der Potentialunterschied also $V = n V_1 = 0{,}14\, \pi n i$ Erg.

298. Ein Solenoid von $l = 24$ cm Länge besteht aus 4 Lagen von zusammen $n = 320$ Windungen. Wie gross ist die Feldstärke in der Mitte des Solenoids, wenn der mittlere Durchmesser der Windungen $r = 5$ cm ist und die Stromstärke $i = 12$ Ampère beträgt? —

$$\mathfrak{H} = \frac{0{,}1\ 4\ \pi n i}{\sqrt{l^2 + 4r^2}} = 185{,}6 \text{ Einh.}$$

299. Ein beweglicher vertikal aufgehängter Kreisstrom von $r = 8$ cm Radius und $i = 10$ Ampere wird aus seiner Gleichgewichtslage in die Ebene des magnetischen Meridians gedreht. Welche Arbeit ist hiebei zu leisten, wenn die Horizontalintensität des betreffenden Ortes $H = 0{,}20433$ beträgt? — $A = H \cdot \pi r^2\, 0{,}1 \cdot i = 41{,}0{,}8$ Erg.

300. Ein frei aufgehängter um eine vertikale Achse leicht beweglicher Kreisstrom von $r = 6$ cm Radius und $i = 9{,}2$ Ampère wird in den magnetischen Meridian eines Ortes von der Horizontalintensität $H = 0{,}2$ gedreht und dann losgelassen. Welche Arbeit wird von den magnetischen Kräften geleistet, wenn sie den Kreisstrom wieder in seine Gleichgewichtslage senkrecht zum magnetischen Meridian zurückdrehen? — $A = H \cdot S \cdot \pi r^2 \cdot 0{,}1 \cdot i = 20{,}8$ Erg.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

magnetische M ... uschaffen? — V =
0,1 . 3 π i Erg

297. Wi ... n den Enden einer
Drahtspirale vo ... lieselbe von einem
Strom von i A ... g ist $V_1 = 0{,}1 \cdot 4\pi i$,
für n Windung ... $_1 = 0{,}14\ \pi\ ni$ Erg.

298. Ein ... s 4 Lagen von zu-
sammen n = ... e in der Mitte des
Solenoids, wen ... = 5 cm ist und die
Stromstärke i =

299. Ei ... om von r = 8 cm
Radius und i = ... tslage in die Ebene
des magnetisch ... bei zu leisten, wenn
die Horizontali ... beträgt? — A =
H . π r² 0,1 .

300. Ei ... leicht beweglicher
Kreisstrom von ... in den magnetischen
Meridian eines ... gedreht und dann
losgelassen. W ... iften geleistet, wenn
sie den Kreisst ... ht zum magnetischen
Meridian zurüc ... 20,8 Erg.

© The Tiffen Company, 2007
TIFFEN Gray Scale
A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19
R G B W G K C Y M

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf