reicht, denn einzelne Teile derselben lassen sich nicht mehr in Sterne auflösen, obwohl das Spektroskop für die Möglichkeit spricht. Schon hier werden also die Entfernungen zu blossen Zahlen, mit denen wir keine Vorstellungen mehr verbinden. Noch weiter vorzudringen ist selbst die Phantasie unvermögend. Wir können uns weder von einem begrenzten, noch von einem unbegrenzten Weltall eine Vorstellung machen. Der menschliche Geist muss sich dabei bescheiden, einen verschwindend kleinen Teil im Sinne eines geordneten Ganzen aufzufassen. Aber selbst diese eng begrenzte Erkenntnis führt zu der Ueberzeugung, dass die strenge Gesetzmässigkeit, die uns im Einzelnen überall entgegen tritt, auch das Ganze durchdringe, dass sie die Harmonie der Sphären sei, welche das Altertum nur ahnte, ohne sie vernehmen zu können.

---

# Anhang.

## Die Sonnen- und Mondfinsternisse.

Eine Sonnenfinsternis tritt ein, wenn zur Zeit des Neumondes die Erde durch den Mondschatten hindurch geht. Während dieses Vorganges sieht man aus den beschatteten Punkten der Erdoberfläche die Sonne mehr oder weniger von der Mondscheibe überdeckt. Da sich der Mond schneller als die Sonne von Westen nach Osten bewegt, so schiebt er sich mit seinem Ostrande über die Sonne und verlässt sie bei der Weiterbewegung mit dem Westrande. Die Sichtbarkeit dieser Erscheinung, ebenso die Art ihres Verlaufes, ist aber davon abhängig, ob der Beobachtungsort überhaupt in den Schattenraum gelangt, und wie tief. Um die Bedingungen zu ermitteln, unter welchen eine Sonnenfinsternis für irgend einen Punkt der Erdoberfläche noch eintreten könne, geht man von dem Grenzfall aus, dass der Mond im Vorbeigehen bei der Sonne diese nur von aussen berührt, ohne sie beim Weiterziehen zu bedecken. Für den Beobachter geht alsdann die Verbindungslinie der beiden Mittelpunkte durch den Berührungspunkt und steht senkrecht auf der Bahnlinie des Mondmittelpunktes. Die Stelle des Himmels, welche der Mond (die Sonne) für einen Beobachter auf der Erde verdeckt, ändert sich aber wegen der Parallaxe mit dem Beobachtungsort. Läge dieser im Mittelpunkte der Erde, so würde

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

hier beim Eintreten des Grenzfalles der Abstand zwischen den Mittelpunkten der Sonne und des Mondes gleich der Summe der beiden scheinbaren Radien sein, im Mittel gleich der Summe (16′ 1,25″ + 15′ 32,85″). Verlegte man dann den Beobachtungsort nach der Erdoberfläche, so könnte die hiermit verknüpfte Verschiebung des Sonnen- und des Mondbildes nach allen Seiten hin bis zur Differenz der beiden Horizontalparallaxen, im Mittel bis zu 57′ 20″ — 8,85″ = 57′ 11,15″ anwachsen. Umgekehrt könnte daher eine scheinbare Berührung der beiden Himmelskörper noch dann für bestimmte Beobachtungspunkte auf der Erdoberfläche stattfinden, wenn für einen Beobachter im Erdmittelpunkt, also nach Angabe der Mondtafeln, der Abstand zwischen den Mittelpunkten der Sonne und des Mondes 16′ 1,25″ + 15′ 32,85″ + 57′ 11,15″ = 1° 28′ 45,25″ betrüge.

Diese Bedingung für das Eintreten des Grenzfalles lässt sich nun zum gleichzeitigen Abstande der Sonne vom nächstliegenden Mondknoten in Beziehung setzen. Bezeichnet $S$ den Mittelpunkt der Sonne, $M$ den des Mondes, $K$ den nächstliegenden Knoten, so ist das sphärische Dreieck $SMK$ bestimmt durch $SM = 1^\circ\ 28'\ 45{,}25''$, durch ∡. $SMK = 90^\circ$, und durch ∡. $SKM = 5^\circ\ 8'\ 48''$, den Neigungswinkel der Mondbahn gegen die Ekliptik. Es ergiebt sich hieraus für $SK$ im Mittel die Grösse von etwa 16° 42′. Bei Benutzung der Grenzwerte für die scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Mondes erhält man für $SK$ annähernd einen kleinsten Wert von 15° 34′, einen grössten von 17° 50′.

Eine Sonnenfinsternis ist daher notwendig, wenn zur Zeit des Neumondes der Abstand des Sonnenmittelpunktes vom nächstliegenden Mondknoten höchstens 15° 34′ beträgt, und sie ist unmöglich, wenn dieser Abstand über 17° 50′ hinausgeht. Liegt der Abstand zwischen den Grenzwerten, so ist das Eintreten oder Nichteintreten der Bedeckung von der jedesmaligen scheinbaren Grösse der beiden Halbmesser abhängig, die Rechnung ist für den besonderen Fall zu führen.

Der Kernschatten des Mondes hat, wie sich aus einer leicht anzustellenden Rechnung ergiebt, im Mittel eine Länge von etwa 50 000 Meilen. Da nun der Abstand des Mondes von der Erde zwischen den Grenzwerten 54 600 Meilen und 49 000 Meilen ab- und zunimmt, so sind beim Durchgange der Erde durch den Mondschatten zwei Fälle möglich, dass der Kernschatten die Erde erreicht, oder dass sie ausserhalb desselben bleibt. Im ersteren Falle liegt dann in irgend einem Augenblick des Durchganges eine begrenzte Stelle der Erdoberfläche im Kernschatten, ein diese Stelle umgebender Ring im Halbschatten. Die erstere Region erfährt eine

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

totale Sonnenfinsternis, die letztere eine partielle, bei welcher die Sonnen- und die Mondscheibe eine grössere oder kleinere Fläche, im Grenzfall nur einen Berührungspunkt gemeinsam haben. Indem der auf der Erde entstehende Schattenfleck mit dem schwächer beschatteten Ringe dem nach Osten hin fortrückenden Kernschatten nachfolgt, so bildet er einen Streifen, die Totalitätszone, der nach allen Seiten hin von einer Region des Halbschattens umgeben ist. Für jeden Punkt der Totalitätszone wird die Sonne während längerer oder kürzerer Zeit vollständig überdeckt; am Rande der Zone ist die totale Verfinsterung nur vorübergehend, in der Mitte der Zone kann sie bis 8 Minuten andauern. Diejenigen Punkte der Erdoberfläche, die von der Achse des Kernschattens getroffen werden, haben eine centrale Sonnenfinsternis, der Mittelpunkt des Mondes geht über den der Sonne hinweg, und die Dauer der totalen Verfinsterung erreicht in diesem Falle ihren grössten Wert.

Geht die Erde nur durch den Halbschatten des Mondes hindurch, so kann für keinen ihrer Punkte die Sonne vollständig bedeckt werden. Tritt aber hierbei ein Teil der Erdoberfläche in den Scheitelkegel des Kernschattens, so hat dieser Theil eine ringförmige Sonnenfinsternis. Aus jedem Punkte desselben sieht man den Mond vorübergehend als einen dunklen Kreis vor der Sonne, so dass deren leuchtender Rand ihn überragt, entweder concentrisch, wenn der Beobachtungsort in der Achse des Scheitelkegels liegt, sonst excentrisch.

Der Grenzfall zwischen einer totalen und einer ringförmigen Sonnenfinsternis entsteht, wenn die Spitze des Kernschattens gerade bis zur Erdoberfläche reicht. Der betreffende Punkt hat dann vorübergehend eine centrale Sonnenfinsternis, und bei derselben sind die scheinbaren Durchmesser der Sonne und des Mondes einander gleich.

Mondfinsternisse können nur zur Zeit des Vollmondes stattfinden und auch dann nur in dem Falle, dass der Mond in den Kernschatten der Erde tritt. Ein Hindurchgehen des Mondes durch den Halbschatten muss zwar eine Verminderung der Helligkeit bewirken, doch zeigt sich dies nur darin, dass der Anfang einer wirklichen Verfinsterung nicht in aller Schärfe zu bestimmen ist. Da bei einer Mondfinsternis der Mond thatsächlich verdunkelt wird, so sieht man auf der dem Monde zugewendeten Erdhälfte die Erscheinung überall mit gleichem Verlauf und zu gleicher Zeit. Die Zeitbestimmungen in Ortszeit unterscheiden sich dann natürlich je nach der geographischen Länge der Beobachtungspunkte. Der Kernschatten der Erde hat im Mittel eine Länge von etwa 183900 Meilen und in 54000 Meilen Entfer-

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

nung von der Erdoberfläche, einer Entfernung, welche dem grössten Mondabstande ungefähr gleich kommt, einen Durchmesser von über 1200 Meilen, während der Durchmesser des Mondes nur 468 Meilen beträgt. Eine Mondfinsternis kann daher niemals ringförmig sein, nur total oder partiell. Die Bedingungen für das Eintreten einer Mondfinsternis werden in ähnlicher Art ermittelt, wie die für das Eintreten einer Sonnenfinsternis. Die äussere Berührung des Kernschattens durch den Mond bezeichnet die Grenze der partiellen Verfinsterungen. Beim Eintritt dieses Grenzfalles steht die aus dem Mondmittelpunkt $M$ nach dem Berührungspunkt gezogene und bis zu einem Punkte $S$ in der Achse des Schattenkegels verlängerte Verbindungslinie senkrecht auf der Bahnlinie des Mondmittelpunktes. In 54000 Meilen Entfernung von der Erdoberfläche hat diese Verbindungslinie eine Länge von etwa $(1200 + 468) : 2$ Meilen und wird von der Erde aus unter einem Sehwinkel von annähernd $57' 30''$ gesehen. Das sphärische Dreieck $MSK$, welches die Punkte $M$ und $S$ mit dem nächstliegenden Knotenpunkt $K$ bilden, ist alsdann bestimmt durch $MS = 57' 30''$, durch ∡. $SMK = 90^0$, und durch ∡. $MKS = 5^0 8' 48''$, und hieraus ergiebt sich nun die Grösse der Seite $SK$. Sie ändert sich mit der Entfernung des Mondes von der Erde, liegt aber zwischen den Grenzen $13{,}33^0$ und $7{,}75^0$. Da für die Sonnenfinsternisse die entsprechenden Grenzwerte grösser sind, so müssen jene häufiger eintreten, als Mondfinsternisse.

Eine Mondfinsternis ist also notwendig, wenn zur Zeit des Vollmondes der Gegenpunkt der Sonne auf der Ekliptik vom nächsten Mondknoten um höchstens $7{,}75^0$ absteht, und sie ist unmöglich, wenn dieser Abstand mindestens $13{,}33^0$ beträgt. Während einer totalen Mondfinsternis legt der Mittelpunkt des Mondes einen Weg von etwa $(57' 30'') \cdot 2$, von etwa $2^0$ zurück. Die Zeitdauer beträgt daher annähernd den 180sten Teil eines synodischen Monats, im Mittel 4 Stunden, im günstigsten Fall 4 Stunden 38 Minuten.

Sonnen- und Mondfinsternisse wiederholen sich nach gewissen Zeitintervallen, und bei diesen lassen sich kürzere und längere Perioden erkennen. Geht man von dem Fall aus, dass die Mittelpunkte der Sonne und des Mondes gleichzeitig zu einem Mondknoten gelangen, so folgt, dass nach einem synodischen Monat eine neue Sonnenfinsternis unmöglich ist. Der Sonnenmittelpunkt hat sich während dieser Zeit um $29{,}1068^0$ rechtläufig, der Mondknoten um $1{,}5636^0$ rückläufig in der Ekliptik fortbewegt; beide Punkte sind um $30{,}6704^0$ von einander entfernt, während der Grenzfall für das Eintreten einer Verfinsterung beim Abstande von $17^0 50'$ stattfindet. Nach 6 Monaten hingegen beträgt der Abstand

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

zwischen dem Sonnenmittelpunkt und dem Mondknoten etwa 184°, daher zwischen dem Sonnenmittelpunkt und dem anderen Mondknoten annähernd 4°, und nach 12 Monaten beträgt er etwa 368°, thatsächlich also etwa 8°. In beiden Fällen erfolgen daher wiederum Verfinsterungen, doch sind diese der Grösse nach von der ersten verschieden, werden auch nicht für die nämlichen Teile der Erdoberfläche sichtbar. Aehnliches gilt für die Wiederholung der Mondfinsternisse. Wäre die erste Sonnenfinsternis, von der ausgegangen wurde, keine totale gewesen, so würden auch die erwähnten Wiederholungen nicht unbedingt notwendig, sie würden nur möglich sein. Daher hat die Periode von 12 synodischen Monaten oder von 354,3 Tagen, nach welcher sich die Finsternisse mit veränderter Grösse wiederholen, nur eine beschränkte Bedeutung

Zur Ermittelung einer zutreffenden Periode werde nun angenommen, dass die anfängliche Stellung der Sonne und des Mondes, bei welcher ihre Mittelpunkte mit einem Mondknoten zusammenfielen, sich nach x synodischen Monaten genau wiederhole. Die vom Sonnenmittelpunkte und dem Mondknoten zurückgelegten Wege betragen dann zusammen 30,6704° . x, und da nun nach der Annahme Sonnenmittelpunkt und Mondknoten jetzt wieder zusammenfallen, so muss 30,6704° . x ein Einfaches oder Vielfaches von 360°, muss also gleich 360° . y sein. Demnach ist y : x = 30,6704 : 360. Die Näherungswerte dieses Verhältnisses sind:

$$\frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{3}{35}, \frac{4}{47}, \frac{19}{223}, \frac{61}{716} \text{ u. s. w.}$$

Das Verhältnis 19 : 223 giebt fast genau zutreffende Resultate. Nach 223 synodischen Monaten (Halley'sche Periode, Saros der Chaldäer) oder nach 18 Jahren 10,5 Tagen (11,5 Tagen bei anderer Lage der Schaltjahre) kehren die Verfinsterungen in fast genau derselben Grösse wieder, indessen nicht zugleich für die nämlichen Beobachtungsorte. Es sind dies im Ganzen 41 Sonnen- und 29 Mondfinsternisse. Da aber das Verhältnis 19 : 223 nicht völlig genau ist, so ändert sich nach öfterer Wiederholung der Periode allmählich die Grösse der Verfinsterungen, und endlich treten nach wiederum 223 Mondumläufen nicht sämtliche Verfinsterungen von neuem ein. Die Periode von 716 Umläufen behält ihre Bedeutung für einen weit grösseren Zeitraum.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

zwisch Mondknoten etwa
184°, d und dem anderen
Mondk onaten beträgt er
etwa 3 beiden Fällen er-
folgen ch sind diese der
Grösse erden auch nicht
für di sichtbar. Aehn-
liches sternisse. Wäre
die ers gen wurde, keine
totale g n Wiederholungen
nicht u ur möglich sein.
Daher n Monaten oder
von 35 sternisse mit ver-
änderte änkte Bedeutung
Zu riode werde nun
angeno g der Sonne und
des Mo mit einem Mond-
knoten odischen Monaten
genau unkte und dem
Mondk dann zusammen
30,6704 me Sonnenmittel-
punkt enfallen, so muss
30,6704 von 360°, muss
also gl = 30,6704 : 360.
Die Nä nd:

u. s. w.

Da genau zutreffende
Resulta n (Halley'sche
Periode 18 Jahren 10,5
Tagen haltjahre) kehren
die Ve n Grösse wieder,
indesse Beobachtungsorte.
Es sin Mondfinsternisse.
Da abe g genau ist, so
ändert eriode allmählich
die Gr lich treten nach
wiederu e Verfinsterungen
von ne äufen behält ihre
Bedeut m.

© The Tiffen Company, 2007
TIFFEN Gray Scale
R G B W G K C Y M
A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf