ε = Schiefe der Ekliptik.
π = Horizontalparallaxe des Mondes.
π' = " der Sonne.
r = scheinbarer Halbmesser des Mondes.
r' = " " der Sonne.
δ = Deklination des Mondes.
δ' = " der Sonne.
α = Rectascension des Mondes.
α' = " der Sonne.
J = Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik.

III.

Wenn die Mondbahn genau mit der Ekliptik zusammenfiele, so müßte bei jeder Opposition (zur Zeit, wo die Differenz der Längen 180° beträgt,) der Mond in den Schattenkegel der Erde eintreten, und es würde also jeden Monat eine Mondfinsternis stattfinden. In den meisten Fällen geht er aber über oder unter dem Schattenkegel vorbei. Eine Verfinsterung wird nur dann eintreten, wenn er zur Zeit des Vollmondes nahe bei seinem Knoten ist. Dies ist in 18 Jahren 11 Tagen 29 mal der Fall. Die Länge des Erdschattenkegels berechnet sich aus den Radien der Sonne und Erde und aus der Entfernung beider, wie eine einfache Construktion zeigen würde, und variiert zwischen 182—189000 Meilen.

Der Durchmesser des Kernschattenkreises in der Entfernung des Mondes von der Erde ist aber etwa $2\,^2/_3$ Monddurchmesser. Es sind deshalb außer partialen nur noch totale Mondfinsternisse möglich. Dabei geht einer totalen eine partiale Verfinsterung voraus, und folgt eine Finsternis derselben Art nach. Von der Stundenbewegung des Mondes hängt die Dauer der Finsternis ab. Die längste Dauer einer partialen Verfinsterung kann etwa $2\,^1/_3$ Stunde nicht übersteigen.

Die Mondfinsternis kann auch total sein, ohne daß sie central ist. Wenn aber der Mondmittelpunkt bei der Opposition in der Ekliptikebene steht, so tritt der letzte Fall ein, und dann ist die Dauer der totalen Mondfinsternis am längsten, etwa 2 Stunden, weil der Mondmittelpunkt dann den Durchmesser des Schattenkreises durchläuft.

Bezeichnet man allgemein den Abstand des Mondmittelpunktes von dem Mittelpunkte des Schattenkreises mit D, so ist $D = o$ das Kennzeichen für centrale Mondfinsternis.

Der Halbmesser des Schattenkreises läßt sich aus Mondparallaxe, Sonnenparallaxe und scheinbarem Sonnenradius bestimmen. In Fig. 2. ist der Gesichtswinkel zu bestimmen, unter dem C M von der Erde aus erscheint. Es ist aber $BAE = \pi'$, $BCE = \pi$, $AES = MEN = r'$ demnach $CEM = CEN - MEN = BCE + BAE - MEN$. $R = \pi + \pi' - r'$.

Dieser Wert wird wegen der Refraktion um $^1/_{60}$ vergrößert. Tritt die ganze Mondscheibe in diesen Kreis, so ist bei Beginn der Totalität der Abstand seines Mittelpunktes von demjenigen des Schattenkreises $D = {}^{61}/_{60}\,(\pi + \pi' - r') - r$. und für $D < {}^{61}/_{60}\,(\pi + \pi' - r') - r$. findet eine totale Mondfinsternis statt.

Berührt dagegen der Mond nur noch den Rand des Schattenkreises, so ist für Anfang und Ende der partiellen Mondfinsternis $D = {}^{61}/_{60}\,(\pi + \pi' - r') + r$ und bei $D < {}^{61}/_{60}\,(\pi + \pi' - r') + r$ findet eine partielle Verfinsterung statt.

Für die Berechnung einer Mondfinsternis ist zuerst die Zeit der wahren Opposition zu bestimmen. Der Gang der übrigen Rechnung ergiebt sich aus Figur 3. F H sei die relative Mondbahn, J der Neigungswinkel derselben zur Ekliptik. C P der Breitenkreis, in dem der Mond zur Zeit der Opposition steht, C D die Breite derselben. Man zieht zu O W eine Parallele durch D und macht D G gleich der stündlichen relativen Bewegung in Länge und G Q senkrecht zu D Q gleich der stündlichen Bewegung in Breite, so ist D Q die stündliche Bewegung des Mondes in seiner Bahn.

In M steht der Mondmittelpunkt zu Zeit der größten Verfinsterung, in M_1 und M_2 am Anfang und Ende der Finsternis.

Durch die beiden Gleichungen $QG = QD \sin J$ oder
$GD = QD \cos J$
kann man QD bestimmmen.

Im rechtwinkligen Dreieck CMD hat man $MD = CD \sin J$

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Die Stunden, die der Mondmittelpunkt braucht, um M D zurückzulegen, bestimmt sich durch:

$$\frac{MD}{QD} = \frac{CD \sin J}{QD} = t$$

Bezeichnet man die Zeit der Opposition mit T, den letzten Wert mit t, so ist die Zeit des Maximums oder der Mitte der Finsternis $T \mp t = T_m$

Die Entfernung des Mondmittelpunktes im Augenblicke der äußeren Randberührung des Mondes mit dem Schattenkreise vom Punkte des kürzesten Abstandes:

$$MM_1 = \sqrt{CM_1^2 - CD^2 \cos^2 J}$$

wo CM_1 nach dem früher gegebenen Ausdruck für D bestimmt ist. Die Zeit, die der Mond zu derselben Strecke braucht, findet sich durch:

$$\frac{1}{QD} \sqrt{CM_1^2 - CD^2 \cos^2 J} = t'$$

Der Anfang der Finsternis findet statt zur Zeit $T_m - t'$, das Ende zur Zeit $T_m + t'$.

Der Teil des Monddurchmessers, der sich zur Zeit der Mitte der Finsternis im Schattenkreis befindet, wird erhalten durch $R + r - CM = R + r - CD \cos J$. Die Verfinsterung wird aber nach Zollen ausgedrückt, indem man sich den Monddurchmesser in 12 Teile (Zolle) denkt. Daher die größte Verfinsterung $= \frac{R + r - CD \cos J}{2r}$ Teile des Monddurchmessers.

$$= \frac{6}{r}(R + r - CD \cos J) \text{ Zoll}$$

Findet eine totale Mondfinsternis ohne Verzug in der Weise statt, daß die ganze Mondscheibe noch für einen Augenblick in den Schattenkreis tritt, so fällt Anfang und Ende derselben zu der Zeit statt, wenn der Mondmittelpunkt seinen kürzesten Abstand von C hat. In andern Fällen bestimmt sich Anfang und Ende der totalen Finsternis wie folgt:

In Fig. 4. ergiebt sich $MCM_1 = v$ aus $\cos v = \frac{CM}{R-r}$

$MM_1 = CM \operatorname{tg} v$; die Zeit für diese Strecke $= \frac{CM \operatorname{tg} v}{DQ}$, wenn DQ der vorigen Figur = Stundenbewegung des Mondes. Daher Anfang und Ende der totalen Finsternis

$$T_m \mp \frac{CM \operatorname{tg} v}{DQ} \text{ Stunden oder } T_m \mp 60 \frac{CM \operatorname{tg} v}{DQ} \text{ Minuten.}$$

Der Mond wird durch den Erdschatten des von der Sonne erhaltenen Lichtes beraubt. Der Augenblick des Eintrittes und Austrittes, oder der Beginn und das Ende eines andern Hauptmomentes muß für alle Orte der Erde, die den Mond über dem Horizont haben, derselbe sein. Trotzdem eignet sich eine Mondfinsternis zu geographischen Längenbestimmungen nur dann, wenn es sich um annähernde Werte handelt; denn der Rand des Erdschattens ist meistens auf der Mondscheibe infolge seiner allmählichen Verdichtung schlecht begrenzt.

Wie früher erwähnt, verrückt sich die Lage der Knoten jährlich um etwa 19,°3, also müssen nach einer bestimmten Zeit die Schnittpunkte mit der Ekliptik dieselben sein. Der Zeitraum beträgt etwa 18 Jahre 10 Tge. — 11 Tge. Findet zu einer bestimmten Zeit in der Nähe eines Knotens eine Mondfinsternis statt, so ist nach dieser Periode = 6585 Tagen und 7 — 9 Stunden die Stellung des Mondes zur Ekliptik dieselbe, und es muß dann eine Mondfinsternis von fast derselben Größe wie erste wiederkehren.

So wird sich die totale Mondfinsternis von 1884 nach der angegebenen Periode wiederholen. Man ist demnach im stande, das Eintreten einer Mondfinsternis ohne jegliche Berechnung mit einer Genauigkeit von 1 — 2 Stunden vorherzusagen.

Ich lasse zur Uebersicht eine aus „Förster's populären astronomischen Mitteilungen" entnommene Tabelle folgen, welche 2 Perioden enthält. Die angegebenen Zeiten beziehen sich auf die Mitte der Verfinsterungen für den Berliner Meridian:

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Jahr.	Monat.	Tag.	Uhr.	Größe der Verfinst. in Zollen.	Jahr.	Monat.	Tag.	Uhr.	Größe der Verfinst. in Zollen.	Zeitintervall der Wiederkehr.		Differenz der Zolle.
1830	März	9	3 Nm.	total	1848	März	19	10 Nm.	total	6585	7	—
„	September	2	12 Mtn.	total	„	September	13	7 Vm.	total	„	7	—
1831	Februar	26	6 Nm.	8,2	1849	März	9	2 Vm.	8,9	„	8	+ 0,7
„	August	23	11 Vm.	5,8	„	September	2	6 Nm.	7,1	„	7	+ 1,3
1833	Januar	6	9 „	5,7	1851	Januar	17	6 „	5,6	„	9	— 0.1
„	Juli	2	2 „	10,3	„	Juli	13	8 Vm.	8,5	„	6	— 1,8
„	Dezember	26	11 Nm.	total	1852	Januar	7	7 „	total	„	8	—
1834	Juni	21	9 Vm.	total	„	Juli	1	4 Nm.	total	„	7	—
„	Dezember	16	6 Vm.	8.1	„	Dezember	26	2 „	8,2	„	8	+ 0,1
1835	Juni	10	11 Nm.	0,8	1853	Juni	21	7 Vm.	2,5	„	8	+ 1,7
1836	Mai	1	9 Vm.	4,2	1854	Mai	12	5 Nm.	2,9	„	8	— 1,3
„	Oktober	24	2 Nm.	1,2	„	November	4	10 Nm.	0,6	„	8	— 0,6
1837	April	20	10 Nm.	total	1855	Mai	2	5 Vm.	total	„	7	—
„	Oktober	13	12 Mtn	total	„	Oktober	25	9 „	total	„	9	—
1838	April	10	3 Vm.	7,3	1856	April	20	10 „	8,5	„	7	+ 1,2
„	Oktober	3	4 Nm.	11,2	„	Oktober	13	12 Mtn.	12,0	„	8	+ 0,8
1840	Februar	17	3 Nm.	4,4	1858	Februar	27	11 Nm.	4,0	„	8	— 0,4
„	August	13	8 Vm.	7,3	„	August	24	3 „	5,7	„	7	— 1,6
1841	Februar	6	3 „	total	1859	Februar	17	12 Mtn.	total	„	9	—
„	August	2	11 „	total	„	August	13	5 Nm.	total	„	6	—
1842	Januar	26	7 Nm.	9,5	1860	Februar	7	3 Vm.	9,8	„	8	+ 0,3
„	Juli	22	12 Mgs.	3.4	„	August	1	6 Nm.	4.9	„	6	+ 1,5
1843	Dezember	7	1 Vm	2,5	1861	Dezember	17	9 Vm.	2,3	„	8	— 0,2
1844	Mai	31	12 Mtn.	total	1862	Juni	12	7 „	total	„	7	—
„	November	25	1 Vm	total	„	Dezember	6	9 „	total	„	8	—
1845	Mai	21	5 Nm.	total	1863	Juni	1	12 Mtn	total	„	7	—
„	November	14	2 Vm.	10,8	„	November	25	10 Vm.	11,4	„	8	+ 0,6
1847	März	31	11 Nm.	3,5	1865	April	11	6 „	2,3	„	7	— 1,2
„	Septbr.	24	3 „	5,1	„	Oktober	4	12 Mtn.	4,1	„	9	— 1,0

Noch sei auf „die Tafeln zur Berechnung der Mondfinsternisse" des Herrn v. Oppolzer hingewiesen. (Denkschriften der K. Akad. der Wissenschaften, math. nat. Klasse B. 47). Vermöge derselben kann man in sehr kurzer Zeit die Hauptumstände einer Mondfinsternis, wahre Greenwicher Zeit der größten Phase, Größe der größten Phase, Dauer der Partialität oder Totalität bestimmen und die Sichtbarkeit oder Nichtsichtbarkeit für einen gegebenen Ort entscheiden.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf