aus nach Osten gezählt und Länge genannt. Der durch die Pole des Himmelsäquators und den Stern gelegte Deklinationskreis bestimmt auf demselben einen Punkt, dessen östl. Entfernung vom Frühlingspunkt die Rectascension heißt. Demnach muß die Länge der Sterne wegen der Präcession immer größer werden. Diesen Störungen Rechnung tragend ist man doch im stande, die Länge, Deklination und gerade Aufsteigung der Sonne auf längere Zeiträume vorauszubestimmen. Von Sonnentafeln, in denen diese Größen für bestimmte Zeiten angegeben sind, seien angeführt diejenigen von Hansen und Olufsen und die Sonnentafeln von Leverrier, welche den Berechnungen meist zu Grunde gelegt werden.

Die Mondbahn bildet mit der scheinbaren Sonnenbahn einen Winkel von etwa 5°8′ und schneidet die Ekliptik in 2 Punkten, welche Knoten genannt werden. Der Mond geht durch den aufsteigenden Knoten, wenn seine Breite bei vorangehender südlicher Breite Null geworden ist. Den jeweiligen Ort desselben in seiner Bahn giebt man ebenfalls nach Länge und Breite, oder Rectascension und Deklination an. Letztere Größen im voraus zu bestimmen ist noch viel schwieriger als die Vorausberechnung der erwähnten Elemente für die Sonne. Denn die Schnittpunkte gehen in einem Jahre etwa 19° rückwärts (von Ost nach West). Diese Bewegung der Knoten ist nicht immer gleichförmig, sondern hängt von der Entfernung der Sonne und der Erde von dem Monde ab. Außerdem rückt die Apsidenlinie (Verbindungslinie des Perigäums und Apogäums) des Mondes jährlich um etwa 40,68° unter den Fixsternen von West nach Ost. Für elliptische Bewegung ist die Geschwindigkeit nicht gleichmäßig. Man nimmt für jeden Körper statt der Ellipse einen Kreis an, dessen Centrum der eine Brennpunkt der ersten ist. Auf letzterem denkt man sich einen Planeten, der sich gleichförmig bewegt und mit dem wirklichen gleichzeitig durch die Schnittpunkte mit der großen Axe geht. Für eine andere Zeit müssen 2 Punkte in den Bahnen einander entsprechen. Der vom Radius beschriebene Winkel, die mittlere Anomalie, ist nicht, wie es sein sollte, für den Mond constant, sondern die mittlere Bewegung gegenwärtig rascher als früher. Alle diese Beeinflussungen hat man berücksichtigt und den Ort des Mondes auf lange Zeiträume berechnet. Fast ausschließlich werden Hansen's Mondtafeln zu Grunde gelegt, wenn auch neuerdings an gewissen Werten kleine Correktionen anzubringen sind, wie dies Herr Lehmann in seinen „Tafeln zur Berechnung der Mondphasen" und Herr von Oppolzer in seinen „Syzygientafeln" gethan hat.

II.

Die Sonnenfinsternisse werden bekanntlich hervorgerufen durch den Schattenkegel des zur Zeit des Neumondes zwischen Erde und Sonne tretenden Mondes. Die Länge desselben ist abhängig von der Entfernung des Mondes von der Sonne und beträgt bald etwas mehr bald weniger als die mittlere Entfernung des Mondes von der Erde. Die Gattung der Finsternis richtet sich nach den Gesichtswinkeln, unter denen uns zu derselben Zeit die Radien der Sonne und des Mondes erscheinen. Bei kleinster Entfernung von Mond und Erde ist der Gesichtswinkel etwa 16′,8,
bei mittlerer . . . . . „ 15′,6,
„ größter . . . . . „ 14′,4,
Der Gesichtswinkel der Sonne bei kleinster Entfernung von Sonne und Erde etwa 16′,3
bei mittlerer . . . . . „ 16′.
„ größter . . . . . „ 15′,7
So ist z. B. bei gleichzeitig kleinster Entfernung der Sonne und des Mondes von der Erde eine ringförmige Finsternis nicht möglich. Umgekehrt kann bei größter Entfernung des Mondes und der Erde, bei welcher der Schattenkegel die Erdoberfläche nicht mehr trifft, keine totale Finsternis vorkommen.

Die Möglichkeit einer Sonnenfinsternis wird außerdem bedingt durch die Zeit der wahren Conjunktion. Man muß also genau die Zeit wissen, wann die Differenz zwischen Sonnen- und Mondlänge Null ist. Ist der Mond zur Zeit der Conjunktion in der Nähe eines Knotens, so wird eine Verfinsterung stattfinden. Im allgemeinen muß eine Finsterniß eintreten, wenn der Abstand vom Knoten kleiner als 15°,24 ist, und sie ist unmöglich, wenn der Abstand größer als 18,°22 ist.

Man muß außerdem wissen, wie viel Sonne und Mond in einer Stunde an Länge zunehmen; denn davon ist die Dauer der Finsternis abhängig. Der Mond bewegt sich aber in einer Stunde ungefähr 30′ östlich, während die Sonne in derselben Zeit nur etwa $2^1/_2$′ östlich rückt. Es kommt nur darauf an, wielange der Mond vor der Sonnenscheibe verweilt; also kann man die Sonne als unveränderlich annehmen und die wirkliche östliche Stundenbewegung des Mondes um die stündliche Veränderung der Sonnenlänge vermindern Die erhaltene Größe nennt man die relative Stundenbewegung des Mondes.

Gleichzeitig muß man die Breite des Mondes, ja sogar die stündliche Änderung derselben kennen, die in den meisten Fällen sehr gering sein wird. Weil sich die Sonne immer in der Ekliptik befindet, so

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

kann sie eigentlich keine Breite haben. Aber auch die kleinste Erhebung des Sonnenmittelpunktes aus der Ebene wird berücksichtigt, weshalb später in den Formeln die Breite der Sonne eingeführt sein wird. Sie beträgt fast immer nur Bruchteile von einer Secunde, wie z. B. Hansen für die Sonnenfinsternis vom 18. Juli 1860 den Wert + 0",24 zu Grunde gelegt hat.

Zur Berechnung der Sonnen- und Mondfinsternisse muß man die Sonnen- und Mondparallaxe genau kennen. Bereits sind die Winkel erwähnt, unter denen der Sonnen- und Mondradius von der Erde gesehen erscheinen. Umgekehrt würde man im Mittelpunkte der Sonne und des Mondes den Erdradius unter einem bestimmten Gesichtswinkel erblicken.

Dieselben werden erhalten, wenn man sich aus dem Mittelpunkt der Erde und von einem Orte, dem die Sonne oder der Mond im Horizont steht, Linien nach den Mittelpunkten derselben denkt. Diese an den letzten gebildeten Winkel werden die Horizontalparallaxen genannt, zum Unterschiede von den Höhenparallaxen. Steht die Sonne über dem Horizont, so wird der Winkel, unter dem jetzt der Erdradius von der Sonne erscheint, die Höhenparallaxe, um so kleiner, je höher die Sonne steht, bis sie Null wird, wenn diese im Zenith des Beobachtungsortes steht. Bekanntlich ist aber die Erde abgeplattet, also ein Erdradius unter 0° Breite größer als ein nach den Polen gedachter. Im allgemeinen wird die Größe des ersten zu Grunde gelegt und der gebildete Winkel mit Äquatoreal-Horizontalparallaxe bezeichnet. Wegen der 400mal kleineren Entfernung des Mondes von der Erde muß die Mondparallaxe bedeutend größer sein als die Sonnenparallaxe. Erstere variiert zwischen 61',29 und 53',31. Letztere wird allgemein zu 8",6 bis 9" angenommen.

Aus den Horizontalparallaxen und den scheinbaren Halbmessern des Mondes und der Sonne setzen sich die Möglichkeitsgrenzen der Sonnenfinsternisse zusammen. Es sei (Fig.1). A ein Ort inmitten der beleuchteten Erdhälfte. Dort sieht man Mond- und Sonnenmittelpunkt an demselben Ort am Himmelsgewölbe. Einem Beobachter in B, der sich an der westlichen Lichtgrenze befindet, stehen dieselben nahe am Horizont. Den Mittelpunkt des Mondes sieht er in M', also um die Horizontalparallaxe des Mondes nach Osten verschoben. Den Mittelpunkt der Sonne erblikt derselbe Beobachter in S', ebenfalls um ihre Parallaxe von Z nach Osten fortgerückt. Also sieht er keine centrale Bedeckung der beiden Körper, sondern den Mondmittelpunkt vom dem der Sonne um die Differenz der Parallaxen nach Osten entfernt. Der Mond müßte in seiner Bahn um dieselbe Größe weiter westlich stehen, wenn man in B eine centrale Finsternis wahrnehmen sollte. Für Orte zwischen A und B ist die Verschiebung um so geringer, je näher sie an A liegen. Für einen Beobachter in B' an der östlichen Lichtgrenze ist der Mondmittelpunkt um die Differenz der Parallaxen vom Mittelpunkt der Sonne nach Westen verschoben, für einen nördlich entfernten um einen verhältnismäßigen Wert nach Süden, für einen südlich gelegenen Ort vom Mittelpunkt der Sonne nach Norden. Man kann sich um den Mittelpunkt der Sonne einen Kreis mit dem Radius gleich der Differenz der Parallaxen denken. Kommt der Mondmittelpunkt zur Zeit der Conjunktion in diesen Raum zu stehen, so werden gewisse Orte eine centrale Bedeckung haben. Erreicht er eben nur noch die Peripherie, so ist man an der Möglichkeitsgrenze angekommen. Ist der Abstand zwischen Sonnen- und Mondmittelpunkt größer als jener Radius, so sieht man an keinem einzigen Ort eine centrale Sonnenfinsternis.

Bezeichnet man mit D den kleinsten Abstand, den beide Mittelpunkte erreichen, mit π und π' die Horizontalparallaxen des Mondes und der Sonne, so ist bei $D > \pi - \pi'$ eine centrale Sonnenfinsternis unmöglich, bei $D < \pi - \pi'$ dieselbe Finsternis sicher; für Anfang und Ende einer centralen Finsternis ist $D = \pi - \pi'$

Für den Beobachter in A beträgt der Abstand der beiden Mittelpunkte die Summe der beiden scheinbaren Halbmesser, wenn eben nur noch eine äußere Randberührung stattfindet. Für andere Orte vergrößert sich der Abstand der beiden Centren um denselben Wert vom Moment der centralen Bedeckung bis zur äußeren Randberührung. Der Mondmittelpunkt kann aber bis zur Differenz der Parallaxen von M westlich oder östlich stehen, so daß man in B und B' noch eine centrale Finsternis sehen kann. Also findet bei $D > \pi - \pi' + r + r'$ an keinem Orte der Erde überhaupt eine Verfinsterung statt. Bei $D < \pi - \pi' + r + r'$ muß eine partielle Finsternis für gewisse Orte der Erde eintreten.

Ich gebe in folgendem eine Übersicht der nötigen Elemente:

T die Zeit der wahren Conjunktion oder Opposition.
L die Mondlänge.
L' „ Sonnenenlänge.
b „ Mondbreite.
b' „ Sonnenbreite.
$\triangle L - \triangle L'$ die relative Stundenbewegung des Mondes in Länge.
$\triangle b$ die Stundenbewegung des Mondes in Breite.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

ε = Schiefe der Ekliptik.
π = Horizontalparallaxe des Mondes.
π' = " der Sonne.
r = scheinbarer Halbmesser des Mondes.
r' = " " der Sonne.
δ = Deklination des Mondes.
δ' = " der Sonne.
α = Rectascension des Mondes.
α' = " der Sonne.
J = Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik.

III.

Wenn die Mondbahn genau mit der Ekliptik zusammenfiele, so müßte bei jeder Opposition (zur Zeit, wo die Differenz der Längen 180° beträgt,) der Mond in den Schattenkegel der Erde eintreten, und es würde also jeden Monat eine Mondfinsternis stattfinden. In den meisten Fällen geht er aber über oder unter dem Schattenkegel vorbei. Eine Verfinsterung wird nur dann eintreten, wenn er zur Zeit des Vollmondes nahe bei seinem Knoten ist. Dies ist in 18 Jahren 11 Tagen 29 mal der Fall. Die Länge des Erdschattenkegels berechnet sich aus den Radien der Sonne und Erde und aus der Entfernung beider, wie eine einfache Construktion zeigen würde, und variiert zwischen 182—189000 Meilen.

Der Durchmesser des Kernschattenkreises in der Entfernung des Mondes von der Erde ist aber etwa $2\,^2/_3$ Monddurchmesser. Es sind deshalb außer partialen nur noch totale Mondfinsternisse möglich. Dabei geht einer totalen eine partiale Verfinsterung voraus, und folgt eine Finsternis derselben Art nach. Von der Stundenbewegung des Mondes hängt die Dauer der Finsternis ab. Die längste Dauer einer partialen Verfinsterung kann etwa $2\,^1/_3$ Stunde nicht übersteigen.

Die Mondfinsternis kann auch total sein, ohne daß sie central ist. Wenn aber der Mondmittelpunkt bei der Opposition in der Ekliptikebene steht, so tritt der letzte Fall ein, und dann ist die Dauer der totalen Mondfinsternis am längsten, etwa 2 Stunden, weil der Mondmittelpunkt dann den Durchmesser des Schattenkreises durchläuft.

Bezeichnet man allgemein den Abstand des Mondmittelpunktes von dem Mittelpunkte des Schattenkreises mit D, so ist $D = o$ das Kennzeichen für centrale Mondfinsternis.

Der Halbmesser des Schattenkreises läßt sich aus Mondparallaxe, Sonnenparallaxe und scheinbarem Sonnenradius bestimmen. In Fig. 2. ist der Gesichtswinkel zu bestimmen, unter dem C M von der Erde aus erscheint. Es ist aber $BAE = \pi'$, $BCE = \pi$, $AES = MEN = r'$ demnach $CEM = CEN - MEN = BCE + BAE - MEN$. $R = \pi + \pi' - r'$.

Dieser Wert wird wegen der Refraktion um $^1/_{60}$ vergrößert. Tritt die ganze Mondscheibe in diesen Kreis, so ist bei Beginn der Totalität der Abstand seines Mittelpunktes von demjenigen des Schattenkreises $D = {}^{61}/_{60}\,(\pi + \pi' - r') - r$. und für $D < {}^{61}/_{60}\,(\pi + \pi' - r') - r$. findet eine totale Mondfinsternis statt.

Berührt dagegen der Mond nur noch den Rand des Schattenkreises, so ist für Anfang und Ende der partiellen Mondfinsternis $D = {}^{61}/_{60}\,(\pi + \pi' - r') + r$ und bei $D < {}^{61}/_{60}\,(\pi + \pi' - r') + r$ findet eine partielle Verfinsterung statt.

Für die Berechnung einer Mondfinsternis ist zuerst die Zeit der wahren Opposition zu bestimmen. Der Gang der übrigen Rechnung ergiebt sich aus Figur 3. F H sei die relative Mondbahn, J der Neigungswinkel derselben zur Ekliptik. C P der Breitenkreis, in dem der Mond zur Zeit der Opposition steht, C D die Breite derselben. Man zieht zu O W eine Parallele durch D und macht D G gleich der stündlichen relativen Bewegung in Länge und G Q senkrecht zu D Q gleich der stündlichen Bewegung in Breite, so ist D Q die stündliche Bewegung des Mondes in seiner Bahn.

In M steht der Mondmittelpunkt zu Zeit der größten Verfinsterung, in M_1 und M_2 am Anfang und Ende der Finsternis.

Durch die beiden Gleichungen $QG = QD \sin J$ oder
$GD = QD \cos J$
kann man QD bestimmmen.

Im rechtwinkligen Dreieck CMD hat man $MD = CD \sin J$

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf