Versuch einer populären Darstellung der Hauptlehren der mathematischen Geographie.

Vom Oberlehrer Heinrich Breuer.

Vor wenigen Jahren hatte Verfasser Veranlassung, vor einem Kreise Gebildeter aus allen Ständen eine Reihe von Vorträgen zu halten, welche die Hauptlehren der mathematischen Geographie, sowie die Anfangsgründe der populären Astronomie zum Gegenstande hatten; indem ich nun diese Vorträge zu einem Ganzen vereinigte und durch Zusätze für den Gebrauch der Schule vermehrte, entstand vorliegende Abhandlung. Ich bezwecke damit, einerseits meinen Mitbürgern einen Wegweiser im Himmelsraume zur Erklärung der alltäglichen Erscheinungen an die Hand zu geben, andrerseits aber zu zeigen, wie etwa die mathematische Geographie an unseren Gymnasien, für deren Prima sie in den Lehrplan aufgenommen ist, behandelt werden könnte. Deßhalb sind auch die Formeln der sphärischen Trigonometrie, welche nicht in den Bereich des mathematischen Unterrichts fällt, durchgängig vermieden, dagegen jede Gelegenheit zur Anwendung der Lehren der ebenen Trigonometrie sorgfältig benutzt; doch können erstere nach Bedürfniß in einem Anhange mit Hinweisung auf die entsprechende Stelle des Textes leicht hinzugefügt werden. Der zugemessene Raum gestattete nur die Aufnahme des ersten Theiles, und so muß der zweite Theil, der das Verhältniß der Erde zu den übrigen Himmelskörpern und die daraus hervorgehenden Erscheinungen zum Gegenstande hat, einer weiteren Gelegenheit vorbehalten bleiben.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Einleitung.

Die mathematische Geographie ist ein Theil der Astronomie. Während die physische Geographie vorzüglich die Oberfläche der Erde und deren Gliederung, die politische Geographie aber die Eintheilung derselben in Staaten und deren Einrichtung 2c. zu ihrem Gegenstande hat, betrachtet die mathematische Geographie die Erde als Weltkörper und untersucht zunächst ihre Gestalt, sodann ihre Größe und endlich ihre Bewegung und Lage im Himmelsraume und deren Folgen. Wir behandeln daher naturgemäß zuerst die Gestalt der Erde.

Von der Gestalt der Erde.

Die Erde ist eine Kugel. Zu den in fast allen Leitfäden der Geographie hierfür angeführten Beweisen möge noch Folgendes bemerkt werden:

1. Der Horizont d. h. die Grenze des sichtbaren Erdabschnittes ist stets ein Kreis. Demnach könnte die Erde nur eine Scheibe oder eine Kugel sein. Wäre es eine Scheibe, so müßte das Gesichtsfeld bei Anwendung entsprechender Fernröhre sich nach Belieben erweitern lassen; dieses ist jedoch nicht der Fall; somit ist die Erde eine Kugel *).

---

*) Die Weite des Gesichtsfeldes ist leicht zu bestimmen.

Es sei der Radius der Erdkugel r, die Höhe des Augenpunktes über der Oberfläche (Meeresfläche) h, die Gesichtsweite, Tangente vom Augenpunkte an die Erdkugel t, so ist

1) . . . $t^2 = (r+h)^2 - r^2$ daher

$$t = \sqrt{h\,(2\,r + h)}$$

Ist ferner die Höhe der überblickten Calotte m, so ist

2) . . . $t^2 = (r+h)\,(h+m)$; daher aus 1. u. 2.

$$m = \frac{rh}{r + h};$$ folglich der Flächeninhalt der Calotte

$$J = 2\,r\,\pi\,m = \frac{2\,r^2 h\,\pi}{r + h}$$

Demnach ist z. B. für die Höhe

von	100′	die Gesichtsweite	2,67	Meilen	vom Rigi	5500′	die Gesichtsweite	19,74	Meilen
„	200′	„ „	3,76	„	„ Brenner				
„	300′	„ „	4,60	„	„ St. Gotthardt	6500′	„ „	21,42	„
vom Straßburg. Dom	490′	„ „	5,88	„	„ Kl.St.Bernhard				
„ Drachenfels	1000′	„ „	8,41	„	„ Parnaß				
„ Melibocus	1600′	„ „	10,66	„	„ Aetna	10000′	„ „	26,57	„
„ Montabr. Wald					„ Finsteraarhorn	13160′	„ „	30,48	„
„ Königsstuhl	1770′	„ „	11,18	„	„ Popoca-Tepetl	16600′	„ „	34,09	„
„ Salzburger Kopf	2140′	„ „	12,25	„	„ Chimboraço	20100′	„ „	37,67	„
„ Donnersberg					„ Dhawalagiri	26300′	„ „	43,11	„
„ Brocken	3500′	„ „	15,72	„	„ Mount Everest	27200′	„ „	43,82	„
„ Vesuv									

Hierbei wurde r = 846 Meilen 15661,7 Fuß pr. = 20319661,7 Fuß pr. angenommen.
1 Meile pr. = 24000 Fuß, 1 geographische Meile = 23643 Fuß pr.

Der Winkel

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

2. Wäre die Erde, wie es uns scheint, eine Ebene, so müßte einerseits jedes Gestirn bei der großen Geschwindigkeit des Lichtes (42000 Meilen in der Sekunde) für alle Orte der Erde gleichzeitig auf- und untergehen, anderseits müßten auch überall dieselben nördl. und südl. Sternbilder erblickt werden. Beides ist nicht der Fall. Bei einer Reise nach Osten geht uns die Sonne immer früher auf und zwar auf dem Aequator für je 15 Meilen (in unsern Breiten für je $8^1/_2$ Meilen) um 4 Minuten. Wanderte man also auf dem Aequator genau nach Osten und legte jeden Tag 15 Meilen zurück, so hätte man, da der Tag sich gewissermaßen um 4 Minuten verfrüht hat, am ersten Tage scheinbar 4 Minuten, am zweiten 8, am dritten 12 u. s. w. gewonnen, woraus es sich dann erklärt, daß bei einer Reise um die Erde von West nach Ost (Weg 360×15 Meilen) auch 360×4 Minuten d. i. ein ganzer Tag gewonnen wird, so daß bei der Ankunft im Ausgangspunkte der Reisende um einen ganzen Tag weiter ist, als der Zurückgebliebene. Das Umgekehrte findet bei einer Reise um die Erde von Osten nach Westen statt. Diese Erscheinung erklärt sich einfach durch die Krümmung der Erde; je weiter wir nach Osten fortschreiten, desto mehr senkt sich der Horizont nach Osten, desto eher erscheint uns also auch die unter dem Horizont verborgene Sonne *).

Was die zweite Erscheinung anbelangt, so bemerken wir bei einer Reise nach Süden sowohl, daß die nördl. Gestirne allmälig sich zum Horizont senken und endlich ganz unter ihm verschwinden, als auch, daß die südlichen Gestirne in ihrem täglichen Laufe immer höher und höher sich über dem Horizont erheben und nach und nach immer neue Gestirne zum Vorschein kommen. Auch diese Erscheinung erklärt sich durch eine ähnliche Construction wie oben.

3. Da die Fixsterne unendlich weit von uns entfernt sind, wie wir später sehen werden, so können die Gesichtslinien zu einem derselben von verschiedenen Punkten der Erde aus als nahezu parallel oder zusammenfallend betrachtet werden. Ist nun (Fig. 3.) der Stern in B etwa 1° von unserm Zenith A über C entfernt, so müßten wir, falls die Erde eine Ebene wäre, die Strecke C D zurücklegen, um B in unserem Zenith zu erblicken, wenn $BD \perp CD$. Nun ist aber $CD = BC \cos \alpha$ was CB nur gleich einer Billion Meilen angenommen, über 17524 Millionen

---

Der Winkel α (Fig. 1.), den die vom Auge zur Erde gezogene Tangente mit der durch das Auge gelegten Horizontalen bildet, heißt die Depression des natürlichen Horizonts oder die Kimmtiefe; sie läßt sich aus der gegebenen Höhe berechnen. Da Bogen CD auch für beträchtliche Höhen 2° nicht übersteigt, so läßt er sich mit Tangente AD vertauschen. Nun ist

$CD = AD = \sqrt{h^2 + 2\,hr}$ wo h und r in pr. Fuß gegeben sind. h^2 verschwindet gegen 2hr; daher

$$CD = \sqrt{2r}\,\sqrt{h} = \sqrt{40639323}\,\sqrt{h} = 6347{,}9\,\sqrt{h}$$

Da aber 1° = 14 Meilen 18645 Fuß pr. oder 1′ = 5910,75 Fuß ist, so ist:

$$CD = \frac{6347{,}9}{5910{,}75}\,\sqrt{h} = 1{,}0787\,\sqrt{h}$$ Minuten, wo h in Fuß gegeben ist.

Bei genauen Rechnungen ist jedoch zu beachten, daß die Depression wegen der Refraction eine Vergrößerung erleidet; die Correctur beträgt $^1/_{13}$. Daher:

$$CD = (^1/_{13} + 1{,}0787)\,\sqrt{h} = 1{,}1617\,\sqrt{h}$$ Minuten $= 0{,}3086\,\sqrt{h}$ Meilen.

Wird etwa von der Spitze eines h Fuß hohen Mastes die Spitze eines h′ Fuß hohen Leuchtthurmes erblickt, so ist die Entfernung beider gleich $0{,}3086\left(\sqrt{h} + \sqrt{h'}\right)$ Meilen.

*) Ist (Fig. 2.) JCFKA die Himmelskugel, A der Standpunkt der Sonne und HBE die Erde, so ist für B der Horizont CD, also die Sonne A um den Bogen DA vom Horizont entfernt, während für das mehr östliche E der Horizont FG und GA die Entfernung der Sonne vom Horizont, für das mehr westliche H der Horizont JK und KA die Entfernung der Sonne von dem Horizont ist.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Meilen machen würde. Wäre jedoch die Erde eine Kugel, so müßten wir, falls wir diese Kugel umwanderten, nach und nach alle Sterne eines größten Kreises in unserem Zenith erblicken Dies ist wirklich der Fall und zwar beträgt die Strecke, die wir zurücklegen müssen, um B im Zenith zu haben, nur etwa 15 Meilen. Daher ist die Erde eine Kugel, deren Umfang $360 \times 15 = 5400$ Meilen mißt.

4. Die innere Bildung der Erde berechtigt uns zu dem Schlusse, daß sich dieselbe nicht immer in dem jetzigen festen Zustande befunden hat; es muß eine Zeit gegeben haben, wo sie, weniger fest gefügt als jetzt, von bedeutend größerem Umfange, ihren einzelnen Theilen freiere Beweglichkeit gestattete und gewissermaßen als ein Tropfen in der Unendlichkeit des Raumes ihre Bahn verfolgte. Nun ist aber das Resultat der unbehinderten Anziehungskraft d. h. des Strebens aller Theile nach möglichster Annäherung, die Kugelgestalt, wie beim Wassertropfen, so auch bei dem gewaltigen Himmelskörper, weil eben die Kugel beim kleinsten Umfange, (also möglichster Annäherung aller einzelnen Theile,) den größten Inhalt besitzt *).

Orientirung am Himmel.

Da wir von der Erdkugel nur einen kleinen Theil, von der concentrischen Himmelskugel aber fast die Hälfte überblicken, da wir ferner die etwaige Bewegung der Erde nur am Himmelszelte wahrnehmen, ähnlich wie wir die Bewegung eines Schiffes oft nur am Vorübergleiten der Ufer erkennen, so suchen wir uns zunächst am Himmel, und zwar am nächtlichen Himmel zu orientiren, weil dort der Anhaltspunkte unzählige sind, und übertragen die einzelnen Bestimmungen alsdann auf die Erdkugel.

1. Der Horizont.

Der Horizont theilt den sichtbaren Theil der Himmelskugel vom unsichtbaren; beide Theile wären genau einander gleich, wenn der Kreis des Horizonts durch den Erdmittelpunkt ginge. Dieser angenommene Horizont heißt der wahre oder mathematische Horizont, im Gegensatze zu dem im Anfange erwähnten scheinbaren und je nach der Erhebung über die Erdoberfläche veränderlichen Horizont. Scheinbarer und wahrer Horizont sind also um den Erdradius von einander entfernt. Da aber diese Größe gegen die Fixsternweite verschwindend klein ist, so können in Bezug auf die Fixsterne beide Horizonte als zusammenfallend betrachtet und mit einander vertauscht werden; keineswegs ist dies jedoch beim Monde und der Sonne gestattet.

Jeder dem Horizont parallele Kreis heißt Höhenkreis oder Almukantharat. Der Punkt, in welchem die Scheitellinie eines Ortes die Himmelskugel trifft, heißt Zenith oder Scheitelpunkt. Der entgegengesetzte Punkt in der unsichtbaren Himmelskugel Nadir oder Fußpunkt.**)

---

*) Die Ansicht der Alten über die Erde beruhte beim Mangel jeder genauen Beobachtung lediglich auf dem Scheine. Homer hält die Erde für eine von Randgebirgen umzäumte und vom Okeanos umströmte Scheibe. Thales glaubt, der Himmel sei eine halb mit Wasser gefüllte Hohlkugel, in welcher die Erde als grader Cylinder mit der Schnittfläche nach oben schwimme. Pythagoras (540 v. C.) behauptet zwar die Kugelgestalt der Erde, doch witzelt Herodot (450 v. C.) IV 36. ziemlich beißend über diese seiner Ansicht nach thörichte Meinung. Claudius Ptolemäus († 160 nach C.) entwickelt das erste förmliche System der astronomisch mathematischen Geographie, er zieht die Meridiane von 5 zu 5°, die Breitegrade jedoch unregelmäßig durch Hauptorte. Sein Hauptwerk, von den Arabern Amalgest genannt, entwickelt vorzüglich in den zwei ersten Kapiteln des IX. Buches das nach ihm benannte ptolemäische System.

**) Im Allgemeinen fällt die Scheitellinie wegen der nicht ganz genau kugelförmigen Gestalt der Erde nicht mit dem Erdradius zusammen, sondern beide bilden einen kleinen Winkel.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Der Abstand der Zenithe zweier Orte in Graden ausgedrückt (1^0 ist ungefähr gleich zwei Mondbreiten) gibt zugleich das Maß für die Größe des Erdbogens zwischen diesen Orten, oder die Anzahl der Grade mit 15 multiplicirt die Entfernung der beiden Orte in Meilen. Jeder durch das Zenith eines Ortes gelegte größte Kreis heißt Scheitel- oder Vertikalkreis; er steht senkrecht auf dem Horizonte; geht er durch den Süd- und Nordpunkt, so heißt er Meridian; jeder Ort hat also seinen eigenen Meridian.

Die Erhebung eines Sternes über den Horizont wird Höhe des Sternes genannt; sie wird gemessen auf dem durch ihn gehenden Vertikalkreise. Da der Horizont aber ein doppelter ist, so unterscheidet man auch zwischen wahrer und scheinbarer Höhe eines Gestirnes. Die Entfernung eines Sternes vom Zenith, auf demselben Kreise, wie die Höhe gemessen, heißt dessen Zenithdistanz; auch sie ist eine scheinbare oder wahre, je nachdem die Beobachtung von einem Punkte der Erdoberfläche oder vom Mittelpunkte der Erde ausgeht. Die Differenz beider ist die Parallaxe des Gestirns. Bedeutet (Fig. 4.) der kleinste Kreis die Erde, der größte den Fixsternhimmel, M etwa den Mond zwischen beiden, so projicirt das Auge in B den Mond nach S, während er von O aus in W erscheint. Ist nun Bh der scheinbare, OH der wahre Horizont, so ist Sh die scheinbare, WH die wirkliche Höhe, ZS oder Winkel ZBS die scheinbare, ZW oder $\sphericalangle$ZOW die wirkliche Zenithdistanz. Daher Winkel BMO die Parallaxe des Mondes in M. Ist OM oder der geocentrische Abstand des Gestirns gleich a, OB = r, $\sphericalangle$ZBS = δ und $\sphericalangle$BMO = p, so ist

$$\sin. p : \sin. \delta = r : a \text{ oder}$$

$$\sin. p = \frac{r}{a} \sin. \delta.$$

Dieser Werth erreicht für $\delta = 0$ oder M in C sein Minimum gleich 0; für $\delta = 1$ R oder M in h′ sein Maximum $= \frac{r}{a}$. Die Parallaxe für M im Horizont, die sogenannte Horizontalparallaxe, ist also am größten und zur einfachen Bestimmung der wahren Zenithdistanz besonders wichtig.

Alle Sterne in demselben Höhenkreise haben gleiche Höhe und Zenithdistanz. Um nun einen bestimmten Stern unter ihnen ermitteln zu können, ist die Bestimmung des Abstandes seines Vertikalkreises vom Meridian erforderlich. Dieser Abstand, gemessen auf dem Horizonte oder auf dem Höhenkreise, heißt das Azimuth des Gestirnes; dasselbe kann ein westliches und ein östliches sein und wird gerechnet von 0 bis 180^0.

2. Der Aequator.

Im gewöhnlichen Leben sprechen wir von Auf- und Untergang der Sonne; sie erhebt sich jeden Tag in einer bestimmten Himmelsgegend über den Horizont, beschreibt einen Bogen, erreicht am Mittage die größte Höhe und verschwindet gegen Abend an der entgegengesetzten Seite des Horizontes. Eine ähnliche Bewegung bemerken wir am Monde und an den Sternen. Eine genauere Beobachtung der letzteren zeigt, daß alle sich in parallelen Kreisen um eine gegen den Horizont schief gestellte Axe drehen; nur bei wenigen jedoch sind diese vollständig (Circumpolarsterne), bei den meisten fehlt ein größerer oder geringerer Bogen. Auch sind die Kreise selbst nicht alle gleich groß; bei einem der Sterne ist derselbe sogar so klein, daß er uns vollständig stille zu stehen scheint. Dies ist somit der scheinbare Pol; er ist von dem wirklichen um etwa 3 Mondbreiten entfernt, und wird gefunden, indem man die hintere Wand des großen Wagens, vom Grunde des Wagens anfangend,

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

bis zum ersten hellleuchtenden Sterne verlängert, welches dann der sogenannte Polarstern ist. $1\frac{1}{2}^{\circ}$ von ihm entfernt befindet sich das Nordende der Himmelsaxe, der Nordpol der Himmelskugel. Um diese Axe drehen sich, wie gesagt, scheinbar alle Gestirne in Kreisen, die um so kleiner sind, je näher ihr Mittelpunkt dem Nordpole (resp. dem Südpole am entgegengesetzten Ende der Himmelsaxe) liegt. Der größte aller Kreise, dessen Mittelpunkt gleich weit von den Polen absteht, heißt der Aequator. Er theilt die Himmelskugel in eine nördliche und eine südliche Hälfte, Hemisphäre, geht durch den Mittelpunkt der Erdkugel, halbirt den Horizont, und gibt in den beiden Durchschnittspunkten den Ost- und Westpunkt. Die Kreise aller übrigen Sterne sind parallel dem Aequator und heißen daher auch Parallelkreise. Der Abstand eines Sternes vom Aequator wird dessen Deklination genannt; alle Sterne in demselben Parallelkreise haben gleiche Declination. Die Sonne befindet sich nur zweimal im Jahre, nämlich im Frühlings- und Herbstanfange im Aequator, zu allen übrigen Zeiten bewegt sie sich in kleineren Kreisen um die Erdaxe und zwar vom Herbst bis Frühling südlich, vom Frühling bis Herbst nördlich vom Aequator. Im Herbste rückt der Auf- und Untergangspunkt der Sonne immer mehr nach Süden, bis sie am 21. Dezember ihre größte südliche Abweichung erreicht. (Wintersolstitialpunkt.) Der Parallelkreis, in dem sie sich an diesem Tage am Himmelszelte bewegt, heißt der Wendekreis des Steinbocks. Nun kehrt die Sonne zurück, geht am 21. März im Ostpunkte auf, und bewegt sich im Aequator, dessen eine Hälfte sie am Tage und dessen andere Hälfte sie in der Nacht zurücklegt, daher Tag- und Nachtgleiche. (Frühlingsaequinoctialpunkt.) Nun setzt die Sonne ihre Nordbewegung fort, erreicht am 21. Juni ihre größte nördliche Abweichung (Sommersolstitialpunkt) bewegt sich an diesem Tage im Wendekreise des Krebses und kehrt dann zurück, um am 23. September wieder den Aequator (Herbstpunkt, Herbstaequinoctialpunkt) zu erreichen. Die Entfernung des Auf- und Untergangspunktes der Sonne vom Ost- und Westpunkte heißt Morgen- und Abendweite der Sonne; dieselbe ist also eine südliche oder nördliche; das Maximum tritt ein am 21. Dezember und am 21. Juni; der Tagekreis der Sonne im Wendekreise des Steinbocks ist der kleinste, der im Wendekreise des Krebses der größte, beide ergänzen sich zu einem Parallelkreise, dessen Declination $23\frac{1}{2}$ beträgt, daher kürzester und längster Tag zusammen gleich 24 Stunden.*)

Wie bereits oben gesagt, haben alle Sterne in demselben Parallelkreise gleiche Declination. Um daher einen von ihnen genau bestimmen zu können, legt man durch die Pole größte Kreise, (also senkrecht auf dem Aequator,) welche Declinationskreise heißen, da auf ihnen die Declination abgelesen wird, und von denen man als ersten den durch den Frühlingspunkt gehenden betrachtet. Der Winkel, den der Declinationskreis eines beliebigen Sternes mit diesem ersten bildet, heißt die Rectascension dieses Sternes. Sie wird auf dem Aequator abgelesen und entgegengesetzt der scheinbaren, also übereinstimmend mit der jährlichen Bewegung der Sonne in der Richtung der Thierzeichen (siehe d. ff.) von Westen nach Osten von 0 bis 360° gerechnet. Geht der Declinationskreis durch das Zenith unseres Ortes, so bildet er den Meridian desselben; er steht senkrecht auf dem Horizont, halbirt die durch letzteren abgeschnittene Himmelshalbkugel, sowie alle Parallelkreise, und somit auch alle Tage- und Nachtbogen der Gestirne. Diese erreichen daher in ihm sowohl ihre höchste Erhebung über dem Horizonte (Mittag), als auch ihre tiefste Stellung unter demselben (Mitternacht), d. h. sie culminiren in ihm.

---

* Alle diese Angaben sind nur annähernd richtig, indem sich die Sonne bei ihrem stetigen Fortschreiten eigentlich in einer Schraubenlinie um die Erde bewegt, also niemals einen wirklichen Parallelkreis beschreibt; zudem wird die Tageslänge durch die Refraction wesentlich vergrößert; doch wird das Richtige sich in der Folge ergeben.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Ist (Fig. 5) für Punkt B der Kreis NWSO der Horizont, Z das Zenith, P der Nordpol, OAW der Aequator, so ist nach dem früheren NP die Höhe des Poles oder die Polhöhe, PZ die Zenithdistanz des Poles, ZA die Zenithdistanz des Aequators, AS die Aequatorhöhe (Neigungswinkel des Aequators gegen den Horizont). Die Polhöhe ist, wie wir später sehen werden, gleich der geographischen Breite des Beobachtungsortes und wird gefunden als arithmetisches Mittel zwischen größter und geringster Höhe eines Circumpolarsternes. Ist also Figur 6 HO der Horizont, S ein Circumpolarstern, HS seine größte, HS′ seine geringste Höhe, so ist $HP = \frac{HS + HS'}{2}$

Der Winkel, den der Declinationskreis eines Sternes mit dem Meridian eines Beobachtungsortes bildet, oder das Stück des Aequators, welches zwischen dem Meridian und dem Fußpunkte des durch den Stern gehenden Declinationskreises liegt, heißt der Stundenwinkel des Sternes. Derselbe vergrößert sich fortwährend, indem bei der Rotation um die Weltaxe der Stern in 24 Stunden 360°, in 1 Stunde 15°, oder 1° in 4 Minuten (Sternzeit) zurücklegt. Er wird gerechnet von Süd durch West, Nord, Ost nach Süd; wegen der gleichförmigen Bewegung des Himmels wächst er regelmäßig; daher kann denn auch der Stundenwinkel sowohl durch Bogen als auch durch Zeit ausgedrückt werden.

Es sind $360^0 = 24^h$
$15^0 = 1^h$
$1^0 = 4^m$
$1' = 4^s$
$15' = 1^m$
$15'' = 1^s$

Der Stundenwinkel eines Sternes ist $21^h\ 49^m\ 57^s$ heißt also: er steht 327° 29′ 15″ westlich oder 32° 30′ 45″ östlich von unserem Meridian.

Wegen der fortwährenden Veränderung des Stundenwinkels ist es besser, statt seiner die Rectascension anzugeben. Wenn der Frühlingspunkt in den Meridian tritt, zeigt die Sternuhr (sieh d. ff.) 0 Uhr. Nun wird der Stundenwinkel des Frühlingspunktes durch die Uhr angegeben und diese Zeit nennt man Sternzeit; sie ist zugleich die Rectascension des eben culminirenden Sternes. Daher ist der Stundenwinkel eines beliebigen Sternes gleich der Differenz von Sternzeit und Rectascension.*)

Verzeichniß der Rectascension und Declination der vorzüglichsten Sterne.

Sterne.	Rectascension.	Declination.	Sterne.	Rectascension.	Declination.
α Andromedae	$0^h\ 2^m$	+ 28° 18°	αAurigae(capella)	$5^h\ 6^m$	+ 45° 51′
α Cassiopeae	$0^h\ 32^m$	+ 55° 45′	β orionis	$5^h\ 8^m$	− 8° 22′
α Ursi min Polarstern	$1^h\ 7^m$	+ 88° 33′	α Orionis	$5^h\ 47^m$	+ 7° 23′
α Arietis	$1^h\ 59^m$	+ 22° 47′	δ Canis maj. Sirius	$6^h\ 39^m$	− 16° 32′
α Persei	$3^h\ 14^m$	+ 49° 21′	α Geminorum Castor	$7^h\ 25^m$	+ 32° 12′
α Tauri	$4^h\ 28^m$	+ 16° 13′			

*) Nur zur Zeit des Frühlings-Aequinoctiums tritt die Sonne zugleich mit dem Frühlingspunkte in den Meridian, an diesem Tage also stimmt Sternzeit und Sonnenzeit überein, von da ab geht die Sternuhr jeden Tag etwa 4 Minuten vor.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Sterne.	Rectascension.	Declination.	Sterne.	Rectascension.	Declination.
β Geminorum Pollux	$7^h\ 37^m$	+ 28° 22′	α Scorpionis Anthares	$16^h\ 21^m$	− 26° 7′
α Leonis	$10^h\ 1^m$	+ 12° 40′	α Herculis	$17^h\ 8^m$	+ 14° 35′
α Ursi maj.	$10^h\ 55^m$	+ 62° 31′	α Ophiuchi	$17^h\ 28^m$	+ 12° 40′
α Virginis Spica	$13^h\ 18^m$	− 10° 25′	α Lyrae (Veja)	$18^h\ 32^m$	+ 38° 39′
			α Aquilae (Atair)	$19^h\ 44^m$	+ 8° 30′
α Bootae Arcturus	$14^h\ 9^m$	+ 19° 58′	α Cygni (Teneb)	$20^h\ 37^m$	+ 44° 46′
			α Cephei	$21^h\ 15^m$	+ 61° 59′
α Coronae Gemma	$15^h\ 29^m$	+ 27° 12′	δ Pegasi	$22^h\ 58^m$	+ 14° 27′

Da die Tabelle nach der Rectascension geordnet ist, so gibt sie auch die Reihenfolge an, wie die Sterne culminiren; zugleich kann man ungefähr ersehen, welche von ihnen zugleich sichtbar sind; doch ist hierbei nicht allein die Rectascension, sondern auch die Declination zu berücksichtigen, da diese die Länge, also auch die Dauer des Tagebogens bestimmt.

Uebertragung der gefundenen Linien auf die Erde.

Erdkugel und Himmelskugel sind concentrisch; versetzt man sich also in den Mittelpunkt der Erde und zieht von hieraus gewissermaßen die Punkte und Kreise des Himmelszeltes auf die Erde herab, so geben, wie schon bemerkt, Axe und Pole des Himmels, Axe, Nordpol und Südpol der Erde; die durch jene gelegten Declinationskreise erscheinen als größte Kreise durch Nordpol und Südpol um die Erde und heißen Meridiane; der Himmelsaequator wird Erdaequator. Die Gesichtslinien zu einem Parallelkreise des Himmels bilden einen Kegel mit der Spitze im Erdmittelpunkte, dessen Durchschnitt mit der Erdkugel den entsprechenden Parallelkreis der Erde bestimmt. Somit erhalten wir (Fig. 7.) für

die Himmelsaxe NS die Erdaxe ns,
den Himmelsaequator AQ den Erdaequator aq,
den Himmelsparallelkreis PL den Erdparallelkreis pl,
den Declinationskreis NDS den Meridian nds.

Suchen wir uns nun vermittelst der genannten Linien auf der Erde zu orientiren.

Der Abstand eines Ortes vom Aequator heißt die Breite dieses Ortes; sie entspricht also der Declination des Zenithes des Ortes am Himmel; sie wird gerechnet von 0 bis 90° und kann nördlich (+) und südlich (−) sein. Da alle Punkte in demselben Breitekreise gleiche Breite haben, so muß zur genauen Bestimmung eines Ortes noch sein Meridian gegeben sein, zu welchem Ende einer von allen Meridianen als erster oder Ausgangspunkt der Zählung gelten muß. Als solchen nahm man seit Ludwig XIII. denjenigen an, der über Ferro geht (die Grenze der alten und neuen Welt), doch kann man beliebig auch den Meridian irgend eines andern Ortes als ersten betrachten. So rechnen die Franzosen von Paris 20° östlich von Ferro, die Engländer von Greenwich 17° 39′ 36″ östlich von Ferro, Nordamerika von Washington 59° 2′ 35″ westlich von Ferro. Der Winkel nun, den der Meridian eines beliebigen Ortes mit dem als ersten angenommenen bildet, oder der Bogen auf dem Aequator zwischen dem ersten Meridian und dem des Ortes, heißt die Länge dieses Ortes; sie wird gerechnet von 0 bis 180° und ist, da jeder Meridian die Erde für seinen Ort in eine östliche und westliche Halbkugel theilt, entweder östlich oder westlich. Ist (Fig. 8) der größte Kreis

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

die Himmelskugel und der concentrische kleine die Erdkugel, AE der Himmelsaequator und P der Himmels-Nordpol, so ist ae der Erdaequator, p der Nordpol und für B die Breite Be. Diese läßt sich auf der Erde nicht gut messen; sehr leicht jedoch am Himmel. Be entspricht dem Bogen LE. Bedeutet nun HO den Horizont von B, so ist sowohl PH + PZ = 90° als auch PZ + ZE = 90°, also PH = ZE d. h. die Erhebung des Nordpols über dem Horizont oder die Polhöhe ist gleich der geographischen Breite eines Ortes. Ebenso ist PZ = EO, d. h. die Zenithdistanz des Poles ist gleich der Aequatorhöhe.

Die Bestimmung der Polhöhe vermittelst der Culmination eines Circumpolarsternes wurde schon früher angegeben. Wird ein andrer Stern zur Ermittelung der Polhöhe benutzt, so hat man von seiner Höhe zur Zeit der Culmination (die genaue Bestimmung des Meridians wird später angegeben) die bekannte Declination abzuziehen; die Differenz ist alsdann die Aequatorhöhe und ihr Complement die gesuchte Polhöhe. Sie ist also auch gleich dem Complement der Sonnenhöhe zur Zeit ihrer Culmination bei Frühlingsanfang. *)

Zur Bestimmung der Länge dient am besten eine sehr regelmäßig und gutgehende Uhr (Chronometer). Stellt man sie in dem ersten Meridian bei der Culmination der Sonne genau auf 12 Uhr und begibt sich alsdann mit ihr nach einem beliebigen andern Orte, so geht die Uhr für jeden Grad östlich 4 Minuten zu spät, und für jeden Grad westlich um 4 Minuten zu früh. Umgekehrt kann man daher aus der Anzahl Minuten, welche die Uhr bei der Culmination der Sonne an irgend einem andern Orte zu spät oder zu früh geht, auf die Länge dieses Ortes schließen. Wäre die Uhr z. B. in Ferro gestellt, so ginge sie in Paris 80 Minuten zu spät, daher Paris 80 : 4 = 20° östlich von Ferro. Es leuchtet ein, daß man die Uhr anstatt nach Ferro nach jedem andern Orte stellen kann, dessen Länge genau bekannt ist und daß es vorzuziehen ist, wenn die Uhr von 0 bis 24 Uhr, anstatt von 0 bis 12 Uhr zeigt. Anstatt ferner dieselbe Uhr nach verschiedenen Orten zu bringen, beobachtet man eine für mehrere Orte zugleich eintretende Himmelserscheinung, etwa Mondfinsterniß, Verfinsterung der Jupitertrabanten oder Fixsternbedeckungen durch den Mond und ähnliche nach Uhren, welche für jeden Ort richtig nach der Culmination der Sonne eingestellt sind. Die Zeitdifferenz der Uhren beim Anfange der Erscheinung gibt alsdann sehr leicht den Längenunterschied der einzelnen Orte. **)

Die Bewohner desselben Breitegrades haben gleiche Tageslänge (und gleiche Jahreszeiten); wohnen sie an entgegengesetzten Punkten desselben Parallelkreises, so heißen sie Nebenwohner περίοικοι perioeci) und haben entgegengesetzte Tageszeiten, während die Bewohner desselben Meridians gleiche Tageszeiten haben; befinden sich letztere außerdem auf dem entsprechenden Parallelkreise, so haben sie entgegengesetzte Jahreszeiten. Die Gegenfüßler oder Antipoden (ἀντίποδες) wohnen am entgegengesetzten Punkte der Erde, haben also gleiche, aber entgegengesetzte Breiten und um 180° verschiedene Längen, Jahres- und Tageszeiten sind bei ihnen den unsrigen entgegengesetzt.

---

*) Zur annähernden Bestimmung der Höhe kann ein Höheninstrument dienen, das man sich leicht selbst anfertigen kann. BADC (Fig. 9) ist ein festes, trocknes Brettchen, ∢ ABC = 1 R; ADC der von 5 zu 5° eingetheilte Kreisrand. BC Sehröhre, (statt dessen auch 2 fein durchbohrte Scheibchen in B und C). Ist CO horizontal, das kleine Loth BE ⊥ CO, so ist ∢ α = ∢ α', der auf dem Rande von A bis E abgelesen werden kann. Bei Beobachtung irdischer Gegenstände ist SO = OC tang. α. OC muß also gegeben und schließlich die Höhe des Augenpunktes zu OS hinzugefügt werden.

**) Ist die Länge und Breite zweier Orte bekannt, so ist ihr Bogenabstand auf der Erde oder ihre Entfernung von einander nach einer einfachen Formel der sphärischen Trigonometrie leicht zu berechnen.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Die Größe der Parallelkreise nimmt mit zunehmender Breite ab. Ist (Fig. 10.) r der Radius des Aequators, r′ der Radius des Parallelkreises, φ' die Breite, so ist $r' = r \cos \varphi'$. Ebenso ist für einen andern Punkt $r'' = r \cos. \varphi''$, daher $r' : r'' = \cos. \varphi' : \cos. \varphi''$, d. h. die Radien, (also auch die Umfänge und Länge der einzelnen Grade) zweier Parallelkreise verhalten sich wie die cos. ihrer Breite.

Hiernach ist auch die Länge des Tagebogens der Sonne für jede Stellung derselben annähernd leicht zu berechnen. Ist HO (Fig. 11) der Horizont, φ die Polhöhe, also auch die Breite des Ortes, AE der Aequator, S die Sonne, deren Declination δ, so ist SS′ der Durchmesser des Parallelkreises, den die Sonne beschreibt und der hierüber beschriebene Halbkreis S′TS der Parallelkreis selbst, ST der halbe Tagebogen, S′T der halbe Nachtbogen.

Nun ist $UT = US = r \cos. \delta$, oder für $r = 1$

$$UT = \cos. \delta;\ UB = \sin. \delta$$

$$UR = UB \text{ tang. } \varphi = \sin. \delta \text{ tang. } \varphi$$

folglich $\cos. S'UT = \frac{RU}{UT} = \frac{\sin. \delta \text{ tang. } \varphi}{\cos. \delta} = \text{tang. } \delta \text{ tang. } \varphi$

Daher $\cos. SUT = -\text{ tang. } \delta \text{ tang. } \varphi$.

Hierdurch ist die Länge des Tagebogens, also auch durch Uebertragung des Bogens in Zeit die Tageslänge, und somit auch die Zeit des Auf- und Unterganges der Sonne gegeben.

Da die Sonne stets nur die Hälfte der Erdkugel bescheint, so muß, wenn die Sonne südlich vom Aequator steht, der Nordpol beständig in Nacht gehüllt und der Südpol fortwährend beleuchtet sein. Der Kreis nun, der beim südlichsten Stande der Sonne die Grenze der Beleuchtung am Nordpol angibt, heißt der nördliche Polarkreis. Ihm entspricht ein südlicher Polarkreis auf der südlichen Halbkugel. Es ergibt sich leicht, daß die Polarkreise ebenso weit vom Pole abstehen, wie die Wendekreise vom Aequator.

Darstellung der Erde mit den angegebenen Linien auf Kugeln und Karten.

Eine künstliche Erdkugel wird aus mehreren Segmenten, etwa 12 oder 18 hergestellt. NCSD (Fig. 12) sei ein solcher Streifen; NS ist der halbe Umfang der Kugel und erstreckt sich vom Nordpol zum Südpol, ist also gleich $r\pi$. Wird die Kugel für 12 Segmente berechnet, so ist $CD = \frac{1}{6} r\pi = \frac{1}{6} NS$. Zu bestimmen bleibt noch der Radius des Bogens NCS. Vervollständigt man den Kreis und zieht NA senkrecht auf den Radius OC, so ist

$$AN^2 = AC.AG, \text{ oder da } AN = 6\ AC, \text{ für } AC = p,$$

$$36p^2 = p\ AG; \text{ daher}$$

$$AG = 36p \text{ und } GC = 37p,$$

somit der gesuchte Radius $r = 18\frac{1}{2}\ p = 9\frac{1}{4}$ CD. Für größere Globen wähle man 18 Streifen; die Pole decke man mit kleinen Scheibchen. Nimmt man die Stücke von dickem Papier, Pappe, feuchtet sie an und heftet sie einige Zeit auf eine Kugel, so kann man sie, wenn man sie später abnimmt, leicht an einander fügen, mit Leim 2c. überziehen, und sich so einen Globus bilden, auf dem man alsdann die Meridiane und Parallelkreise beschreibt. *)

*) Sollen die Segmente jedoch vor dem Aufkleben bedruckt werden, so ist das Zerren des Streifens beim Aufziehen und die Ausdehnung des Papiers durch die Anfeuchtung mit in Rechnung zu ziehen, wodurch die Construction der Zeichnung bedeutend erschwert wird.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Die Aufgabe, eine Kugel mit dem Gradnetze in einer Ebene darzustellen, gehört zwar der Projectionslehre an, doch mögen die einfachsten Constructionen hier Stelle finden.

Zunächst ist der Augenpunkt zu wählen, von dem aus man die Kugel projiciren will. Nimmt man diesen unendlich weit von der Erde an, etwa einen Fixstern, so daß alle Gesichtslinien die Erde parallel treffen, so erhält man die orthographische Projection. Will man dagegen die eine Halbkugel vom Gegenpunkte der andern Halbkugel aus construiren, so ist dieses die stereographische Projection. Denkt man sich die Erde endlich von einem Würfel umgeben und projicirt die Oberfläche derselben vom Mittelpunkte aus auf die entsprechende Seite des Würfels, so entsteht die Centralprojection. Alle drei heißen auch perspectivische Projectionen. Liegt dabei der Augenpunkt in der Verlängerung der Erdaxe, bildet also der Pol die Mitte, und der Aequator den Schluß der Zeichnung, so ist dies eine Polarprojection, während bei der Aequatorialprojection der Augenpunkt in der Verlängerung eines Radius des Aequators liegt, somit ein Punkt des letzteren in der Mitte und ein Meridian am Rande der Zeichnung erscheint. Die erste Art gibt eine Darstellung der nördlichen und südlichen Halbkugel, die letztere zeigt uns eine östliche und westliche Erdhälfte.

1. Orthographische Polarprojection. Da die Parallelkreise hierbei der Projectionsfläche parallel sind und die Meridiane von einem Punkte ihrer Ebene aus betrachtet werden, so erscheinen erstere als Kreise, letztere als gerade Linien. Um jene zu erhalten, betrachten wir (Fig. 13) den von 15 zu 15° eingetheilten Aequator APQ als Meridian, und AQ als Durchmesser des Aequators; dann sind die Linien 15,15 — 30,30 ꝛc. die Durchmesser der Parallelkreise von 15 zu 15 Grad. Fällt man daher von den Theilpunkten des Meridians Senkrechte auf den Aequator, so sind die Linien 1,1 — 2,2 — 3,3 ꝛc. die Durchmesser der gesuchten Kreise, wovon jeder gleich $2r \cos. \varphi$ ist, wenn φ die zugehörige Breite bedeutet. Einfacher erhält man die Punkte 1, 2, 3, 4 ꝛc. als Durchschnittspunkte der Verbindungslinien der entsprechenden Breitepunkte des Meridians mit dem Durchmesser des Aequators. Um die Meridiane zu erhalten, haben wir nur die Projection des Poles nämlich 0, mit den Theilpunkten des Aequators APQ zu verbinden. Bei Ausführung der Projection sehen wir, daß die Punkte der Erdoberfläche in der Nähe des Poles ungefähr ihre richtige Lage beibehalten, während die Gegenden in der Nähe des Aequators sehr stark in einandergeschoben und gedrückt erscheinen.

2. Orthographische Aequatorialprojection. Hierbei erscheinen wegen des unendlich weiten Abstandes des Gesichtspunktes die Parallelkreise als gerade Linien, während die Meridiane wegen ihrer schiefen Neigung zur Projectionsebene zu Ellipsen werden, deren große Axe gleich dem Durchmesser der Kugel und deren kleine Axe gleich dem sinus des Neigungswinkels ist, den der Meridian mit dem als gerade Linie erscheinenden Mittelpunktsmeridiane bildet. Ist (Fig. 14) APQS der von 15 zu 15° eingetheilte Grenzmeridian, PS der auf ihm senkrechte Mittelpunktsmeridian, AQ der Aequator, so findet man die Parallelkreise, indem man die entsprechenden Theilpunkte 15,15 — 30,30 ꝛc. mit einander verbindet. Die halben Sehnen sind zugleich die sinus der vorhin genannten Neigungswinkel, also kleine Axen der Meridianellipsen, und geben daher, auf den Aequator übertragen, den Durchschnitt der Ellipsen mit dem Aequator. Um die Durchschnittspunkte mit den Parallelkreisen zu finden, hat man deren Projection übereinstimmend mit AO zu theilen, resp. die Ordinaten 15,e — 30,d — 45,c ꝛc. entsprechend der Ordinate AO zu verkürzen. Hierzu dient (Fig. 15) das gleichseitige Hülfsdreieck DBC, dessen Seiten gleich AO (Fig. 14) und übereinstimmend mit AO getheilt sind, also Bf = 0,1 = CF; Bg = 0,2 = CG ꝛc.; durch f, g, h, i, k sind die

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Parallelen fl, gm ꝛc. gezogen. Daher fl = fB, gm = gB ꝛc. Da nun außerdem 01, = 75a, 02 = 60b, 03 = 45c ꝛc. ist, so ist auch fl = 75a, gm = 60 b, hn = 45c ꝛc. Ist daher DC wie AO getheilt, so stehen die Abschnitte der Parallelen fl, mg ꝛc. in demselben Verhältnisse zu einander, wie die der Grundlinie. Man hat nunmehr nur noch die Theilung von kp, io, hn ꝛc. auf e15, d30, c45 zu übertragen und durch die entsprechenden Punkte aus freier Hand oder mit Hülfe des Curvenlineals einen Bogen zu legen.

3. Bei der stereographischen Polarprojection bilden die Parallelkreise wieder Kreise und die Meridiane gerade Linien. Will man (Fig. 16) die nördliche Halbkugel APQ darstellen, so visire man vom Südpol zu den Theilpunkten 15, 30, 45 ꝛc. des Meridians der nördlichen Halbkugel; die Durchschnittspunkte der Visirlinien mit dem Durchmesser des Aequators a, b, c, d ꝛc bilden die Endpunkte der Durchmesser der entsprechenden Parallelkreise. Die Meridiane gehen als gerade Linien vom Pol O zu den Theilpunkten 15, 30, 45 des Randkreises (Aequators).

4. Stereographische Aequatorialprojection. Der Augenpunktsmeridian und der Aequator erscheinen als gerade Linien, alle andern Kreise wiederum als solche. Ist nämlich (Fig. 17), A der Augenpunkt, die Projectionsebene über BC, der Meridian über ME senkrecht auf der Ebene des Papiers, so ist, wenn man AE bis zum Durchschnitt D mit der verlängerten BC verlängert. $\sphericalangle\, \alpha = \alpha'$ (da MO = OD) und $\alpha' = \alpha''$, (da $\sphericalangle$ A = 1 R als Winkel im Halbkreise und AO $\perp$ BD ist); somit sind ME und JD antiparallel. Würde man den über ME beschriebenen Kreis auf eine parallele Ebene, etwa auf die über FG senkrechte (wenn FG $\parallel$ ME) projiciren, so würde wieder ein Kreis entstehen. Der Durchschnitt dieses Kreises mit der Ebene über BC ist sowohl Sehne des Kreises über FG, als auch Sehne der Projectionscurve über JD und steht in H senkrecht auf der Ebene des Papiers. Nennt man daher die halbe Sehne X, so ist X^2 = FH.HG. Da aber FH.HG = JH.HD ($\triangle$ FHJ $\sim$ DHG), so ist auch JH.HD = X^2, somit liegt der Endpunkt von X in der Peripherie eines über JD beschriebenen Kreises, weil die angeführte Gleichung nur beim Kreise sich findet. Da aber diese Gleichung nicht allein für den Punkt H, sondern für jeden Punkt der Linie JD gilt, je nachdem man FG $\parallel$ ME zieht, so muß auch die über JD entstehende Curve ein Kreis sein, dessen Radius ϱ für jeden Meridian leicht zu ermitteln ist. Bezeichnet man nämlich den Abstand des zu projicirenden Meridians ME vom Mittelpunkts-Meridian OA, oder Bogen AE mit λ (Differenz der Längen der beiden Meridiane), so ist

$$JO = r \text{ tang. } \frac{\lambda}{2};\ OD = r \text{ cotang. } \frac{\lambda}{2},$$

$$\text{folglich } \varrho = \frac{1}{2}\,(JO + OD) = \frac{r}{2}\left(\text{tang. } \frac{\lambda}{2} + \text{cotang. } \frac{\lambda}{2}\right) = \frac{r}{\sin.\lambda}.$$

Eine ähnliche Betrachtung zeigt, daß auch die Projectionen der Parallelkreise wieder Kreise sind. Der über PL (Fig. 18) auf der Fläche des Papiers senkrechte Parallelkreis soll auf eine über ME senkrechte Ebene von A aus projicirt werden. Verlängert man AL bis zum Durchschnitt D mit der ME, so ist, wenn LK $\parallel$ DM, $\sphericalangle$ D = $\sphericalangle\, \alpha = \sphericalangle\, \alpha' = \sphericalangle$ P, somit PL und FD antiparallel, daher die Projection des Parallelkreises ein Kreis, dessen Radius

$$\varrho = \frac{1}{2}\,FD = \frac{1}{2}\,(FG + GD) = \frac{1}{2}\,(r \cos.\varphi \text{ tang. } \frac{1}{2}\,\varphi + r \cos.\varphi \text{ cotg. } \frac{1}{2}\,\varphi)$$

$= r \text{ cotang } \varphi$ ist, wenn φ die Breite von PL bedeutet.

Um nun die stereographische Aequatorialprojection wirklich herzustellen, construire man (Fig. 19), zunächst die Durchschnitte der Parallelkreise mit PS, nämlich a b c ꝛc., sowie die der Meridiane

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

mit AQ, nämlich f, g, h ꝛc., auf die in 3 angegebene Weise. Da die Mittelpunkte sämmtlicher Meridiankreise durch PkS, Pi S ꝛc. in AQ liegen, so hat man nur im Mittelpunkt der (Sehnen) Sk, Si, Sh Senkrechte zu errichten, deren Durchschnitt mit AQ die gesuchten Mittelpunkte liefert.*)

Die Mittelpunkte aller Parallelkreise liegen in PS; da man außerdem für jeden Kreis eine Sehne kennt, nämlich am, be, co ꝛc., so ist sein Mittelpunkt durch die betreffende Senkrechte leicht zu ermitteln.

5. Orthographische Horizontalprojection. (Fig. 20.) NWSO ist der Horizont; Z dessen Mittelpunkt, das Zenith; die gerade Linie NZS der Meridian des Ortes; alle andern Kreise werden zu Ellipsen. Da die Parallelkreise den Meridian in gleichen Abständen schneiden, so wird durch die Projection der Schneidepunkte die Linie ZN und ZS in 75, 90, 75, 60 (von oben) gerade so geschnitten, wie OP in der orthograph. Polarprojeetion (1.) Daher erscheint, wenn der Ort, für den die Horizontalprojection entworfen wird, etwa auf dem 30. Grad der Breite liegt, der Pol in P. Ist WO ⊥ NS und denkt man sich auf dem Horizont senkrechte Ebenen, parallel NS, welche die Parallelkreise tangiren, so wird ZW und ZO durch diese gerade so, wie ZN und ZS getheilt und aa′, bb′, cc′ ꝛc. sind der Reihe nach die großen Axen der Ellipsen der Parallelkreise. Die Ellipse des Meridians, der auf dem Ortsmeridian senkrecht steht, hat zur großen Axe WO, zur halben kleinen ZP. Theilt man diese (vermittelst des Hülfsdreiecks in 2) nach dem Verhältniß der Theile von ZW in den Punkten 1, 2, 3, 4, 5 und zieht durch diese die Abscissen parallel WO, und durch a, b, c, d, e die Ordinaten parallel NS, welche die ersteren in g, h, i, k, l schneiden, so sind nunmehr der Lage und Größe nach 1,g, — 2,h, — 3,i, — 4,k, — 5,l, die halben großen Axen der Parallelkreis-Ellipsen, während die zugehörigen halben kleinen Axen 1,75 — 2,60 — 3,45 ꝛc. sind. Construirt man alsdann für jede einzelne Ellipse die Durchschnittspunkte mit den Meridianen, entsprechend den Punkten g, h, i ꝛc. der Ellipse durch WPO, so ist auch jede Meridian-Ellipse dadurch bestimmt.

6. Die stereographische Horizontalprojection, (welche allein von allen perspectivischen Projectionen die Darstellung eines größern Theiles der Erde als die Halbkugel in der Ebene zuläßt), zeigt alle vorkommenden Linien wiederum als Kreise, ist daher ziemlich einfach. Wir übergehen sie, sowie die Centralprojectionen und erwähnen nur noch

7. Die Mercator-Projection, (von ihrem Erfinder, dem holländischen Geographen Gerhard Mercator 1550 so benannt), welche lediglich bei Seekarten Anwendung findet, und daher auch wohl Seekarten-Projection genannt wird. Sie projicirt die Erdoberfläche vom Mittelpunkte aus auf den Mantel eines sie ringsum tangirenden Cylinders, der alsdann in eine Ebene aufgewickelt gedacht wird. Meridiane und Parallelkreise erscheinen hierbei als ein Netz sich rechtwinklig durchschneidender gerader Linien. Der kürzeste Weg von einem Punkte der Erde zum andern ist der Bogen eines größten Kreises; wollte der Schiffer diesen jedoch verfolgen, so müßte er mit der Aenderung der Compaßrichtung auch fortwährend den Curs seines Schiffes verändern. Um dieses zu vermeiden, beschreibt er lieber einen etwas längeren Weg, und wählt diesen so, daß das Schiff die verschiedenen Meridiane stets unter demselben Winkel schneidet, wodurch die Compaßrichtung unverändert bleibt (loxodromische Linie). Da nun bei Mercator-Projection die Meridiane parallele gerade

---

* Die Construction dieser Senkrechten wird dadurch vereinfacht, daß man um den gemeinschaftlichen Endpunkt S nur einmal einen Kreis zu beschreiben hat.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Linien bilden, so wird hierbei die loxodromische Linie zu einer geraden gestreckt, und gestattet somit dem Schiffer, geradenwegs auf sein Ziel hinzusteuern. Beim Entwurf dieser Projection ist darauf zu achten, daß das Verhältniß zwischen der Länge eines Meridiangrades und eines Parallelkreisgrades dem auf der Erdkugel entsprechend bleibe. Während nun auf dieser der Meridiangrad ziemlich constant ist, dagegen die Länge eines Breitekreisgrades um den cosinus der Breite vermindert wird, behält letzterer bei Mercator-Projection überall dieselbe Länge, wächst also von der verminderten Größe auf der Kugel zur Größe eines Aequatorgrades; somit muß, da das Verhältniß sich nicht ändern soll, auch der Meridiangrad zunehmen, so daß das Verhältniß von letzterem zu ersterem gleich 1 : cos. φ bleibt.*)

---

*) Ist y die Breite auf der Projection und φ die Breite auf der Erde, so ist $\frac{dy}{d\varphi} = \frac{1}{\cos.\varphi}$ folglich

$$y = \int \frac{d\varphi}{\sin. R + \varphi} = \int \frac{d\varphi}{2 \sin. \frac{R+\varphi}{2} \cos. \frac{R+\varphi}{2}}$$

$$= \int \frac{d\frac{R+\varphi}{2} \Big/ \cos. \frac{R+\varphi}{2}}{\sin. \frac{R+\varphi}{2}} = \int \frac{d\frac{R+\varphi}{2} \Big/ \cos.^2 \frac{R+\varphi}{2}}{\tang. \frac{R+\varphi}{2}}$$

$$= \int \frac{d \tang. \frac{R+\varphi}{2}}{\tang. \frac{R+\varphi}{2}} = l. \tang. \frac{R+\varphi}{2} \text{ oder}$$

auf die dekadischen Logarithmen übertragen, da $lx = 1.10 \log. x$ ist,

$$y = 2{,}3025851 \log. \tang. \frac{R+\varphi}{2} \text{ oder}$$

da $\pi = 180^0$, also $0{,}01745 = 1^0$ ist.

$$y = \left(131{,}92840 \log. \tang. \frac{R+\varphi}{2}\right)^0$$

Dies gibt für φ =	y =
0°	0
10°	10,050
20°	20,418
30°	31,018
40°	43,708
50°	57,908
60°	75,456
70°	99,430
80°	139,59
85°	179,42
90°	∞

Um daher eine Weltkarte in Mercators-Projection zu construiren, trage man auf einer als Aequator dienenden geraden Linie 360 Längeneinheiten ab, errichte in den Theilpunkten etwa von 10 zu 10° Senkrechte, und ziehe hierdurch als Breitenkreise von 10 zu 10° im Abstande der zugehörigen y Parallelen zum Aequator. (Fig. 21.)

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Größe der Erde.

Da wir die Erde als Kugel kennen gelernt haben, so genügt zur Bestimmung ihrer Größe der Radius, oder, weil wir diesen nicht direct messen können, die Länge des Umfanges, resp. eines bestimmten Theiles desselben, also etwa eines Grades. Je größer das Bogenstück ist, das direct gemessen wird, um so genauer ist natürlich die Rechnung, weil der Meßfehler, der sich etwa bei einem Bogen von 1° eingeschlichen hat, bei der Berechnung des ganzen Umfanges (360°) 360 mal größer erscheint. Um die Zahl der Grade eines bestimmten Bogens zu ermitteln, bestimmt man das Zenith des Anfangs- und Endpunktes und mißt ihren Abstand am Himmel; dieses ist Sache des Astronomen.*) Es erübrigt alsdann noch, die Messung des abgegrenzten Bogens vorzunehmen, eine Arbeit, die durch die Ungunst des Terrains, durch Berg und Thal, Wasser, Sumpf und Wälder oftmals sehr erschwert, aber dennoch bereits verschiedentlich ausgeführt worden ist. Daß man hierbei jedoch nicht direct abmessen kann, leuchtet ein; man bedient sich vielmehr zur Ermittlung der Entfernung der beiden Endpunkte der vom Holländer Snellius zuerst angewandten Triangulationsmethode. Ist nämlich von einem System mehrerer mit je einer Seite aneinanderstoßenden Dreiecke nur 1 Seite und jeder vorkommende Winkel bekannt, so lassen sich alle übrigen Seiten berechnen. Es sei z. B. (Fig. 22) HA = a und alle Winkel gegeben, so ist, da

$$x : a = \sin.\beta : \sin.\alpha,$$

$$x = \frac{a \sin.\beta}{\sin.\alpha}; \text{ ebenso}$$

$$y = \frac{a \sin.\gamma}{\sin.\alpha}$$

$$z = y \frac{\sin.\delta}{\sin.\eta} = \frac{a \sin.\gamma \sin.\delta}{\sin.\alpha \sin.\eta}$$

$$u = y \frac{\sin.\varepsilon}{\sin.\eta} = \frac{a \sin.\gamma \sin.\varepsilon}{\sin.\alpha \sin.\eta}$$

$$w = u \frac{\sin.\varkappa}{\sin.\mu} = \frac{a \sin.\gamma \sin.\varepsilon \sin.\varkappa}{\sin.\alpha \sin.\eta \sin.\mu} \text{ ꝛc.}$$

Sind alle Seiten berechnet, so läßt sich AB bestimmen, wenn nur noch einer der Winkel gegeben ist, den die AB mit einer der anstoßenden Seiten bildet, etwa $\sphericalangle BAC = \omega$. Projicirt man die Seitenlinien des Netzes auf AB und zieht zugleich durch die Ecken, wo es nothwendig ist, Parallelen zu AB, so werden die einzelnen Stücke von AB nämlich AE, EF, FB in rechtwinklige Dreiecke gebracht und es ist

$$AE = x \cos.\omega$$

$$\sphericalangle ACG = R + \omega; \text{ daher } \sphericalangle GDC = 4R - (\alpha + \delta + \varkappa + R + \omega)$$

$$= 3R - (\alpha + \delta + \varkappa + \omega) = \vartheta,$$

$$\text{also } DG = EF = v \sin.\vartheta,$$

$$\sphericalangle GDC = R - \vartheta; \text{ daher } \sphericalangle FDB = R - \vartheta + \mu + \varrho + \sigma - R$$

$$= \alpha + \delta + \varkappa + \omega + \mu + \varrho + \sigma - 3R = \zeta$$

$$\text{also } FB = p \sin.\zeta.$$

*) Liegen die beiden Punkte auf demselben Meridian, so ist der zwischenliegende Bogen gleich der Differenz der Zenithdistanzen.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Die Anwendung dieser Methode auf die Gradmessung ergibt sich leicht. Sind A und B zwei Orte auf demselben Meridian, so bestimmt man zu beiden Seiten desselben die Punkte C, D, H, J, K so, daß man von A nach C und H, von H nach C und J, von J nach C und D u. s. w. visiren kann, wobei man die einzelnen Punkte durch gut sichtbare Kennzeichen markirt; alsdann mißt man HA mit der Meßkette, (was leicht geschehen kann, da man das Terrain für HA beliebig gewählt hat) und bestimmt sämmtliche Winkel. Da aber die Winkel eines sphärischen Dreiecks stets mehr als 2 Rechte betragen, so reducirt man vor der Rechnung die Winkel auf 2 Rechte, indem man den dritten Theil des Ueberschusses über 2 Rechte von jedem Winkel subtrahirt; man thut daher gut, die Punkte so zu wählen, daß die Winkel nicht zu sehr ungleich sind. Die Seiten der Dreiecke können bei dem großen Umfange der Erde als gerade Linien betrachtet werden. *)

Anders Celsius aus Upsala und der Akademiker Maupertuis führten eine derartige Messung in den Jahren 1736 und 37 in Finnland vom Berge Afwasaxa bei Tornea unter 65° 50′ 50″ n. Br. und 42° 53′ 30″ ö. L. bis Kittis 65° 48′ 30″ aus, und bestimmten die Länge der gemessenen Linie, welche nicht ganz einen Grad betrug, zu 54942,57 Toisen, woraus sich die Länge eines Meridiangrades zu 57437,9 Toisen ergab. Früher schon hatte Picard die Länge von 1° = 57060 Toisen, also etwas kleiner gefunden. Die merkwürdigste aller Gradmessungen fand 1792—1798 von Dünkirchen bis Barcelona und seit 1806 bis zur Insel Formentera im Mittelmeer durch die Astronomen de Lambre und Mechain und später durch Biot, Arago und Rodriguez statt; sie spannt einen Bogen von mehr als 12°. Hiernach berechnete man die Länge eines Erdquadranten, und nahm dessen 10000000ten Theil als Normalmaaß, Meter, an. Da der Quadrant 5130740 Toisen hatte, so ist also 1 Meter = 0,5130740 Toisen. Der deutsche Astronom Bessel in Königsberg wies jedoch einen Fehler nach, indem er die Rechnung revidirte und die Länge des Meridianes zu 40003295,2224 Meter, statt 40000000 Meter der Franzosen bestimmte. Indem man ähnliche Messungen an den verschiedensten Punkten der Erde mit den genauesten Instrumenten höchst sorgfältig anstellte, fand sich, daß die Grade von 50° an nach Norden nicht unbedeutend größer, der Bogen also gestreckter, dagegen südlich (Maximum bei 40°) die Grade kleiner, also gekrümmter waren. Die Erde ist somit nicht eine vollständige Kugel, sondern an den Polen etwas abgeplattet, ein sogenanntes Sphäroid (wie auch durch Pendelversuche bestätigt wurde); doch ist die Abweichung von der Kugelgestalt so gering, daß man für die gewöhnlichen Rechnungen die Erde immerhin als Kugel betrachten kann.

Da der Aequator in 5400 oder 1° in 15 gleiche Theile, sogenannte geographische Meilen getheilt wird, so ist eine geographische Meile gleich 7420,44 Meter = 22843,4 Pariser Fuß, gleich 23643,0 preußische Fuß. Hieraus ergibt sich der Halbmesser des Aequators $= \frac{4500}{2\pi} = 859{,}4366927$ Meilen = 3272077,14 Toisen. Da die halbe Polaraxe zu 856,565 Meilen = 3261139,53 Toisen berechnet ist, so ergibt sich als Abplattung $\left(\frac{a-b}{a}\right)$ die Größe $\frac{10937{,}81}{3272071{,}14} = \frac{1}{299{,}1528}$

Nimmt man den Aequator-Halbmesser als Radius der Kugel an, so wäre ihre Oberfläche $= 4\,r^2\pi =$ 9283010 Quadratmeilen, doch ist sie in der That etwas kleiner, nämlich 9261221 Quadratmeilen, welche Zahl man annähernd findet, wenn man als Radius der Kugel das arithmetische Mittel zwischen größtem und kleinstem Halbmesser annimmt.

---

*) 15 Meilen ist erst 1 Bogengrad und eine Linie von 15 Meilen kommt bei diesen Dreiecken wohl nicht vor.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Es möchte hier die Stelle sein, auch die Masse der Erde zu erwähnen. Zu ihrer Ermittlung dienen besonders zwei Wege, deren Princip hier kurz angegeben sei. Den ersten verdanken wir Bougner, doch wurde die Methode schon von Newton vorgeschlagen. Wirken auf einen Körper zwei anziehende Kräfte, welche ihrer Richtung und Größe nach durch a und b (Fig. 23) dargestellt seien, so schlägt der Körper einen mittleren Weg ein, der durch die Diagonale r des aus a und b construirten Parallelogramms angegeben ist. Aus den beiden Kräften und dem Winkel, den sie bilden, läßt sich die Diagonale, und umgekehrt aus der Diagonale, einer Kraft und dem eingeschlossenen Winkel die andere Kraft berechnen. Ein freifallender Körper fällt in senkrechter Richtung zur Erde; die Kraft, welche ihn zieht, ist das Resultat der Anziehungskräfte sämmtlicher Erdtheile. Befände sich aber neben dem fallenden Steine eine andere beträchtliche Masse, die ihn ebenfalls anzöge, so würde der Stein von der senkrechten Richtung des Falles abweichen und einen mittleren Weg einschlagen. Wäre die Nebenmasse und die Abweichung von der Senkrechten bekannt, so ließe sich daraus auf die Masse der Erde schließen. Nun stellte sich Maskelyne im Jahre 1774 mit einem Lothe neben den Shehallien (in Schottland), ein Gebirge, dessen Form und Gliederung eine ungefähre Angabe seiner Masse gestattet, und fand durch astronomische Messung, daß dieser Berg das Loth um 54″ von den Vertikalen ablenkte. Hiernach bestimmte er, wie vielmal demnach die Masse der Erde größer sein müsse als dieser Berg; aus der gefundenen Masse etwa 13½ Quadrillonen Pfund, und dem Inhalte der Erde berechnete er die mittlere Dichtigkeit derselben zu 4,56.

Cavendish verfolgte dasselbe Ziel auf einem ganz andern Wege mit einem ursprünglich von Mitchell ersonnenen Apparate. Die Schwingungen eines Pendels nämlich richten sich nach der Größe der anziehenden Kräfte. Umgekehrt läßt sich aus den verschiedenen Schwingungen ein und desselben Pendels und aus einer anziehenden Kraft die Größe der andern ermitteln. Indem nun Cavendish einen an einem feinen Silberfaden aufgehängten sehr leichten horizontalen Hebel, der gegen jeden Luftzug sehr sorgfältig geschützt war, durch die Anziehung einer großen Metallkugel in Bewegung setzte, die wegen der Torsion des Silberfadens in Oscillationen überging und mit diesen Bewegungen die Schwingungen eines entsprechenden Pendels in demselben Zeitraume verglich, bestimmte er ebenfalls die Masse der Erde im Vergleiche zur Masse der angewandten Kugel und fand daraus die Dichtigkeit des Erdkörpers = 5,48, nach Huttons Revision der Rechnung = 5,32, nach der von Eduard Schmidt 5,52, durch die Drehwege von Reich 5,41 (beste Zahl). Wenngleich nun die berechneten Dichtigkeiten wesentlich von einander abweichen, wie bei einem so feinen Gegenstande leicht erklärlich, so fand man doch so viel, daß die Dichtigkeit der Erde im Innern bedeutend zunehmen müsse, da die mittlere Dichtigkeit des continentalen Theiles der Erdoberfläche zu 2,7 und die der ganzen Erdoberfläche zu 1,6 angenommen wird.

Unterschied zwischen geographischer Breite und Polhöhe.

Mit der sphäroidischen Gestalt der Erde hängt die früher erwähnte Erscheinung zusammen, daß die Senkrechte zur Oberfläche nicht in den Durchschnittspunkt der beiden Axen (sogenannten Mittelpunkt) fällt, daß somit die geographische Breite von der Polhöhe etwas verschieden ist; doch läßt sich die eine aus der andern berechnen. Ist M (Figur 24) ein Punkt auf der Oberfläche des Sphäroids, AB Aequator, N Nordpol, so wird, da der Meridianbogen bei M weniger gekrümmt ist, als bei A, auch der Krümmungshalbmesser für M größer sein, als NB; die Senkrechte MF auf der Tangente DE durch M wird daher AB etwa in G schneiden. Fällt man von M die Senkrechte MH auf AB, so ist ∢ PMF gleich der Zenithdistanz des Poles, so mit ∢ PME = ∢ DMH = ∢ MGA die Polhöhe, während die geographische Breite doch gleich ∢ MBA ist. Letzterer Winkel heißt die verbesserte oder wahre Polhöhe, während ∢ MGA die astronomische Polhöhe genannt wird. Es sei ∢ MGA = φ u. ∢ MBA = φ' so ist

$$\text{tang. } \varphi' = \frac{MH}{HB} \text{ und tang. } \varphi = \frac{MH}{HG} = \frac{HK}{MH} \text{ folglich } \frac{\text{tang. } \varphi'}{\text{tang. } \varphi} = \frac{MH^2}{HB.HK.}$$

Beschreibt man nun mit AB um B einen Kreis, der die PH in L schneidet, so ist, wenn man AMN als Ellipse betrachtet, der Punkt M dem Punkte L entsprechend, somit geht auch die Kreistangente in L durch Punkt K, daher

$$HB.HK = HL^2$$

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Da aber MH:LH = NB:AB ist, so ist $\frac{\text{tang. } \varphi'}{\text{tang. } \varphi} = \frac{NB^2}{AB^2} = \frac{b^2}{a^2}$ wenn b und a die halbe kleine und große Axe bedeuten.

Daher $\text{tang. } \varphi' = \frac{b^2}{a^2} \text{ tang. } \varphi$.

Leicht läßt sich nun auch der Ortsradius BM bestimmen. Es ist

$$1 \ldots\ldots BM = \frac{HB}{\cos. \varphi'}$$

Da $\text{tang. } \varphi' = \frac{MH}{HB}$ und $\text{tang. } \varphi = \frac{HK}{MH}$ ist, so ist

$$\text{tang. } \varphi' \text{ tang. } \varphi = \frac{HK}{HB} = \frac{HK.HB}{HB^2} = \frac{HL^2}{HB^2}$$

Addirt man auf beiden Seiten 1, so erhält man

$$1 + \text{tang. } \varphi' \text{ tang. } \varphi = \frac{HL^2 + HB^2}{HB^2} = \frac{a^2}{HB^2}$$

Daher $2 \ldots HB = \frac{a}{\sqrt{1 + \text{tang. } \varphi' \text{ tang. } \varphi}}$ und dies in 1 gesetzt, gibt

$$BM = \frac{a}{\cos. \varphi' \sqrt{1 + \text{tang. } \varphi' \text{ tang. } \varphi}}$$

$$= a \sqrt{\frac{\cos. \varphi}{\cos. \varphi' \cos. (\varphi - \varphi')}}$$

Bewegung der Erde um ihre Axe.

Beim Anblick des Himmels scheint es uns, als ob sich der ganze Himmel mit allen Gestirnen täglich von Osten nach Westen um die Erde herumdrehe. Ist der kleinere Kreis (Fig. 25) die Erde, der größere der Himmel, und denken wir uns aufrecht in A mit dem Rücken nach M, so wird die Sonne in O bei einer Drehung des Himmels in der Richtung des angegebenen Pfeiles zu unserer Linken in D erscheinen, gegen Mittag in S vor uns stehen, und am Abend zur Rechten in C verschwinden, wenn CD der Horizont von A ist. Lassen wir aber den Himmel mit der Sonne in O ruhen, und sich nunmehr die Erde, aber in umgekehrter Richtung bewegen, (wie der Pfeil an der Erde angibt), so wird in A′ die Sonne uns zur Linken sichtbar, steht in A″ gerade vor uns, und verschwindet in A‴ zur Rechten. Es ist somit zur Erklärung der Himmelsbewegung einerlei, ob wir eine Bewegung des Himmels von O nach W, oder eine Drehung der Erde von W (Westen) nach O (Osten) annehmen; doch müssen wir uns nothwendig für die letzte Erklärung entscheiden, und zwar aus folgenden Gründen:

1) Wäre wirklich der Himmel ein zusammenhängendes Gewölbe, wie die Alten es sich dachten, so wäre eine Drehung desselben wohl möglich und denkbar. Nun aber schweben alle Himmelskörper in den verschiedensten Entfernungen im freien Raume; sie müßten also auch Wege von verschiedenster Größe, alle gleichmäßig in 24 Stunden, zum Theil mit ungeheurer Geschwindigkeit zurücklegen. Ist z. B. (Fig. 26) S ein Stern, der Kreis die Erde und Winkel BSO = 1′ (doch ist der Winkel in Wirklichkeit bedeutend kleiner), so ist SO = BO tang. BSO = 859,5 tang. 89° 59′ = 3954743 Meilen, daher der Weg des Sternes S bei seiner angenom-

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

menen Rotation in einer Sekunde $\frac{2r\pi}{24.60.60}$ also etwa 287 Meilen. Da aber der nächste Fixstern Million Mal weiter von der Erde entfernt ist als S, so erhielte man für diesen eine Geschwindigkeit, gegen welche die des Lichtes (42000 Meilen) oder die der Elektricität (60000 Meilen) verschwindend klein wäre. Es müßte außerdem die Sonne, welche 400 Mal weiter von der Erde absteht als der Mond, und diesen an Größe unendlich übertrifft, einer viel größeren Einwirkung der Erde unterliegen, als der Mond und dies ist nicht denkbar, und nach den Gravitationsgesetzen sogar unmöglich. Doch wenn wir auch hiervon absehen, so spricht schon die Art der Bewegung der Gestirne, welche in parallelen Kreisen um eine imaginäre Axe, also nicht in concentrischen Kreisen um einen Mittelpunkt erfolgt, gegen eine Bewegung des ganzen Himmels. Nehmen wir dagegen eine Rotation der Erde an, so erklärt sich alles sehr einfach, und es hat dabei ein Punkt am Aequator in der Sekunde nur 1500′ zurückzulegen $\left(\frac{5400}{24.60.60}\text{ Meilen.}\right)$

2. Auch die Abplattung der Erde beweist ihre Rotation. Setzt man eine Thonkugel auf einer Töpferscheibe in schnelle Bewegung, so nimmt sie allmälig die Gestalt eines Sphäroids an, indem sich der horizontale Durchmesser auf Kosten des verticalen vergrößert; dieselbe Erscheinung beobachtet man bei dem vom Plateau angegebenen Verfahren, wo man in einer Mischung von Wasser und Alkohol, deren specifisches Gewicht gleich dem des Olivenöls ist, einen Tropfen des letztern in schnelle Rotation versetzt. Da nun die Erde in ihrem ursprünglichen Zustande eine flüssige Kugel war, so müssen wir nothwendig, sofern wir eine Abplattung an den Polen wahrnehmen, auf eine Rotation der Erde schließen. Diese Abplattung aber ist vorhanden, wie sich einmal aus der bereits erwähnten Gradmessung, sodann aber aus Pendelversuchen an den verschiedensten Punkten der Erde ergibt. Was letztere anbelangt, so ist es ein Gesetz der Physik, daß dasselbe Pendel um so schneller schwingt, je kräftiger entweder der bewegende Körper ist, oder je mehr das Pendel bei ein und demselben anregenden Körper in seinen Wirkungsbereich gelangt, d. h., sich dem Mittelpunkte desselben, wo wir uns alle anziehenden Kräfte concentrirt denken, nähert. Da nun dasselbe Pendel in der Nähe des Poles schneller schwingt, als am Aequator, so muß der Pol sich näher dem Mittelpunkt der Erde befinden, d. h., die Erde muß abgeplattet sein.*)

3. Nach einem Gesetze der Physik (Trägheitsgesetz) behält ein jeder Körper seinen Zustand der Bewegung oder Ruhe bei, so lange keine andere Ursache ihn daran verhindert. Rotirt nun die Erde um ihre Axe, so müssen alle Körper auf der Oberfläche an dieser Bewegung theilnehmen und zwar wird ein

---

* Hierbei ist zu bemerken, daß die Zunahme der Schwere zu den Polen hin hauptsächlich durch die Rotation der Erde um ihre Axe und Abnahme der Schwungkraft zu den Polen hin bedingt ist. Da sich bei verschiedenen Kreisen die Schwungkräfte direct wie die Quadrate der Geschwindigkeiten und umgekehrt wie Krümmungsradien verhalten, so ist $v : v' = \frac{c^2}{r} : \frac{c'^2}{r'}$. Sind nun v und v′ die Schwungkräfte, c und c′ die Geschwindigkeiten, und r und r′ die Radien für irgend zwei Parallelkreise von der Breite φ und φ', so verhält sich:

$c : c' = \cos.\ \varphi : \cos.\ \varphi'$ ebenso auch
$r : r' = \cos.\ \varphi : \cos.\ \varphi'$, daher auch
$v : v' = \cos.\ \varphi : \cos.\ \varphi'$.

Die Schwungkraft nimmt also in höheren Breiten ab; außerdem aber kommt sie dort nicht zur vollen Geltung wie am Aequator. Hier nämlich ist sie der Schwere gerade entgegengesetzt, während auf einem Parallelkreise die Schwerkraft in der Richtung des Erdradius, die Schwungkraft dagegen in der Richtung des Radius des Parallelkreises wirkt; also trägt nur ein Theil von letzterer ($v \cos.\varphi$) zur Verminderung der Schwere bei, so daß, wenn w die Verminderung der Schwerkraft am Aequator bedeutet, $w \cos.^2 \varphi$ die entsprechende Verminderung auf einem Breitekreise ist. (Koppe's Physik § 39 ff.)

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Körper auf der Spitze eines sehr hohen Thurmes oder an der Oeffnung eines tiefen Schachtes eine verhältnißmäßig größere Geschwindigkeit besitzen, als ein Punkt am Fuße des Thurmes resp. am Grunde des Schachtes, da ersterer ja in derselben Zeit einen größeren Kreisbogen durchläuft, als letzterer. Ist dieses richtig, so muß ein Körper, den man von der Spitze des Thurmes herabfallen läßt, nicht genau den Fußpunkt der Senkrechten vom Fallpunkte herab treffen, sondern bei einer Drehung von Westen nach Osten etwas östlich abweichen. Versuche, welche Benzenberg im Michaelisthurm in Hamburg und in den Schlebuscher Kohlenbergwerken anstellte, bestätigten dieses Calcul, woraus man direct auf die Ursache, die Rotation der Erde, zurückschließen darf.

4. Foucault endlich führte den schlagendsten Beweis für die Rotation der Erde, indem er diese Drehung vor unseren Augen darstellte. Hätten wir einen Punkt, der an der Drehung der Erde nicht theilnimmt, so könnten wir von hier aus die Drehung der Erde beobachten. Am Himmel dürfen wir jedoch den Punkt nicht suchen, weil dann ja möglicher Weise die Drehung der Erde wieder auf Schein beruhen könnte. Es galt also einen Punkt auf der Erde zu finden, der in Ruhe bleibt, trotzdem die Erde mit allem, was darauf ist, sich dreht. Diese scheinbar unmögliche Aufgabe löste Foucault, indem er die Drehung der Erde an der unveränderlichen Schwingungsebene eines Pendels nachwies. Eine schwere Kugel an einem starken, ungedrehten seidenen Faden bildet ungefähr ein mathematisches Pendel. Läßt man dieses an einem hinreichend hohen und breiten Gerüste schwingen, etwa von Süd nach Nord, so kann man das ganze Gerüst beliebig schnell nach allen Himmelsrichtungen drehen, ohne daß dadurch die Schwingungsebene aus ihrer Nordrichtung gebracht würde; sie nimmt eben nicht Antheil an der Drehung. Ist das Gerüst auf der Erde befestigt, so nimmt es, falls die Erde sich dreht, natürlich an dieser Drehung Theil; bildeten wir selbst nun, etwa in einer nicht zu schwerfällig an einem Punkte befestigten Schaukel das Pendel, so wären wir in der That der Drehung der Erde entrückt, wir sähen die Umgebung ihre Lage gegen uns verändern, kurz, wir sähen die Erde rotiren. Bleiben wir dagegen bei dem Versuche auf der Erde stehen, so spüren wir natürlich die Drehung nicht und verharren scheinbar in Ruhe, während die Schwingungsebene sich allmälig zu drehen scheint. Ständen wir am Pol und ließen hier das Pendel über uns in unserer Richtung von vorn nach hinten schwingen, so würden wir uns, falls die Erde sich in 24 Stunden um ihre Axe dreht, in 6 Stunden um einen Rechten mitgedreht haben, sähen also dann das Pendel, das seine ursprüngliche Richtung beibehält, von rechts nach links, nach weitern 6 Stunden von hinten nach vorn u. s. w. schwingen, wodurch dann die vollständige Drehung in 24 Stunden unwiderleglich erwiesen wäre. Zum Pol aber können wir nicht gelangen. Stellt man nun den Versuch am Aequator an, so erhält man kein Resultat, denn alle Gegenstände rücken hier bei der Axendrehung parallel zu ihrer früheren Lage vorwärts, weßhalb eine Veränderung ihrer (Winkel-) Beziehung zur constanten Schwingungsebene nicht eintritt. Der Versuch auf irgend einem Breitenkreise muß also entscheiden; hier bildet die Gesichtslinie nach Norden bei der Drehung der Erde den Mantel eines Kegels, dessen Radius ϱ der Grundfläche gleich $r \cos. \varphi$ und dessen Seite s, Tangente an die Erdkugel, gleich $r \operatorname{cotg.} \varphi$ ist, wenn r den Radius der Erde und φ die Breite bedeutet. Wickeln wir diesen Kegenmantel ab, so bildet er einen Kreissector, dessen Inhalt gleich $2\,\varrho\,\pi.\,\frac{s}{2} = r^2\,\pi \cos. \varphi \operatorname{cotg.} \varphi$ ist. Vollenden wir diesen Kreissector zum vollständigen Kreise und zählt der Centriwinkel des Sectors α Grad, so ist der Inhalt des Sectors auch gleich $\frac{s^2\,\pi\,\alpha}{360}$. Daher die Gleichung

$$r^2\,\pi \cos. \varphi \operatorname{cotg.} \varphi = \frac{r^2 \operatorname{cotg.}^2 \varphi\,\pi.\,\alpha}{360}.$$

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

woraus sich $\alpha = 360^0 \sin. \varphi$ in 24 Stunden,
also in 1 Stunde $= 15^0 \sin. \varphi$ ergibt.

Da nun die Schwingungsebene ihrer ursprünglichen Richtung stets parallel bleibt, so entspricht dieser Winkel α dem Bogen, um welchen unsere Richtung durch die Rotation der Erde von der Ebene des Pendels abweicht; derselbe wächst also mit dem sinus der Breite. Die Ablenkung erfolgt natürlich im umgekehrten Sinne, wie die Schwingung der Erde, also nach Osten.

Versuche, welche zuerst Foucault im Jahre 1851 zu Paris anstellte, bestätigten vollkommen die Rechnung und bewiesen somit evident die Axendrehung der Erde.

Fig. 27 gibt die bildliche Darstellung des Vorganges. Während wir vom ersten Standpunkte in A allmälig nach b, c, d, e, f, R im Parallelkreise LR weiter rücken, bilden die Tangenten PA, Pb, Pc ꝛc. mit den parallelen Schwingungsrichtungen bg, ch, di ꝛc. die allmälig wachsenden Winkel gb 2, ch 3, id 4 ꝛc. Da wir aber von unserer Bewegung nichts wahrnehmen und beständig in A zu bleiben vermeinen, scheint es uns, als ob die Schwingungsebene um dieselben Winkel, nämlich 1 Ag', 1 Ah', 1 Ai' ꝛc. nach entgegengesetzter Richtung abweiche.

5. Die Erscheinung der Passatwinde liefert ebenfalls einen Beweis für die Axendrehung der Erde (Koppe § 234); doch gehen wir hierauf nicht näher ein und erwähnen nur noch

6. daß man auch bei den Planeten aus dem Wandern der Flecken an denselben eine Rotation, sowie eine entsprechende Abplattung beobachtet hat, woraus auf eine Rotation unserer Erde, die ja auch ein Planet ist, wohl geschlossen werden darf.

Bewegung der Erde um die Sonne.

Schon bei der Besprechung des Horizontes erwähnten wir, daß Sonne und Mond nicht stets an denselben Punkten des Horizontes auf- und untergehen. Namentlich zeigt eine genaue Beobachtung des Verhältnisses des Mondes zu den umgebenden Sternen, daß ersterer täglich seine Umgebung wechselt und am folgenden Tage zu derselben Stunde Sterngruppen erreicht, die Tags zuvor noch etwa 13 Grad oder 26 Vollmondsbreiten von ihm entfernt waren; *) ja die Beobachtung einer Stunde genügt, um uns dieses Fortschreiten des Mondes zwischen den Sternen von Westen nach Osten zu zeigen. Aehnliches findet bei der Sonne statt. Zwar können wir diese nicht in Bezug auf die umgebenden Sterne betrachten, weil sie deren Licht für uns ja auslöscht. Merken wir uns jedoch die Sterne, die zuerst nach dem Untergange der Sonne culminiren, und setzen wir diese Beobachtungen etwa acht Tage hindurch fort, so sehen wir, daß die ersten Sterne beim Untergang der Sonne nach acht Tagen den Meridian bereits um etwa 16 Mondbreiten überschritten haben, daß die Sonne ihnen also um 8° näher gerückt ist. Sterne, welche kurz nach Untergang der Sonne gerade aufgingen, werden nach acht Tagen um dieselbe Zeit bereits einen Tagesbogen von 8° beschrieben haben; kurz, wo wir auch die Sterne beobachten, überall zeigt es sich, daß die Sonne ihnen jeden Tag um einen Grad näher rückt, so daß sie in etwa 360 Tagen (1 Jahre) bei ihrer Wanderung alle Sterne überholt hat, und nach dieser Zeit sich wieder bei den ersten befindet. Die Sonne bewegt sich also zwischen den Gestirnen von Westen nach Osten, und zwar in einem größten Kreise, Ekliptik genannt, welcher mit dem Aequator einen Winkel von etwa $23^1/_2{}^0$ bildet. Dieser Winkel heißt die Schiefe der Ekliptik,

*) Mithin wird der Mond in etwa 27 Tagen (360 : 13) den ganzen Umkreis zurücklegen und nach dieser Zeit wieder dieselbe Sterngruppe erreichen; daher theilten die Indier die Mondbahn (Thierkreis) in 27 Mondhäuser, von denen der Mond jeden Tag ein anderes bewohnte.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

und ist gleich der halben Differenz der Sonnenhöhen zur Zeit ihrer Culmination in den Solstitialpunkten ($61\frac{1}{2}^0 - 14\frac{1}{2}^0$) : 2. Die Durchschnittspunkte von Aequator und Ekliptik liefern den Frühlings- und Herbstpunkt, oder die Aequinoctialpunkte; dieselben sind nicht unveränderlich, sondern rücken von Ost nach West jedes Jahr etwa 50",221 zurück, werden also, da 360.60.60 = 1296000" zurückzulegen sind, in etwa 25868 Jahren, (welcher Zeitraum das große platonische Jahr genannt wird), um die ganze Ekliptik herumgewandert sein. Diese Erscheinung, welche übrigens bei allen Planeten-Bahnen beobachtet wird, heißt die Präzession der Nachtgleichen, und wird erklärt durch die Einwirkung der Gravitation auf die Erde und das durch die Abplattung derselben an den Polen auf dem Aequator hervorgerufene Uebergewicht, welches zusammen ein Schwanken der Axe bedingt und bewirkt, daß sich diese um die Axe der Ekliptik unter einem Winkel von $23\frac{1}{2}$ herumdreht, so daß also in etwa 25900 Jahren der Weltpol einen Kreis von $23\frac{1}{2}^0$ Radius um den Pol der Ekliptik beschrieben haben wird.

Schon in den ältesten Zeiten theilte man die Ekliptik in 12 Sternbilder, deren Namen folgende sind: Widder ♈, Stier ♉, Zwillinge ♊, Krebs ♋, Löwe ♌, Jungfrau ♍, Waage ♎, Skorpion ♏, Schütze ♐, Steinbock ♑, Wassermann ♒, Fische ♓.*) Jedes umfaßte also 30°. Der Frühlingspunkt fiel damals, vor etwa 2200 Jahren in das Sternbild des Widders, und so nannte man dieses das Zeichen des Frühlings, sowie den Krebs das Zeichen des Sommers, die Waage das Zeichen des Herbstes und den Steinbock das Zeichen des Winters. Diese Bezeichnung haben wir zwar beibehalten; da jedoch innerhalb dieser 2200 Jahre der Frühlingspunkt um volle 30°, also ein ganzes Sternbild zurückgewichen ist, so liegt jetzt das Zeichen des Widders (Frühlingszeichen) im Sternbild der Fische; man kann also auch sagen, das Sternbild der Fische ist in das Zeichen des Widders vorgerückt; ebenso liegt das Zeichen des Sommers im Sternbild der Zwillinge ꝛc Himmelszeichen und Sternbilder haben also wohl denselben Namen, sind aber nicht mit einander zu verwechseln, indem man jetzt unter dem Zeichen des Widders nur die ersten 30 Grad vom Frühlingspunkt nach Norden und unter jedem weitern Zeichen weitere 30° versteht. Die 6 ersten Zeichen sind Sommerzeichen und liegen nördlich über dem Aequator, die 6 andern sind Winterzeichen und liegen unter dem Aequator. (Fig. 28.) Auch die Schiefe der Ekliptik ist nicht immer constant, indem sie einmal in Perioden von 19 Jahren um ± 9,"6 schwankt, dann aber noch besonders jedes Jahr um etwa 0,"4758 sich ändert, wobei jedoch die Grenzen der Schwankungen nur etwa 6° von einander entfernt sind (von 21° bis 27°). Dieses Schwanken hängt mit der Präzession zusammen, und wird Nutation genannt.

Bezieht man die Lage eines Sternes auf die Ekliptik, so erscheint die Breite und Länge (wohl zu unterscheiden von Breite und Länge auf der Erde). Breite ist der Abstand von der Ekliptik, gemessen auf einem größten, zur Ekliptik senkrechten Kreise. Länge ist der Abstand des Fußpunktes dieses Kreises vom Frühlingspunkte. Die Breite der Sonne ist also stets 0, ihre Länge von 0 bis 360°. Die Grenzen des Thierkreises haben eine Breite von ± 9°; die eingeschlossene Zone heißt der Zodiakalkreis; in ihr bewegen sich sämmtliche Planeten. Wegen der festen Lage der Ekliptik wird die Rectascension und Declination gewöhnlich in Länge und Breite reducirt, was mit Hülfe der sphärischen Trigonometrie sehr einfach ist.

Wir sprachen bisher immer von der Bewegung der Sonne um die Erde; diese ist jedoch nur scheinbar, ebenso, wie die Bewegung des Himmels um die Weltaxe; nicht die Sonne dreht sich um die Erde, sondern die Erde um die Sonne. Schon die gewaltige Größe der Sonne gegen die Erde läßt eine Bewegung ersterer durch letztere füglich nicht zu, doch sprechen hierfür noch andere Gründe und zwar zunächst die Bewegung einzelner Sterne.

---

*) Sunt aries taurus gemini cancer leo virgo libraque scorpius arcitenens caper amphora pisces.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Nicht alle Sterne sind Fixsterne und behaupten beständig ihre gegenseitige Lage zu einander, sondern einige, die Planeten, verändern fortwährend ihre Stellung am Himmel, wobei ihre Bahn eine scheinbar regellose ist; denn bald nähern sie sich der Sonne, bald entfernen sie sich von ihr und zwar einmal nach Osten, das andere Mal nach Westen; zudem sind die Zeiten von einem Wechsel bis zum andern ungleich. Hierzu kommt noch, daß sie uns bald größer, bald kleiner erscheinen, bald als vollständiger Kreis, bald als Sichel, ähnlich wie der Mond. Alles dieses erklärt sich durchaus einfach, wenn wir eine Bewegung der Erde und der Planeten um die Sonne annehmen. Um dieses darzuthun, betrachten wir zunächst einen der untern Planeten (Merkur und Venus), d. h. einen Planeten, dessen Abstand von der Sonne kleiner ist, als der der Erde. Es sei also (Fig. 29) S die Sonne, der innerste Kreis die Bahn der Venus, der mittlere die der Erde, der äußere der Fixsternhimmel, auf den wir jede Stellung projiciren. Da die Venus in etwa $7\frac{1}{2}$ Monaten, die Erde aber in 12 Monaten einen Umlauf vollendet, so theilen wir der Anschaulichkeit halber die Bahn der ersteren in 10 Theile v_0, v_1, v_2, v_3 ꝛc., die der letzteren in 16 Theile e_0, e_1, e_2, e_3 (denn $7\frac{1}{2} : 12 = 10 : 16$), wobei die gleichen Marken die entsprechenden Stellungen der Sonne und Venus am Himmel nach je $22\frac{1}{2}$ Tagen von dem jedesmaligen Standorte der Erde aus gesehen, angeben. Bei Beginn der Beobachtung mögen s und v_0 in s_0 erscheinen (obere Conjunction) Venus ist unsichtbar, erscheint aber nach wenigen Tagen östlich von der Sonne, ist rechtläufig, geht später unter als diese (Abendstern), und ist nach den ersten $22\frac{1}{2}$ Tagen bereits um Bogen $v' s'$ von der Sonne entfernt. Dieser Bogen vergrößert sich in der zweiten Periode zu $v_2 s_2$, wächst fortwährend und erreicht etwa nach 9 Perioden sein Maximum als $v_9 s_9$, indem $e_9 v_9$ ungefähr Tangente an die Venusbahn ist (größte östliche Elongation 48°). Nun wird der Bogen immer kleiner, die Venus nähert sich der Sonne, ist rückläufig, erreicht sie im Anfange der 13. Periode (untere Conjunction) und steht bald darauf rechts oder westlich von der Sonne. Der Weg von der größten östlichen Entfernung, die erst in 6 bis 7 Monaten erreicht wurde, ist also in etwa 3 Monaten wieder zurückgelegt. die Venus geht eine Zeit lang mit der Sonne unter und auf, um sich später nach Westen hin von der Sonne wieder zu entfernen; sie geht eher unter, also auch eher wieder auf, d. h. sie ist Morgenstern. Setzt man die Zeichnung fort, so wird man sehen, daß die Venus bald ihre größte westliche Elongation erlangt, dagegen in längerer Zeit wieder zur Sonne zurückkehrt.

Zwischen der Stellung v_0 und v_1 erscheint die Venus, durch ein Fernrohr betrachtet, als hellglänzende Scheibe, da sie der Erde die von der Sonne beleuchtete Hälfte voll zuwendet, in v_9 als Hälfte, indem wir von der Erde in e_9 aus ebensowohl die helle als dunkle Hälfte, jede halb, wahrnehmen, dann als Sichel, um endlich in der Nähe der Sonne etwa 14 Tage lang ganz verdunkelt zu werden, da uns hier die der Sonne zugekehrte, also erleuchtete Hälfte ganz abgewandt ist. Endlich muß die Venus in v_0 uns wegen ihrer größeren Entfernung bedeutend kleiner erscheinen als in v_{12}, wo sie uns um den ganzen Durchmesser der Venusbahn (30 Millionen Meilen) näher steht.

Alle diese, durch die Fig. 29 erklärten Erscheinungen bemerken wir wirklich am Himmel, woraus wir schließen müssen, daß die Bewegung der Venus und Erde im Weltenraume gerade so vor sich geht, wie wir es hier verzeichnet. Wenn nun außerdem Erscheinungen, die man nach diesem System im Voraus berechnet hat, etwa der Durchgang der Venus durch die Sonne genau zu der berechneten Zeit und in der berechneten Weise vor sich gehen, so wird dadurch unsere Annahme zur vollen Gewißheit erhoben.

Die obern Planeten, die weiter von der Sonne entfernt sind, als die Erde, verhalten sich etwas anders; ihr Lauf möge durch Fig. 30 erläutert werden, die uns einen der obern Planeten, etwa den Jupiter bis zu i_6 rechtläufig, dann stillstehend, eine Zeit lang rückläufig und dann wieder rechtläufig zeigt; die Erklärung der Figur ist nach dem Vorstehenden einfach.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Einen zweiten Beweis für die Bewegung der Erde um die Sonne verdanken wir dem Scharfsinne Bradleys. Dieser berühmte englische Astronom versuchte eine Jahres-Parallaxe der Fixsterne zu bestimmen und richtete zu diesem Zwecke ein Fernrohr auf die Sterne des Zeniths; denn, dachte er, wenn auch die Fixsterne unendlich weit von uns entfernt sind, so muß doch bei dem gewaltigen Durchmesser der Erdbahn (40 Millionen Meilen) eine geringe Verrückung der Sterne für zwei entgegengesetzte Punkte der Erdbahn, (Jahresparallaxe), wahrnehmbar sein. Wenngleich nun seine Bemühungen in dieser Hinsicht zu keinem Resultate führten, so ergab sich doch daraus ein neuer Beweis für die Bewegung der Erde. Er bemerkte nämlich, daß zwar die Sterne um einen Bogen von 20,"4451 von ihrer Stelle rückten, aber nicht in der erwarteten Richtung der Parallaxe, sondern in einer andern, zu dieser senkrechten, die mit der jedesmaligen Richtung der Erdbewegung übereinstimmte. Diese scheinbare Abweichung des Sternes, unter dem Namen Aberration des Lichtes bekannt, kann nur durch Annahme einer Bewegung der Erde erklärt werden.

Um den Vorgang zu versinnbildlichen, denken wir uns, es würden die beiden Wandungen eines schnellsegelnden Schiffes von einer Kanonenkugel durchbohrt. In der Zeit, in der die Kugel den Schiffsraum durchfliegt, legt das Schiff eine kleine Strecke, wenn auch nur einen Zoll in seiner Bahn zurück, und somit wird die Kugel nicht den gerade gegenüberliegenden Punkt der Schiffswand, sondern einen etwas mehr rückwärts liegenden treffen, so daß die Visirlinie durch beide Oeffnungen nicht auf die Mündung des Geschützes trifft, sondern mit der Richtung desselben einen kleinen Winkel bildet. Setzt man nun für die vordere und hintere Wand des Schiffes die Pupille und die Netzhaut des Auges, für das Geschütz einen Fixstern, für den Weg der Kugel dessen Lichtstrahl, so beobachtet man eine ganz analoge Erscheinung. Wenn nämlich die Erde in ihrem Laufe sich gerade gegen einen Fixstern bewegt, so trifft der Strahl, welcher durch die Mitte der Pupille vom Sterne ins Auge gelangt, genau die Mitte der Netzhaut, und man sieht alsdann den Stern an seinem wahren Orte. Wenn aber die Richtung dieses Lichtstrahls senkrecht steht zur Richtung der Erdbahn, so legt das Auge in derselben Zeit, in welcher der Lichtstrahl dasselbe durchläuft, einen kleinen Weg (wenn auch nur den 10000sten Theil eines Zolles) zurück, welcher senkrecht zur Richtung des Strahles ist. Der Strahl trifft daher die Netzhaut nicht in der Mitte, sondern etwas hinter derselben, und da wir den Stern in die Verlängerung der Linie verlegen, welche den getroffenen Punkt der Netzhaut mit dem Mittelpunkt der Pupille verbindet, so erscheint der Stern nicht an seinem wahren Orte, sondern etwas nach vorne gerückt und hieraus erklärt sich die beobachtete Verschiebung des Sterns um 20",4451 in der Richtung der Bewegung der Erde. Steht der beobachtete Stern nahe dem Pole der Ekliptik, so bilden die scheinbaren Orte des Sternes um den wahren mittleren einen Kreis, dessen Radius = 20",4451. Dieser Kreis drückt sich für einen Stern in der Ekliptik zu einer Linie von 40",9 zusammen, so daß der Stern bloß hin- und herzurücken scheint. Ist der Weg des Lichtes in einer Sekunde l, der der Erde e und der Aberrationswinkel = α, so ist für den Fall, daß beide Bewegungen unter einem rechten Winkel vor sich gehen, $\text{tg. } \alpha = \frac{e}{l}$. Sind zwei von diesen Größen bekannt, so ist die dritte hierdurch gegeben. Bildet die Richtung der Erdbahn mit dem Strahle einen Winkel β, so ist

$$\text{tg. } \alpha = \frac{e \sin. \beta}{l.}$$

Durch diese Beweise ist die Bewegung der Erde um die Sonne festgestellt. Die Ekliptik ist demnach in der That nicht die Bahn der Sonne, sondern die der Erde; doch können wir sie zur Erklärung irgend welcher Erscheinung immerhin als Sonnenbahn auffassen, wenn wir nur bedenken, daß sich die Erde stets wirklich in dem Zeichen der Ekliptik befindet, welches demjenigen, worin die Sonne eben steht, gerade ent-

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

gegengesetzt ist. Erscheint z. B. die Sonne im Zeichen des Widders (Frühling), so steht die Erde in dem der Waage, der Sonne im Zeichen des Stiers entspricht die Erde in dem des Scorpions u. s. w.

Gestalt der Erdbahn.

So geneigt wir auch sind, die Erdbahn mit Copernicus für einen Kreis zu halten, so zeigt doch schon die Beobachtung, daß ein Kreis dieser Bahn nicht entspricht. Zunächst nämlich ist der scheinbare Durchmesser der Sonne nicht immer gleich groß, sondern Ende Dezember etwa 32′ 35″, 6 und Ende Juni 31′ 31″; somit müssen wir nothwendig im Winter der Sonne näher stehen als im Sommer. Zudem sind auch die täglichen Wege der Erde (resp. der Sonne) in ihrer Bahn von verschiedener Größe, was wiederum mit der Annahme einer kreisförmigen Bewegung der Erde um die Sonne als Mittelpunkt nicht übereinstimmt. Nun könnte man zwar annehmen, daß die Erdbahn gleichwohl ein Kreis sei, die Sonne sich jedoch nicht im Mittelpunkt desselben befinde, wodurch die beiden vorhin genannten Erscheinungen eine annähernde Erklärung fänden; doch spricht hiergegen außer andern Gründen der Umstand, daß in diesem Falle die wirklichen Entfernungen der Erde von der Sonne mit den berechneten nicht übereinstimmen. Welches ist denn nun die Bahn der Erde? Kepler war es, welcher diese Frage löste und alle Erscheinungen aufklärte. Folgendes sind seine drei wichtigen Gesetze:

1. Die Planeten, also auch die Erde, bewegen sich in Ellipsen um die Sonne, welche in einem Brennpunkte derselben steht.

Hieraus erklärt sich sofort die beobachtete größere oder geringere Entfernung der Erde von der Sonne zu verschiedenen Zeiten.

2. In diesen Ellipsen legen die Planeten nicht etwa regelmäßig gleiche Bogen zurück, sondern der Bogen wird um so größer, je kleiner der das Gestirn mit der Sonne verbindende Radiusvector wird, (je mehr sich also der Planet der Sonne nähert), so zwar, daß die Fläche, welche der Radiusvector bestreicht, der sogenannte Sector der Ellipse, überall für gleiche Zeiten gleich groß ist.

Sind also (Fig. 31) DC und FE zwei Tagesbogen, so ist Sector CSD gleich Sector ESF, woraus da CS und DS größer sind als ES und FS, nothwendig folgt, daß DC kleiner sein muß als FE. Wir ersehen daraus, daß der Tagesbogen im Aphel A (Sonnenferne) am kleinsten (= 0°,9534) im Perihel P (Sonnennähe) am größten (= 1°,0104) sein muß, womit zugleich die Beobachtung übereinstimmt, daß mit dem Wachsen des Durchmessers der Sonne zugleich auch ihr täglicher Weg stetig vom Aphel bis zum Perihel zunimmt.

3. Die Quadrate der Umlaufszeiten verhalten sich, wie die Kuben der großen Axen, ein Gesetz, das uns gestattet, aus der bekannten Umlaufszeit und dem Durchmesser der Bahn eines Planeten auf den Durchmesser der Bahn eines andern zu schließen, wenn dessen Umlaufszeit durch Beobachtung bestimmt ist. Setzen wir z. B. die mittlere Entfernung des Merkur von der Sonne (8 Millionen Meilen) gleich 1, und betrachten wir ebenso seine Umlaufszeit (88 Tage) als Einheit, so erhalten wir, wenn die Umlaufszeit des Mars 8mal so groß ist,

$$1^3 : x^3 = 1^2 : 8^2$$

also $x = \sqrt[3]{8^2} = 4$, d. h. der Halbmesser, also auch der Durchmesser der Bahn des Mars ist viermal so groß, als der des Merkur. Hieraus ergibt sich, daß die Umlaufszeiten der weiter entfernten Planeten nicht etwa im Verhältniß der Axen, sondern im Verhältniß der Wurzeln aus den Kuben der Axen zunehmen, daß also die entfernten Planeten sich beträchtlich langsamer bewegen, als die nähern.

Die Erde bewegt sich also in einer Ellipse, doch weicht deren Gestalt nicht sehr von dem Kreise

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

ab, indem sich SP zu SA (Fig. 31) verhält, wie 29 zu 30, also die Excentricität $= \frac{1}{60}$ (genauer $= 0{,}016763$), somit der Unterschied zwischen großer und kleiner Axe nur ungefähr $\frac{1}{7200}$; überhaupt ist SA $= 21016101$ u. SP $= 20318499$ Meilen; mittlere Entfernung der Erde von der Sonne 20666800 Meilen; Umfang der Bahn an 130 Millionen Meilen; Geschwindigkeit der Erde über 4 Meilen in 1 Sekunde.

Als Gedächtnißtafel für die Entfernungen der Planeten von der Sonne dient folgende merkwürdige sogenannte Titius'sche Reihe, woraus man die Entfernung aller Planeten von der Sonne annähernd entwickeln kann, wenn man sich die mittlere Entfernung der Erde gleich 20000000 Meilen merkt:

1. Merkur	4	$=$	4
2. Venus	$4 + 3$	$=$	7
3. Erde	$4 + 2.3$	$=$	$10 = 20000000$ Meil.
4. Mars	$2 + 2^2.3$	$=$	16
5. Planetoiden	$4 + 2^3.3$	$=$	28
6. Jupiter	$4 + 2^4.3$	$=$	52
7. Saturn	$4 + 2^5.3$	$=$	100
8. Uranus	$4 + 2^6.3$	$=$	196
9. Neptun	$4 + 2^7.3$	$=$	388.*)

Die Bewegung der Erde als Mittel der Zeitbestimmung.

Durch die Kenntniß der wahren Bewegung der Erde sind wir nunmehr in den Stand gesetzt, die verschiedenen Zeiten genau zu verstehen.

Eine Drehung der Erde um ihre Axe ist vollendet, wenn derselbe Fixstern wieder in den Meridian tritt — die Dauer einer solchen Drehung nennen wir einen Sterntag. Während dieser Zeit ist jedoch

---

*) Zur Erklärung des zweiten Kepler'schen Gesetzes diene Folgendes. Bei Centralbewegungen unterscheidet man eine Tangential- und eine Centripetalkraft. Bewegte die erste für sich allein die Erde in A (Fig. 32) in einer Zeiteinheit nach B, die letztere, von der Sonne ausgehend, dieselbe nach C, so befindet sich die Erde am Ende der Zeiteinheit weder in B noch in C, sondern (nach dem Parallelogramm der Kräfte) in D. In der zweiten Zeiteinheit würde die Erde nach dem Trägheitsgesetze in der Richtung von AD bis E fortschreiten (AE = DE), wenn nicht die Centripetalkraft sie zugleich nach F zöge (AC = DC), somit befindet sich die Erde am Ende des zweiten Zeitraumes in G, am Ende des dritten nach ähnlicher Ueberlegung in K u. s. w. Nun ist aber $\triangle$ SAD $=$ $\triangle$ SDE $=$ $\triangle$ SDG $=$ $\triangle$ SGH $=$ $\triangle$ SGK (weil Dreiecke von gleicher Grundlinie und Höhe einander gleich sind), woraus sich die Bestreichung gleicher Flächen in gleichen Zeiträumen ergibt.

Das dritte Kepler'sche Gesetz gab Newton 1682 Veranlassung zur Entdeckung des Gravitationsgesetzes, (des Grundgesetzes, von dem jene nur Folgerungen sind und ihre innere Begründung erlangen), wonach die Anziehung im umgekehrten quadratischen Verhältnisse der Entfernung vom Centralkörper abnimmt. Es verhalten sich nämlich die Schwungkräfte bei Centralbewegungen direkt wie der Radius und umgekehrt, wie die Quadrate der Umlaufszeiten, also, wenn s,s' die Schwungkräfte, r,r' die Radien, t,t' die Umlaufszeiten sind, $s : s' = \frac{r}{t^2} : \frac{r'}{t'^2} = (r : r').(t'^2 : t^2)$

Da aber nach Kepler $t'^2 : t^2 = r'^3 : r^3$, so ist $s : s' = (r : r')\ (r'^3 : r^3) = r'^2 : r^2$. Es verhalten sich demnach die Schwungkräfte (Centrifugalkräfte), also auch die Anziehungskräfte (Centripetalkräfte), (welche ersteren das Gleichgewicht halten) der Sonne in Bezug auf die Planeten umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

die Sonne um einen Grad nach Osten weiter vorgerückt; außer den 360° der einmaligen Umdrehung muß die Erde also noch diesen einen Grad sich weiter drehen, um die Sonne einzuholen, und so entsteht der wahre Sonnentag, d. h. die Zeit zwischen zwei Culminationen der Sonne. Derselbe ist demnach etwas länger, als der Sterntag.

Wann wird nun ein Jahr vollendet sein? Jedenfalls dann, wenn die Erde einen ganzen Umlauf um die Sonne (oder die Sonne um die Erde) vollendet hat, was man daran erkennt, daß die Erde von der Sonne aus gesehen (oder die Sonne von der Erde aus gesehen) wieder bei demselben Fixstern steht, von dem ihr Weg ausging. Diesen Zeitraum nennt man ein siderisches Jahr. Seine Dauer ist stets dieselbe und beträgt 366,25637 Sterntage, d. h. die Erde dreht sich während dieser Zeit etwa 366¼ mal um ihre Axe. Bei der ersten Drehung fehlte jedoch am Sonnentage (etwas weniger als) 1°, bei der zweiten am zweiten Sonnentage etwa 2°, bei der dritten 3° u. s. w., bei der letzten endlich volle 360°, d. h. die Erde hat sich in Bezug auf den Fixstern gerade 336¼ mal umgedreht, während sie in Bezug auf die Sonne eine Drehung weniger, also nur 365¼ vollendete. Um dieses noch einleuchtender zu machen, fassen wir die Sache etwas anders. Nach einem viertel Jahre hat sich die Sonne um etwa ¼ Kreis weiter bewegt; der Stern, von dem sie ausging wird also bereits einen viertel Kreis zurückgelegt haben, oder von seinem Tag werden schon 6 Stunden verflossen sein, ehe die Sonne in den Meridian tritt, oder ihren entsprechenden Umlauf, und somit auch den entsprechenden neuen Tag beginnt. Nach einem halben Jahr wird der Stern einen halben, nach ¾ Jahren ¾ Kreis voraus sein; endlich nach einem ganzen Jahre steht der Stern wieder bei der Sonne, beide treten wieder zugleich in den Meridian, doch hat der Stern eine ganze Umdrehung mehr gemacht. Es gehen also auf ein Jahr nur 365,25637 wahre Sonnentage.

Fragt man jedoch nicht, in welcher Zeit die Erde wieder zu demselben Fixstern, sondern vielmehr zum Frühlingspunkte zurückkehrt, so wird die Dauer wegen der Präzession des Frühlingspunktes (50",1 im Jahre von Ost nach West, also der Erde entgegen) etwas kürzer seien, und zwar um so viel Zeit, als die Erde zur Zurücklegung dieses kleinen Bogens von 50",1 gebraucht, also um $\frac{50,1}{360.\,60.\,60.}\,365,25637$ = 0,01412 Tage oder 20,332 Minuten. Das um diese Zeit verkürzte siderische Jahr heißt ein tropisches Jahr; da aber die Präzession nicht jedes Jahr genau gleich groß ist, so nimmt man ein mittleres tropisches Jahr an, dessen Länge 365,24224 Sonnentage beträgt.

Nach wahren Sonnentagen ist nicht gut zu rechnen, weil sie nicht genau einander gleich sind; denn einmal legt die Sonne, wie wir bei Betrachtung des zweiten Kepler'schen Gesetzes sahen, nicht gleiche Bogen täglich in der Ekliptik zurück; sodann würden auch, wenn wirklich diese Bogen gleich wären, doch deren Projectionen auf dem Aequator nicht gleich erscheinen (wegen der verschiedenen Neigung der Ekliptik zum Aequator in ihren verschiedenen Punkten); und doch müßten diese Bogen auf dem Aequator gleich sein, sollte die Sonne jeden Tag ihren Eintritt in den Meridian um dieselbe Zeit verspäten. Um diese Gleichheit herzustellen, nimmt man eine Sonne an, welche sich in gleichmäßiger Bewegung in derselben Zeit um den Aequator bewegt, in welcher sich die wirkliche Sonne um die Ekliptik dreht und nennt den Zeitraum zwischen zwei Culminationen dieser angenommenen Sonne einen mittleren Sonnentag. Er ist genau der 365,24224. Theil eines mittleren tropischen Jahres.

Da die Sonne im Perihel (Winter) sich zugleich schneller als sonst und fast parallel dem Aequator bewegt, so wird der Bogen, den sie hier in einem Tage zurücklegt, größer sein als der entsprechende Bogen der angenommenen Sonne. Diese tritt somit zuerst in den Meridian und die mittlere Zeit ist in diesem Falle der wahren voraus. In einem andern Punkte der Ekliptik wird es sich umgekehrt verhalten. Der Unterschied nun

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

zwischen mittlerer und wahrer Zeit heißt die Zeitgleichung; sie kann somit positiv, negativ und Null sein. Man findet die mittlere Zeit, wenn man die Zeitgleichung zur wahren Zeit hinzufügt (algebraisch). Unsere Uhren zeigen mittlere Zeit; eine Uhr, die mit der Sonne ginge, also wahre Zeit zeigte, hätte einen sehr unregelmäßigen Gang; wahre Zeit wird nur von der Sonnenuhr gezeigt; letztere liefert daher ein vorzügliches Mittel, die mittlere oder richtige bürgerliche Zeit zu bestimmen, (was namentlich an kleinen Orten, wo oft nicht eine einzige öffentliche Uhr richtig geht, von Wichtigkeit ist.) *)

---

*) Bei Ermangelung einer sorgfältig construirten Sonnenuhr genügt lediglich eine genaue Mittagslinie, die man sich selbst leicht ziehen kann. Auf einer um die mittleren Tagesstunden von der Sonne beschienenen festen Ebene ziehe man mehrere concentrische Kreise in nicht zu großem Abstande von einander und errichte im gemeinschaftlichen Mittelpunkt einen zugespitzten Stift, besser noch ein Stäbchen mit durchlöchertem Scheibchen am obern Ende, senkrecht. Beim Steigen der Sonne wird der Schatten des Stiftes sich verkürzen, und das Ende desselben wird nach und nach von den äußern concentrischen Kreisen auf die innern übergehen und am Nachmittage umgekehrt sich von den innern zu den äußern Kreisen bewegen. Merkt man sich nun die Punkte, in welchen die Schattenspitze (oder das Lichtbildchen) am Morgen und am Nachmittage einen und denselben Kreis trifft, so hat man dadurch zwei Punkte gewonnen, welche zwei correspondirenden Höhen der Sonne entsprechen; der Mittelpunkt des durch die beiden Punkte gebildeten Bogens entspricht dem Culminationspunkte der Sonne, und die Halbirungslinie des zugehörigen Centriwinkels ist die genaue Mittagslinie. Zur genauen Construction thut man gut, sich mehrere Paare correspondirender Punkte auf verschiedenen concentrischen Kreisen zu merken, wodurch etwaige Beobachtungsfehler leicht corrigirt werden. Ist die Mittagslinie genau bestimmt, so ist es wahrer Mittag, sowie der Schatten des Stiftes in diese Linie fällt; ist die Zeitgleichung positiv, so stelle man alsdann seine Uhr soviel Minuten, als die Zeitgleichung angibt, über 12 Uhr; im andern Falle vor 12 Uhr und man hat die genau richtige bürgerliche Zeit. Da die Mittagslinie außerdem die einzig genaue Angabe von Süd und Nord ist, und jeden Streit über genaue Richtung der Himmelsgegend ausschließt, so sollte eine Mittagslinie eigentlich nirgends fehlen.

Zur Vergleichung der wahren und mittleren Zeit, sowie zur bessern Erkenntniß der täglichen Bewegung der Sonne in Bezug auf den Aequator sei hier die Tabelle der Zeitgleichung für das Jahr 1870 von 5 zu 5 Tagen eines jeden Monats ausgeführt, woraus man durch Interpolation die Zeitgleichung eines jeden Tages ungefähr bestimmen kann.

Tag.	Januar.	Februar.	März.	April.	Mai.	Juni.
1	+ 3m 50s	+ 16m 51s	+ 12m 33s	+ 3m 56s	— 3m 2s	— 2m 30s
6	. 6 8	. 14 21	. 11 28	+ 2 28	. 3 33	— 1 40
11	. 8 13	. 14 29	. 10 12	+ 1 3	. 3 50	— 0 43
16	. 10 3	. 14 19	. 8 48	— 0 14	. 3 53	+ 0 19
21	. 11 35	. 13 50	. 7 18	— 1 22	. 3 42	+ 1 23
26	. 12 49	. 13 6	. 5 46	— 2 18	. 3 16	+ 2 28
31	. 13 43		. 4 15	— 3 2	. 2 39	+ 3 29

Tag.	Juli.	August.	September.	October.	November.	December.
1	+ 3m 29s	+ 6m 4s	+ 0m 5s	— 10m 18s	— 16m 17s	— 10m 47s
6	. 4 24	. 5 40	— 1 43	. 11 50	. 16 14	— 8 47
11	. 5 9	. 5 0	— 3 25	. 13 12	. 15 50	— 6 34
16	. 5 44	. 4 5	. 5 11	. 14 22	. 15 5	— 4 11
21	. 6 8	. 2 59	. 6 56	. 15 17	. 13 59	— 1 41
26	. 6 14	. 1 41	. 8 39	. 15 55	. 12 32	+ 4 48
31	. 6 8	. 0 13	. 10 18	. 16 15	. 10 47	+ 3 15

Die graphische Darstellung (Fig. 33) erleichtert wesentlich den Ueberblick über vorstehende Tabelle. Die Buchstaben J. F. M. ꝛc. bedeuten die Monate Januar, Februar, März ꝛc., der jedesmalige Zwischenraum einen Monat, die Zahlen 0, 5, 10, 15 bezeichnen die Minuten der Zeitgleichung; die Curve gibt alsdann das Steigen und Fallen derselben in den verschiedenen Monaten an. In der darunter stehenden Schlangenlinie, welche die Ekliptik bedeutet, bestimmen die Zeichen +, 0, — diejenigen Bogen auf der Ekliptik, deren Projectionen auf dem Aequator größer,

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Nachdem wir nun Sternzeit und mittlere Zeit kennen gelernt, können wir auch ihr Verhältniß aufstellen. Ein Sterntag verhält sich zu einem Sonnentag, wie 365,24224 zu 366,24224, ein Sonnentag zu einem Sterntag umgekehrt; oder der Sterntag hat $23^h\ 56^m\ 4^s,091$ mittlere Zeit (Sonnentag = 24 Stunden) und der Sonnentag $24^h\ 3^m\ 56^s,555$ Sternzeit (der Sterntag = 24 Stunden.)*)

Ein mittleres tropisches Jahr hat 365,24224 Tage oder 365 Tage $5^h\ 48^m\ 49,536$ Sekunden. Nehmen wir also 3 Jahre zu 365 Tagen, so müssen wir das vierte zu 366 Tagen rechnen (Schaltjahr). Es sind jedoch 4 ($5^h\ 48^m\ 49'',536$) nur $23^h\ 15^m\ 18^s,144$; es fehlen mithin am vierten Tage noch $44^m\ 40^s,856$, dies macht in 25 Schaltjahren oder nach 100 Jahren $18^h\ 37^m\ 36^s,4$. Läßt man also alle 100 Jahre einen Schalttag fallen, so hat man in 400 Jahren etwa 24 Stunden zu viel ausgelassen, und man läßt daher alle 400 Jahre einen Schalttag bestehen. Dadurch hat man aber wieder 4. ($37^m\ 36^s,4$) oder $2^h\ 30^m\ 24^s,6$ zu viel gerechnet, was in 9 Mal 400 Jahren wieder etwa einen Tag ausmachen würde, so daß jedes 3600. Jahr wieder als Schaltjahr betrachtet wird.**)

Der zwölfte Theil des tropischen Jahres, also $30^d\ 10^h\ 29^m\ 4^s\ 15$ ist ein Sonnenmonat, wofür wir jedoch der Bequemlichkeit halber 7 Monate zu 31 Tagen, 5 zu 30 und den Februar zu 28 (im Schaltjahr 29) Tagen rechnen.

Die Woche hat 7 Tage; das Jahr also 52 Wochen 1 Tag, (Schaltjahr 2 Tage). Den Tag rechnen wir von Mitternacht zu Mitternacht, (bürgerlicher Tag), durch 2 mal 12 Stunden, während in der Astronomie der Tag von Mittag zu Mittag durch 24 Stunden nach einander gerechnet wird, wobei die Morgenstunden das Datum des verflossenen bürgerlichen Tages tragen; es ist also z. B. der 18. Januar Morgens $10^h\ 15^m$ bürgerlicher Zeit der 17. Januar $22^h\ 15^m$ astronomisch.

---

ebenso groß oder kleiner sind, als die entsprechenden Bogen der Ekliptik. Die unterste Linie endlich gibt an, in welchen Monaten und in welchem Punkt der Ekliptik die Geschwindigkeit der Sonne eine größte (+) eine mittlere (0) und eine kleinste (−) ist. Aus der Combination der beiden untern graphischen Darstellungen ergibt sich der Grund für das Verhalten der Zeitgleichung in den verschiedenen Monaten, z. B. das starke Steigen des Januars, zusammengesetzt aus der größten Geschwindigkeit im Perihel und der größeren Projection auf dem Aequator u. s. f.

Bezeichnet man das Schattenende des Stiftes S jeden Tag um 12 Uhr mit einem Punkt, so bildet die Verbindungslinie derselben in einem Jahre die Figur 34, die ebenfalls ein deutliches Bild der Zeitgleichung gibt und deren Erklärung nach dem vorangehenden nicht schwer fällt; zugleich ist hier das Zu- und Abnehmen des Schattens angedeutet. Figur 35, in welcher ME den Meridian, KR den Wendekreis des Krebses, AQ den Aequator und ST den Wendekreis des Steinbocks bedeutet, gibt den Stand der Sonne am Himmel an für den 24. December a, den 10. Februar b, 15. April c, 15. Mai d, 15. Juni e, 6. Juli f, 31. August g, und 1. November h Mittags um 12 Uhr.

*) Diese Angabe liefert ein einfaches Mittel zur Controle einer Uhr. Will man sich überzeugen, ob eine Uhr gut geht, so merke man sich von einem festen Gesichtspunkte aus die Zeit, zu der ein Stern an einer bestimmten Stelle des Himmels, etwa über der Firste des gegenüberliegenden Daches erscheint. Geht die Uhr genau, so muß die Uhr am folgenden Abend genau 3 Minuten 56 Sekunden weniger zeigen, sowie der Stern von demselben Standpunkt aus gesehen wieder die bezeichnete Stelle einnimmt.

**) Würde man das Jahr nach Julius Caesar (Julianischer Kalender) zu 365,25 anstatt (Gregorianischer Kalender nach Papst Gregor VIII. 1582) zu 365,24224 rechnen, so machte dieses bis jetzt einen Unterschied von 12 Tagen, so daß z. B. die Russen, die noch nach jenem rechnen, den 1. Januar haben, wenn wir schon den 13. zählen.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Die Jahreszeiten.

Schon bei Betrachtung des Aequators bemerkten wir, daß die Sonne nur zweimal während eines Jahres im Aequator stehe und in den übrigen Zeiten theils südlich, theils nördlich bis zu einer bestimmten Grenze (Wendekreis) davon abweiche; auch lernten wir den Einfluß dieser Veränderung auf die Tageslänge kennen. Damals konnten wir diese Erscheinung nicht erklären; nunmehr jedoch ist dieser scheinbare Lauf der Sonne auf einfache Art gegeben. Die Erde bewegt sich, wie wir gesehen, in einer Ebene, die mit dem Himmelsaequator (dessen Ebene mit dem Erdaequator zusammenfällt) einen Winkel von etwa $23^1/_2{}^0$ bildet; dabei bleibt die Lage der Erdaxe sich stets parallel.*)

Angenommen FSHW sei die Ekliptik, O die Sonne; die vier kleinen Kreise zeigen uns die Erde in ihrer Stellung zur Sonne zu Anfang des Frühlings (F) Sommers (S) Herbst (H) und Winters (W); ns, n's', n"s", n"' s"' sind die stets parallelen Erdaxen; aq, a'q', a"q", a"'q"' der Aequator. Da die Sonne beim Frühlingsanfang im Himmels-Aequator steht, und der Erdaequator mit diesem zusammenfällt, so treffen die Sonnenstrahlen letzteren senkrecht; die Grenze des beleuchteten Theiles der Erde ist ein Meridian und überall herrscht Tag- und Nachtgleiche. Verbindet man in der zweiten Stellung der Erde den Mittelpunkt derselben S mit O, so ist $\sphericalangle$ n' SO $= 66^1/_2{}^0$ (Neigung der Erdaxe zur Ekliptik), somit $\sphericalangle$ OSa' $= 23^1/_2{}^0$ und Punkt b ein Punkt des nördlichen Wendekreises, über dem nun also die Sonne, welche sich vom Frühling an immer mehr über dem Aequator erhoben hat, senkrecht steht. Die Grenze des beleuchteten Theiles der Erde ist ein größter Kreis, dessen auf OS senkrechter Durchmesser pk mit n's' einen Winkel von $23^1/_2{}^0$ bildet. In dieser Stellung der Erde ist die Beleuchtung der nördlichen Halbkugel am größten, die der südlichen am geringsten; die Bewohner der ersteren haben den längsten Tag, Sommeranfang, die der letzteren die längste Nacht, Winteranfang, wie sich leicht aus der schon früher angegebenen Construction der Tagebogen ergibt.

In H steht die Sonne wieder im Aequator, doch ist sie im Begriff, unter denselben hinabzusinken; wieder ist Tag- und Nachtgleiche auf der ganzen Erde und wir haben Herbst-, die Bewohner der südlichen Halbkugel Frühlingsanfang.

Die Stellung in W ist die entgegengesetzte von der in S. Die Verbindungslinie WO trifft die Erde im südlichen Wendekreise, über dem die Sonne nun senkrecht steht; die nördliche Hälfte der Erde ist am geringsten beleuchtet; wir haben Winteranfang.

Mit der Erleuchtung der Erde geht deren Erwärmung Hand in Hand. Nach einem Gesetze der Physik ist diese um so größer, je größer der Winkel ist, den die einfallenden Strahlen mit der Horizontalen bilden. Der Grund hierfür ist leicht ersichtlich; denn ist s t und s' t' (Fig. 37) ein Strahlenbündel, so erhält die größere Linie tt' doch nur dieselbe Licht- und Wärmemenge, wie die kleinere ta (wenn ta $\perp$ s't' ist); je größer daher die tt' im Verhältnisse zu ta ist, um so schwächer wird ihre Beleuchtung und Erwärmung sein, oder mit andern Worten: Die Stärke der Beleuchtung einer Fläche wächst oder fällt mit dem sin. des Neigungswinkels x.

Steht die Sonne im Aequator, so werden beide Kugelhälften gleichmäßig beleuchtet und erwärmt. Steht sie im nördlichen Wendekreise in S (Fig. 38) so fallen die Strahlen auf B senkrecht, und alle Punkte, welche von B gleichweit entfernt sind, werden gleiche Beleuchtung und Erwärmung erhalten; also

---

*) Die Präzession verändert zwar die Lage der Erdaxe, doch kann diese Veränderung für die Dauer eines Umlaufes als 0 betrachtet werden.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

sind z. B., da ∢ SOA = $23\frac{1}{2}^0$, die Orte in der Breite von 47^0 ebenso erwärmt, wie der Aequator Für C ist der Neigungswinkel der Sonnenstrahlen bei der Stellung der Sonne in S gleich y, für D gleich z (S'C ∥ SB ∥ S''D), somit verhält sich die erwärmende Kraft der Sonne für C zu der von D, wie sin. y : sin. z oder wie cos. y' : cos. z' oder da y' gleich der Ortsbreite φ vermindert um die Declination δ der Sonne, und z' gleich der Summe von φ' und δ ist, wie cos. $(\varphi - \delta)$: cos. $(\varphi' + \delta)$ oder für Punkte derselben Halbkugel, wie cos. $(\varphi - \delta)$: cos. $(\varphi' - \delta)$. Da nun der cos. mit wachsendem Winkel fällt, so kann man hieraus schon ersehen, wie die Orte höherer Breite weniger intensiv beleuchtet und erwärmt werden, als die Orte geringerer Breite, sowie daß mit wachsender Declination auch die Erwärmung eines Ortes sich steigert.*)

Zonen.

Der Stand der Sonne für die verschiedenen Theile der Erde bedingt die Eintheilung derselben in fünf Zonen, nämlich eine heiße, zwei gemäßigte und zwei kalte.

Alle Orte, welche überhaupt die Sonne in ihrem Zenith haben können, bilden die heiße Zone. Dieselbe liegt also zwischen den beiden Wendekreisen und ihre Größe beträgt $d^2\pi$ sin. $23\frac{1}{2}^0$ = 3701141 Q.-Meilen, wenn d den Durchmesser der Erde in Meilen bedeutet. Alle Gegenstände, welche die Sonne in ihrem Zenith haben, werfen keinen seitlichen Schatten; die Bewohner der heißen Zone kommen alle in diese Lage und heißen daher unschattige (ascii, ἄσκιοι) oder auch, weil die Sonne einmal nördlich und einmal südlich von ihnen steht, zwei schattige (amphiscii, ἀμφίσκιοι). Da die Sonne für alle Punkte zwischen den Wendekreisen zweimal in das Zenith tritt, so haben sie eigentlich auch zweimal Sommeranfang, dem entsprechend auch zweimal Winteranfang für die beiden geringsten Höhen, sowie zweimaligen Herbst und Frühling. Doch sind alle diese Jahreszeiten für die mittleren Punkte wenig von einander verschieden; es herrscht vielmehr ein beständiger Sommer, der nur dann, wenn die Sonne im Zenith steht, von Regenzeiten unterbrochen wird.

Die gemäßigte Zone liegt zwischen einem Wendekreise und dem entsprechenden Polarkreise. Die Größe der beiden gemäßigten Zonen zusammen beträgt $d^2\pi$ (sin. $66\frac{1}{2}^0 - 23\frac{1}{2}^0$) = $\sqrt{2}$ $d^2\pi$ sin. $21\frac{1}{2}$ = 4810900 Q.-Meilen, also eine gleich 2405450 Q.-Meilen. In ihnen fallen die Sonnenstrahlen niemals senkrecht, sondern stets schief, der Schatten in der nördlichen Zone um Mittag stets nach Norden, in der südlichen stets nach Süden, daher die Bewohner einschattig (heteroscii, ἑτερόσκιοι). Im südlichen Theile der nördlichen gemäßigten Zone überwiegt der Sommer, im nördlichen der Winter. Der Unterschied zwischen längstem und kürzestem Tag, der in der heißen Zone nur gering ist, nimmt in der gemäßigten stets zu und steigt an den Polarkreisen bis zu 24 Stunden.

Die kalten Zonen liegen um die Pole herum; ihre Grenzen bilden die Polarkreise; ihre Größe beträgt zusammen $d^2\pi$ $(1 - \sin. 66\frac{1}{2}^0) = 2\ d^2\pi \sin.^2 11\frac{3}{4}^0$ = 769822,4, also jede = 384911,2 Q.-Meilen. Steht die Sonne im Aequator, so ist der nördliche Pol beleuchtet und behält nun, während die Sonne $\frac{1}{4}$ Jahr lang steigt und $\frac{1}{4}$ Jahr lang fällt, also $\frac{1}{2}$ Jahr hindurch fortwährend Tag. Ein Punkt auf 78^0 nördl. Breite (ungefähr Mitte der kalten Zone) wird zuerst 24 Stunden hindurch beleuchtet sein, wenn die Sonne eine Höhe von + 12^0 erreicht hat und wird von nun an Tag behalten,

*) Zu bemerken ist übrigens, daß bei der Erwärmung auch die Länge der Tage, der Weg der Strahlen durch die Atmosphäre, Höhe und Lage des Ortes ꝛc. in Erwägung zu ziehen ist.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

bis die Sonne den übrigen Weg von $11\frac{1}{2}^{0}$ zweimal zurückgelegt hat. Hieraus ist leicht ersichtlich, daß die Dauer der beständigen Erleuchtung für einen Ort der kalten Zone sich um so mehr der halbjährigen Periode nähert, in je höherer Breite der Punkt liegt. Der Dauer des Tages am Nordpole beim nördlichen Stande der Sonne entspricht die Länge der Nacht für den gleichliegenden Ort am Südpole und umgekehrt; doch ist zu bemerken, daß letztere durch die Refraction des Lichtes, die Dämmerung und andere Erscheinungen wesentlich verringert wird. Da die Strahlen der Sonne die Pole immer nur sehr schräg treffen, so herrscht selbst beim längsten Tage das winterliche Element vor *)

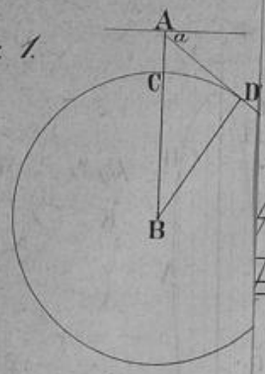
Außer der Eintheilung der Erde in 5 Zonen ist auch noch die im Klimata zu erwähnen, welche sich nach der Dauer des längsten Tages richtet, indem die Tagesdauer jedes folgenden Klimas die des vorangehenden um $\frac{1}{2}$ Stunde übertrifft; doch gehen wir hierauf nicht mehr ein, sondern beschließen hiermit den ersten Theil der mathematischen Geographie.

---

*) Da die Bewohner der kalten Zone während ihrer Tagesperiode, wo also die Sonne gar nicht untergeht, sondern um Mitternacht nur etwas tiefer steht, als am Mittage, von ihrem Schatten gewissermaßen zumwandert werden, so heißen sie umschattige, (periscii, περίσκιοι.)

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Fig. 1.



15.

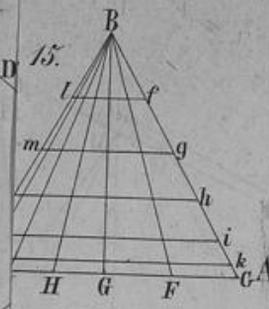
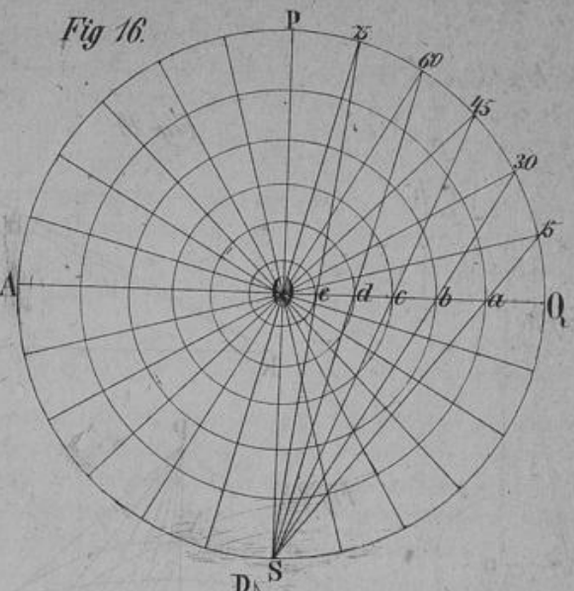


Fig 16.



Z.

Fig. 4.

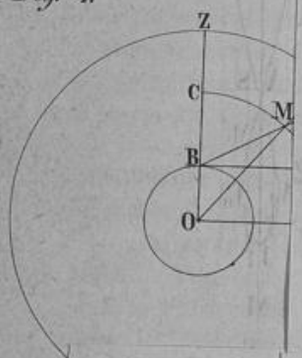


Fig. 18.

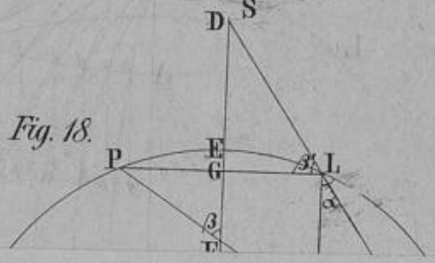


Fig 7.

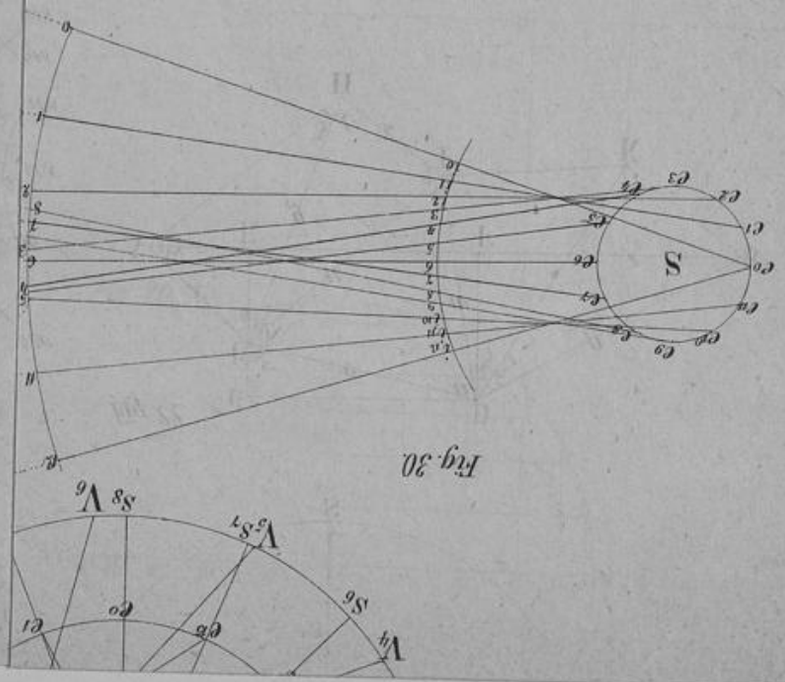
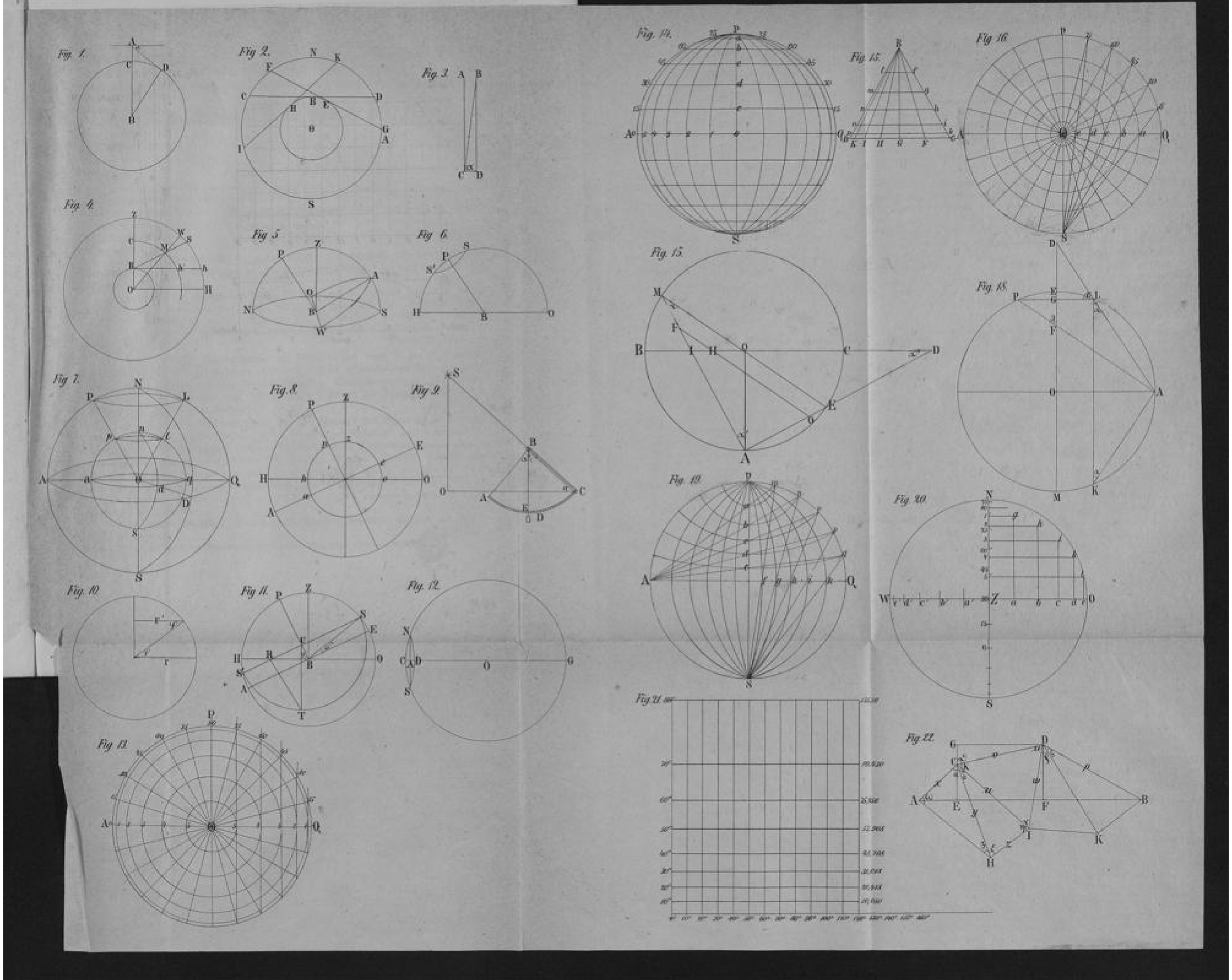
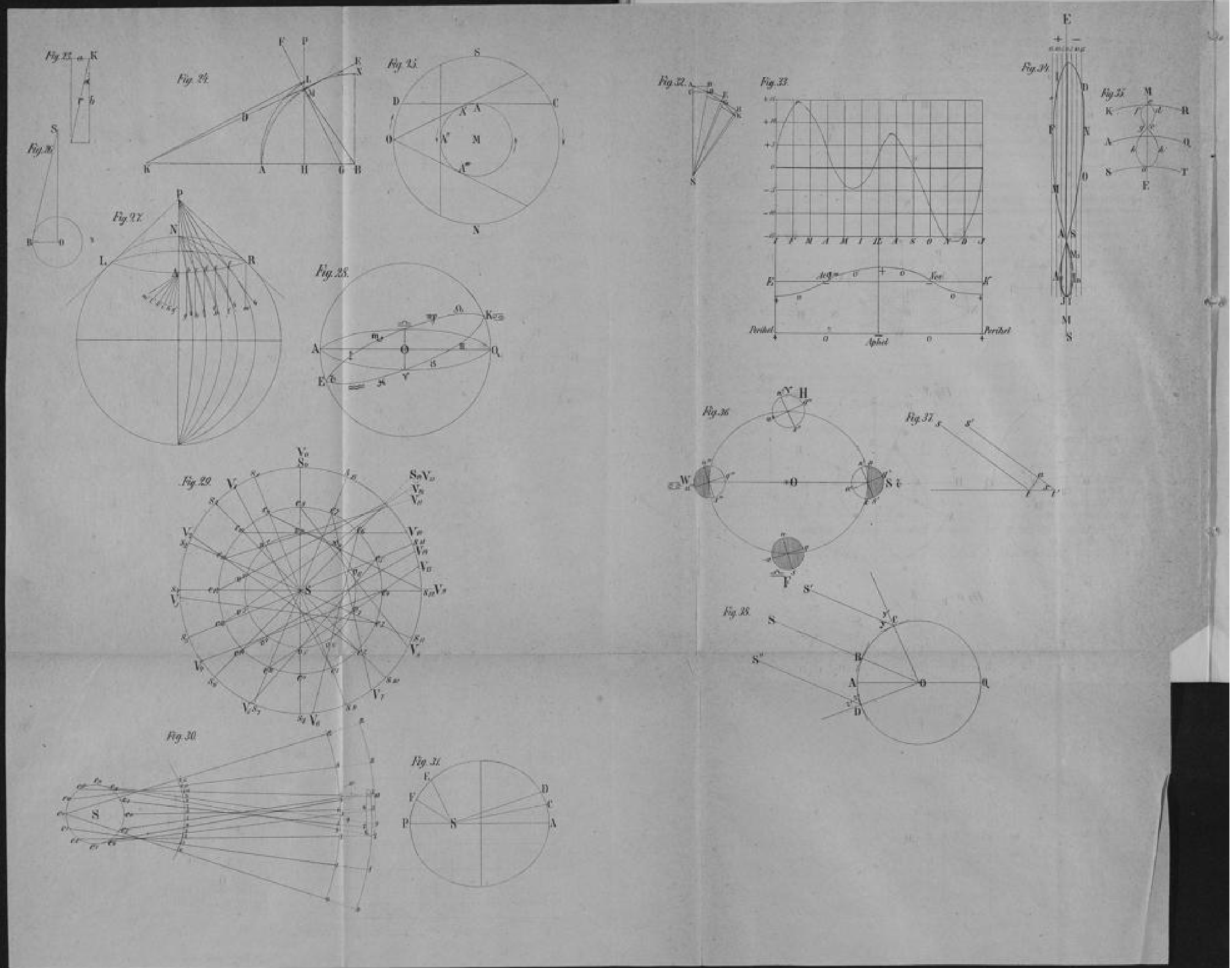


Fig. 30.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf



Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf



Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

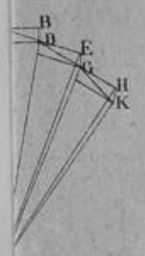


Fig. 33.

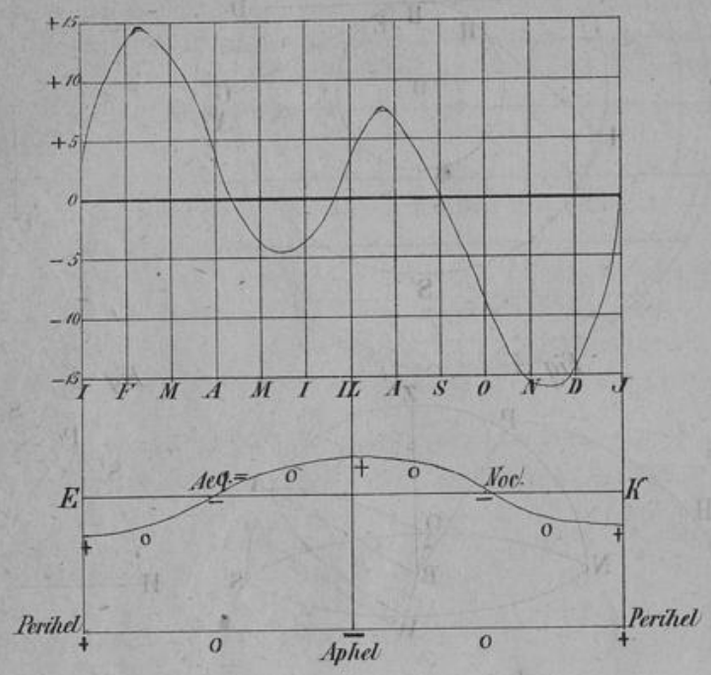


Fig. 34.

Fig. 35.

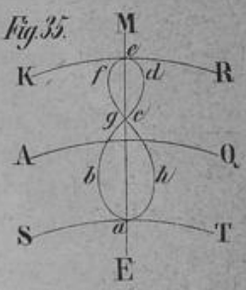


Fig. 36

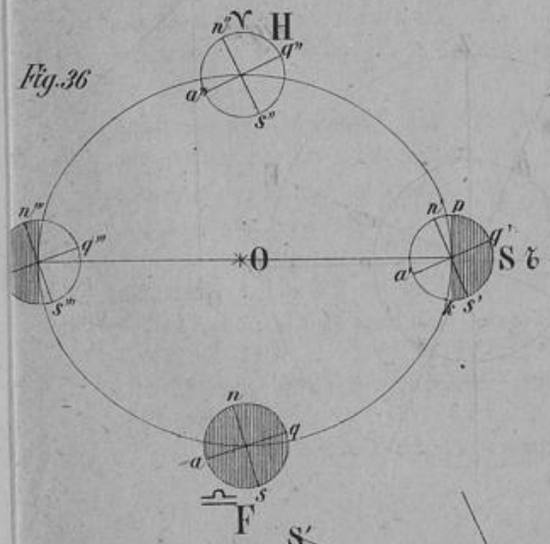


Fig. 37.

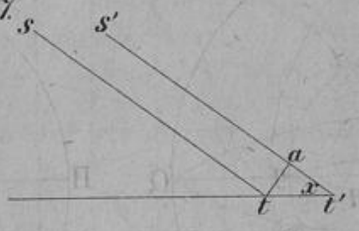
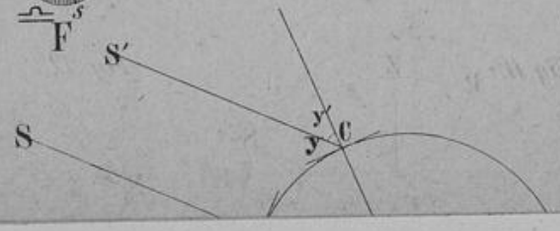


Fig. 38.



Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf