Realschule in der Hedwigstraße.

Cassel.

Programm

vom

Schuljahre 1891—92.

Inhalt: Schulnachrichten vom Dir. Dr. Karl Ackermann.

Cassel.
Druck von L. Döll.
1892.

1892. Progr. Nr. 402. a
9LQ
17
(1892)

UNIVERSITÄTS- UND LANDESBIBLIOTHEK
DÜSSELDORF

Schulnachrichten.

I. Lehrverfassung.

A. Unterrichtsplan.

Gegenstände.	Sexta in 3 Cöten a. b. c.	Quinta in 3 Cöten a. b. c.	Quarta in 3 Cöten a. b. c.	Tertia in 3 Cöten a. b. c.	Sekunda in 2 Cöten a. b.	Unterprima in 3 Cöten a. b. c.	Oberprima	Summa
Christl. Religionslehre	3	2	2	2	2	2	2	39
Deutsch	4	4	4	3	3	3	3	63
Französisch	8	8	8	6	6	5	5	122
Englisch	—	—	—	5	5	4	4	41
Geschichte u. Geographie	3	3	4	4	4	3	3	62
Rechnen u. Mathematik	5	6	6	6	6	5	6	102
Naturbeschreibung	2	2	2	2	2	2	—	34
Physik	—	—	—	—	—	4	4	16
Chemie	—	—	—	—	—	2	2	8
Schreiben	2	2	2	(1)	(1)	(1)		18 [+ 5]
Zeichnen	2	2	2	2	2	2	3	37
Summa	29	29	30	30	30	32	32	542 [+ 5]
Singen	2	2	2	2	2	2	2	36
Turnen	2	2	2	2	2	2	2	36
Summa	33	33	34	34	34	36	36	614

B. Übersicht der Verteilung der Ordinariate und Lehrgegenstände unter die einzelnen Lehrer im Schuljahre 1891—92.

	Ordinarius von	Korrektoren	OI.	UIa.	UIb.	UIc.	IIa.	IIb.	IIIa.	IIIb.	IIIc.	IVa.	IVb.	IVc.	Va.	Vb.	Vc.	VIa.	VIb.	VIc.	Aufsicht.
Ackermann		3		1 Relig. 2 Relig.	1 Relig.																1
Feitel	UIa	4	4 Engl.	4 Franz.					4 Dtsch.		4 Franz.										1
Stern	OI	4	3 Franz.		4 Engl.				4 Franz.									2 Franz.			
Hasselbaum	UIc	3				3 Franz. 4 Engl.	2 Relig.				2 Relig.	4 Franz.									
Seibt		1	2 Gesch. 2 Geogr.	2 Gesch. 1 Geogr.	2 Gesch. 1 Geogr.	2 Gesch. 2 Geogr.	2 Gesch. 2 Geogr.										4 Dtsch.				1
Junghans	IIb	1	2 Relig.	2 Relig.	2 Relig.	2 Relig.		4 Franz. 2 Gram. 2 Geogr.				2 Relig.					1 Gesch. 2 Geogr.				
Erdös	IVc	5								2 Naturk. 3 Geom. 2 Relig.				4 Dtsch. 2 Geogr. 4 Rechn. 2 Naturk.				4 Dtsch.		2 Gesch.	
Merkelbach		4	2 Math. 4 Phys. 2 Chem.	2 Geom.		2 Chem. 1 Trig.	2 Relig.														1
Zimmermann	UIb	4	2 Dtsch.		3 Franz. 3 Dtsch.					3 Engl. 3 Gesch.	2 Gesch.			2 Gesch.							
Wetzell		4			2 Geom.	2 Geom.	1 Naturk.	2 Geom. 2 Naturk.							1 Gm.Z.	2 Rechn. 1 Gm.Z. 2 Naturk.		2 Zeichn.		2 Naturk.	
Bächt	IIIb	4					2 Engl.			2 Franz. 2 Dtsch.									2 Franz.		
Meinhoff	IIa	4		4 Engl.			2 Franz. 2 Dtsch.							2 Franz.			4 Franz.				
Lehmann		3											4 Dtsch. 2 Geogr.	4 Franz.	4 Dtsch.						
Knabe	IVb	4		4 Phys.		2 Relig.	2 Geom.					4 Dtsch. 2 Gesch.	2 Gesch. 2 Geom. 4 Rechn.								
Bachmann	IIIc	3						2 Engl. 2 Relig.	4 Franz. 2 Relig.	2 Relig.	2 Engl.				2 Geogr.				2 Geogr.		
Fennel	IIIa	2			4 Phys.				4 Math. 2 Naturk.	2 Naturk.	2 Relig. 1 Rechn. 2 Naturk.				2 Turnen			2 Naturk.	2 Naturk. 2 Turnen		
Völker		3		2 Naturk.	2 Relig. 2 Naturk.	2 Naturk.		2 Relig.				2 Turn.			2 Naturk.		1 Gm.Z. 2 Turnen		2 Rechn.	2 Geogr.	1
Gally	IVa	3				2 Phys.				2 Geogr.		4 Rechn. 2 Geom. 2 Naturk.	2 Naturk.		2 Rechn.						
Heuser		4							2 Engl.		2 Dtsch.		2 Franz.			2 Franz.					
Bethge	Vb	4		2 Dtsch.		2 Dtsch.		2 Dtsch.	2 Gesch. 2 Geogr.		2 Geogr.					4 Dtsch. 2 Gesch. 2 Geogr.		2 Gesch.			
Siegel	Vc	2		2 Chem. 2 Naturk.	2 Chem.						2 Geom.						2 Rechn. 2 Naturk.				
Bockholt (siehe Meinhoff)																					
Jäger			(1 Schreiben)									2 Schrb.	2 Schrb.	2 Schrb.	2 Schrb.	2 Schrb.	2 Schrb.				1
Müller			2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.							
Grün	VIa	1					2 Turnen.		2 Turnen.		2 Turn.	2 Geogr.		2 Geogr. 2 Gesang		2 Relig.	2 Gesang	2 Relig. 2 Rechn. 2 Geogr. 2 Gesang		2 Schrb.	
Bach	Va	2											2 Relig. 2 Gesang	2 Relig.	2 Relig. 2 Franz.					2 Franz.	
Markert	VIb	1							(2 Schreiben)						2 Gesch.	2 Gesang	2 Relig.	2 Schrb.	2 Relig. 4 Dtsch. 2 Gesch. 2 Schrb. 2 Zeichn.	2 Zeichn. 2 Gesang	
Laus	VIc	2	2 Turnen.		2 Gesang 2 Turnen.			2 Turn.		2 Gesang					2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichn.			2 Relig. 4 Dtsch. 5 Rechn.	
Traisbach													2 Turnen								
Jestädt			2 Stb. kathol. Relig.-Unterricht.				2 Stb. kathol. Relig.-Unterricht.														
Nau												2 Stb. kath. Rel.-Unterr.						2 Stb. kath. Rel.-Unterr.			
Stein										2 Stb. evang. Relig.-Unterricht.											
	Ordinarius von	Korrektoren	OI.	UIa.	UIb.	UIc.	IIa.	IIb.	IIIa.	IIIb.	IIIc.	IVa.	IVb.	IVc.	Va.	Vb.	Vc.	VIa.	VIb.	VIc.	Aufsicht.

C. Übersicht über die im Schuljahr 1891—92 erledigten Pensen.

Oberprima.

Ordinarius: O. L. Stern.

Religion. 2 Std. w. Inhalt und Zusammenhang der biblischen Bücher, Kirchengeschichte, evangelische Glaubenslehre, Noack § 1—127 und Anhang. Wiederholung des Katechismus, sowie der früher gelernten Psalmen und Kirchenlieder. Übersicht über die wichtigsten evangelischen Kirchenlieder, Noack § 129. Junghans.

Deutsch. 3 Std. w. Es wurden gelesen: Schillers Jungfrau von Orléans und Schillers Maria Stuart. Übung im freien Vortrag. Lebenslauf und Bedeutung der größten Dichter. Übersicht über die Hauptabschnitte der deutschen Dichtung. Das Wichtigste aus der Verslehre. Vortrag von Gedichten. Aufsätze. Zimmermann.

Themata der Jahresaufsätze: 1. Welche Vorzüge haben Binnenländer vor Küstenländern? — 2. Weshalb ist der Rhein der Lieblingsstrom der Deutschen? — 3. Mit welchen Schwierigkeiten hat der Reisende im Innern Afrikas zu kämpfen? — 4. In welcher Lage befand sich Frankreich, als die Jungfrau von Orléans auftrat. — 5. Geringes ist die Wiege des Großen. — 6. Undank ist der Welt Lohn. — 7. Die Leute auf der Straße. — 8. Der Schnee.

Abiturientenaufsatz Ostern 1891: Welchen Umständen ist der Sieg Friedrichs des Großen im siebenjährigen Krieg zuzuschreiben?

Französisch. 5 Std. w. Lektüre: Récits historiques par Guizot. Übungen im Erzählen und Sprechübungen im Anschluß an die Lektüre. Grammatik: Wiederholung der unregelmäßigen Zeitwörter, der Geschlechtswörter, Zahlwörter, Eigenschaftswörter, Umstandswörter, Fürwörter und der Hauptregeln aus der Syntax nach Ploetz Schulgrammatik. Schriftliche häusliche und Klassenarbeiten. Stern.

Englisch. 4 Std. w. Gelesen wurde: History of England by Goldsmith. Im Anschluß an den Lesestoff und an Zimmermanns Lehrbuch wurde die Grammatik wiederholt. Mündliche Übungen meist anknüpfend an den Lesestoff. Inhaltsangaben, Nacherzählen von Geschichten. Exercitien und Extemporalien. Feitel.

Geschichte. 2 Std. w. Neue deutsche, insbesondere die brandenburgisch-preußische Geschichte. Wiederholung der griech. u. röm. und der deutschen Geschichte bis zur Reformation nach Andrä. Seibt.

Geographie. 1 Std. w. Die fünf Weltteile nach Daniel. Wiederholung der mathematischen Geographie und der wichtigsten Verkehrswege. Seibt.

Mathematik. 6 Std. w. Algebraische Gleichungen vom ersten und zweiten Grade mit einer und mit mehreren Unbekannten. Arithmetische und geometrische Reihen. Zinseszins- und Rentenrechnung. Matthiessen, Übungsbuch. — Wiederholung und Erweiterung der Planimetrie. Trigonometrie und Stereometrie, letztere nach Fenkners Lehrbuch. Lösung von Aufgaben. Dr. Merkelbach.

Aufgaben bei der schriftlichen Abiturientenprüfung zu Ostern 1891. 1. Eine dreizifferige Zahl ist das 26fache ihrer Quersumme. Vertauscht man die beiden letzten Ziffern der Zahl, so wird sie um 9 größer. Dividiert man die aus den beiden ersten Ziffern gebildete Zahl durch die letzte Ziffer, so erhält man 5 zum Quotienten und 3 als Rest. Wie heißt die Zahl? — 2. Einen Rhombus aus einer Seite (a) und der Differenz der beiden Diagonalen ($e_1 - e$) zu zeichnen. — 3. Ein Dreieck zu berechnen aus einer Seite, der Differenz der ihr anliegenden Winkel und dem Radius des dem Dreieck umbeschriebenen Kreises $a = 597$, $\hat{\beta} - \hat{\gamma} = 5^0\ 41'\ 47''$, $r = 2025{,}05$. — 4. Die Oberfläche eines gleichseitigen Kegels ist 235,61 qcm. Wie groß ist die Seite eines gleichseitigen Cylinders, der mit diesem Kegel gleichen Rauminhalt hat?

Physik. 4 Std. w. Die Lehre vom Gleichgewicht und von der Bewegung fester, flüssiger und gasförmiger Körper. Die Lehre vom Licht. Wiederholung der Lehre vom Magnetismus, von der Elektrizität, von der Wärme und vom Schall. Lehrbuch von Koppe. Dr. Merkelbach.

Chemie. 2 Std. w. Die wichtigsten Metalle und Wiederholung der Metalloide nach Rüdorff. Dr. Merkelbach.

Zeichnen. Freihandzeichnen 2 Std. Ornamente, Köpfe und Figuren nach Gypsvorlagen. — Linearzeichnen. 1 Std. w. Darstellung des Punktes, der Linie, der Ebene und verschiedener geometrischer Körper, Netze der Körper und Konstruktion des Schlagschattens. Müller.

Unterprima.

Ordinarius von a: O. L. Feitel, von b: Ord. L. Zimmermann, von c: O. L. Dr. Hasselbaum.

Religion. 2 Std. w. Inhalt und Zusammenhang der biblischen Bücher. Das Wichtigste aus der Kirchengeschichte bis zum westphälischen Frieden, Noack § 1—90. Evangelische Glaubenslehre, Noack § 96—128. Wiederholung des Katechismus, des Kirchenjahres und einer Anzahl von Psalmen und Liedern. Junghans.

Deutsch. 3 Std. w. Es wurden gelesen in den 3 Cöten Schillers Wilhelm Tell und Lessings Minna von Barnhelm; ferner eine Auswahl von Schillers und Goethes Gedichten. Vortrag von auswendig gelernten Gedichten aus Hopf und Paulsiek, II. Teil. Das Leben und die Hauptwerke der größten Dichter. Das Nötigste aus der Verslehre. Übung im freien Vortrag. Aufsätze. Bethge. Zimmermann. Bethge.

Themata zu den Aufsätzen in U Ia: 1. Die weltgeschichtliche Bedeutung des mittelländischen Meeres. — 2. Eile mit Weile. — 3. Die oberrheinische Tiefebene. — 4. Der Anfang des Herbstes (Klassenaufsatz). — 5. Inhaltsangabe der Rütliscene in Schillers Tell. — 6. Wo rohe Kräfte sinnlos walten, da kann sich kein Gebild gestalten (Klassenaufsatz). — 7. Charakter des Majors von Tellheim (Klassenaufsatz). — 8. Eine Eingabe an eine Behörde. — In U Ib: 1. Welchen Nutzen und welche Annehmlichkeiten gewährt uns der Wald? — 2. Welche Pflichten haben wir gegen die Tiere? — 3. Welche Schätze spendet uns das Innere der Erde? — 4. Das Kameel als Schiff der Wüste (Klassenaufsatz). — 5. Weshalb führt Lessing in sein Drama „Minna von Barnhelm" die Person Riccauts de la Marlinière ein?. — 6. Der Glockenguß. — 7. Der Blitzableiter. — 8. Eine Eingabe. — In U Ic: 1. Der Nutzen der Schiffahrt. — 2. Die Folgen der Kreuzzüge. — 3. Mut und Tollkühnheit — 4. Inhaltsangabe von Schillers Gedicht: „Der Taucher" (Klassenaufsatz). — 5. Die Vorfabel zu Lessings „Minna von Barnhelm". — 6. Gesuch nebst Lebenslauf. — 7. Charakteristik Tells (Klassenaufsatz). — 8. Ans Vaterland, ans teure, schließ Dich an!

Französisch. 5 Std. w. Gelesen wurde in U Ia: »Expédition d'Egypte par Thiers«, in U Ib: »Histoire d'un Conscrit« par Erckmann-Chatrian, in U Ic: »Histoire de la seconde Guerre punique« par Rollin und »La Joie fait Peur« par Girardin. Im Anschluß an die Lektüre Übung im Sprechen und in Umarbeitung von gelesenen französischen Texten. Nacherzählen von vorgelesenen oder erzählten Geschichten. Vortrag von auswendig gelernten Gedichten. Teilweise Wiederholung des grammatischen Pensums. Syntax der Fürwörter, des Zeitworts und einiger Bindewörter. Die Grammatik wurde im Anschluß an die Lektüre und unter Benutzung der Schulgrammatik von Ploetz durchgenommen. Exerzitien und Extemporalien. Feitel. Zimmermann. Dr. Hasselbaum.

Englisch. 4 Std. w. Gelesen wurde in a: The children of the new Forest by Marryat, in b: The three cutters by Marryat, in c: The Pathfinder by Cooper und Stücke aus dem englischen Lesebuche von Lüdecking, I. Teil. Grammatik im Anschluß an den Lesestoff und an Zimmermann, Lekt. 29—54. Wiederholung des früher durchgenommenen grammatischen Stoffes. Sprechübungen im Anschluß an das Gelesene und vorerzählte Geschichten. Auswendiglernen von Gedichten. Exerzitien und Extemporalien. Meinhoff. (Boekholt.) Stern. Zimmermann.

Geschichte. 2 Std. w. Neueste Geschichte von 1789 bis zum Regierungsantritt Kaiser Wilhelm II. nach Andrä § 121—150. Wiederholung der deutschen Geschichte bis 1789. Seibt.

Geographie. 1 Std. w. Mitteleuropa nach Daniel. Das Wichtigste der mathematischen Geographie. Seibt.

Mathematik. 1) Arithmetik: 2 Std. w. Gleichungen vom ersten Grade mit einer und mehreren Unbekannten, einfache quadratische Gleichungen. Aufgaben nach Matthiessen. Dr. Ackermann. Dr. Völker. Dr. Knabe. 2) Geometrie: 2 Std. w. Wiederholung aus der Planimetrie, Konstruktionen

(Uth, Leitfaden). Stereometrie (Fenkner, Lehrbuch der Raumgeometrie). Dr. Merkelbach. Dr. Wetzell. Dr. Wetzell. 3) Trigonometrie, 1 Std. w. Goniometrie, Berechnung des rechtwinkligen und schiefwinkligen Dreiecks aus Seiten und Winkeln (Schlömilchs fünfstellige Tafeln). Dr. Ackermann. Dr. Ackermann. Dr. Merkelbach.

Physik. 4 Std. w. Allgemeine Eigenschaften der Körper. Die Lehre von dem Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und dem Schall (Koppe, Anfangsgründe der Physik, Abschnitt 1, 6, 7, 8, 10). Dr. Knabe. Dr. Fennel. Gally.

Chemie. 2 St. w. Die Metalloide nach Rüdorff. Siegel. Siegel. Dr. Merkelbach.

Naturbeschreibung. 2 Std. w. 1) Botanik: Wiederholung und Erweiterung der Aufgaben von Sekunda, innerer Bau der Pflanzen und die wichtigsten Erscheinungen aus dem Leben der Pflanzen. 2) Zoologie: Ausführliche Besprechung der Säugetiere. Übersichtliche Darstellung der übrigen Wirbel- und der Gliedertierklassen. Bau des menschlichen Körpers mit Benutzung von anatomischen Tafeln und Gypsmodellen. Gesundheitspflege. 3) Mineralogie: Die wichtigsten Krystallformen mit Belegen von Mineralien nach Schilling. Dr. Völker.

Zeichnen. 2 Std. w. Ornamente nach Gypsvorlagen. Müller.

Sekunda.

Ordinarius in a im Sommer: Dr. Meinhoff, im Winter: Boekholt; in b: O. L. Junghans.

Religion. 2 Std. w. Inhalt der Bücher des alten und neuen Testaments (Noack § 1—45). Erklärendes Lesen biblischer Abschnitte, und zwar aus dem A. T. messianische Weissagungen, aus dem N. T. die Apostelgeschichte. Kirchengeschichte bis zur Reformation (Noack § 46—73). Wiederholung mehrerer Kirchenlieder und des Katechismus nebst Sprüchen. Auswendig gelernt wurden mehrere Kirchenlieder und Psalmen. Dr. Hasselbaum. Bachmann.

Deutsch. 3 Std. w. Gelesen wurden Stücke aus Hopf und Paulsiek. Vortragen von auswendig gelernten Gedichten. Das Wichtigste aus der Verslehre. Wiederholung der Grammatik nach Bohm und Steinert. Anleitung zum Disponieren und Aufsätze. Dr. Meinhoff (Boekholt). Bethge.

Themata zu den Aufsätzen in **II a**: 1. Der Nutzen des Wassers. — 2. Gliederung des Gedichtes „Der Kampf mit dem Drachen. — 3. Die Kapelle auf Rhodus (nach Schillers „Kampf mit dem Drachen"). — 4. Frühlingslied von J. Mosen. (Auswendig niedergeschrieben.) — 5. Der Szekler Landtag. (Klassenaufsatz.) — 6. Ein Gesuch nebst Lebenslauf. — 7. Die Bemühungen des großen Kurfürsten um die Wohlfahrt seines Landes. — 8. Ein Blick auf die Umgegend Kassels von der Schönen Aussicht aus. — 9. Die Liebe des Volkes zu seinem Fürsten dargestellt nach Grün „Die Martinswand" und Uhland „Der Überfall im Wildbad". — 10. Die Bedeutung der Ströme für die Menschheit. — 11. Friedrich Wilhelm I. (Klassenaufsatz) — 12. Welche Freuden und Gaben bringt uns der Wechsel der Jahreszeiten? — **II b**: 1. Welchen Nutzen gewährt uns der Wald? — 2. Gliederung des Gedichtes: „Der Kampf mit dem Drachen". — 3. Die Kapelle auf Rhodus (nach Schillers Gedicht: „Der Kampf mit dem Drachen") — 4. Der Sänger. (Auswendig niedergeschrieben.) — 5. Die Seefahrt, ein Bild des menschlichen Lebens. — 6. Inhaltsangabe von Schillers Gedicht: „Die Bürgschaft". (Klassenaufsatz.) — 7. Die Folgen des 30jährigen Krieges für Deutschland. — 8. Rom ist nicht in einem Tage erbaut worden. (Klassenaufsatz.) — 9. Der Habichtswald. — 10. Der Kaiser Maximilian vor Kufstein (nach A. Grün). — 11. Ein Gesuch nebst Lebenslauf. — 12. Freuden und Leiden des Winters. (Klassenaufsatz.)

Französisch. 6 Std. w. Gelesen wurde in a: Vier Erzählungen aus „Contes populaires" und „Contes des bords du Rhin" von Erckmann-Chatrian, in b: größere Stücke aus Lüdecking, Teil I und II. Sprechübungen und Übungen im Wiedergeben des Inhalts. Auswendiglernen einiger Gedichte aus Lüdecking. Grammatik im Anschluß an den Lesestoff und die Schulgrammatik von Ploetz, Lect. 46—69. Schriftliche, häusliche und Klassenarbeiten. Inhaltsangaben, Wiedergeben von Vorerzähltem, Diktate, Übersetzungen ins Französische. Dr. Meinhoff (Boekholt). Junghans.

Englisch. 5 Std. w. Gelesen wurden größere Stücke aus Lüdecking, Teil I. Sprechübungen und Übungen im Wiedergeben des Inhaltes. Zahlreiche kurze Erzählungen wurden zur Übung des Gehörs

erzählt. Auswendiglernen einiger Gedichte. Die Formenlehre in Verbindung mit den einfacheren Erscheinungen der Satzlehre im Anschluß an den Lesestoff und an Zimmermanns Lehrbuch Lect. 1—28. Schriftliche, häusliche und Klassenarbeiten wie im Französischen. Dr. Bächt. Bachmann.

Geschichte. 2 Std. w. Deutsche Geschichte von 1555—1789. Griechische und Römische Geschichte nach Andrä § 15—60 nebst der Geographie von Altgriechenland und Altitalien. Seibt. Junghans.

Geographie. 2 Std. w. Die Staaten Europas (mit Ausschluß des deutschen Reiches) nebst ihren außereuropäischen Besitzungen. Die wichtigsten Verkehrswege. Nach Daniel. Seibt. Junghans.

Mathematik. 1) Arithmetik. 3 Std. w. Die Lehre von den Potenzen, Wurzeln und Logarithmen. Aufgabensammlung von Matthiessen, Tafeln 5stelliger Logarithmen von Schlömilch. Dr. Merkelbach. Dr. Völker. 2) Geometrie. 3 Std. w. Fortsetzung der Lehre vom Kreis. Die Lehre von der Gleichheit und Ähnlichkeit. Berechnung geradliniger Figuren und des Kreises. Konstruktionsaufgaben (Uth, Leitfaden). Dr. Knabe. Dr. Wetzell.

Naturbeschreibung. 2 Std. w. Zoologie: Die wichtigsten Ordnungen der Insekten. Botanik: Das Linnésche System. Die wichtigsten Familien der einheimischen Pflanzenwelt. Mineralogie: Beschreibung von Hauptvertretern der Mineralordnungen nach Schilling. Dr. Wetzell.

Zeichnen. 2 Std. w. Perspektivisches Zeichnen nach Drahtmodellen, Vollkörpern und kunstgewerblichen Gegenständen. Plastische Ausführungen nach einfachen Gypsmodellen. Müller.

Tertia.

Ordinarius von a: Dr. Fennel, von b: Dr. Bächt, von c: Bachmann.

Religion. 2 Std. w. Messianische und prophetische Stellen des A. T. Psalmen. Das Leben Jesu nach den vier Evangelien, mit besonderer Berücksichtigung des Matthäus. Wiederholung des Katechismus. Einprägung des vierten und fünften Hauptstückes. Kirchenlieder. Bachmann. Bachmann. Dr. Hasselbaum.

Deutsch. 3 Std. w. Lesen, Erklären und Wiedererzählen von Lesestücken und Gedichten aus Hopf und Paulsiek, Teil II, Abt. 1. Übungen im Vortrag auswendig gelernter Gedichte. Wiederholung der in V und IV gelernten Gedichte. Wort- und Satzlehre nach Bohm und Steinert. Aufsätze. Feitel. Dr. Bächt. Heuser.

Französisch. 6 Std. w. Wiederholung des Lehrstoffes der früheren Klassen. Gelesen wurden ausgewählte Stücke aus Lüdeckings Lesebuch, Teil I. Abschnitte 2, 4 Anwendung von avoir und être, rückbezügliche und unpersönliche Zeitwörter, Formenlehre des Hauptwortes, Eigenschaftswortes, Zahlwortes und Umstandswortes, Satzbau und Wortfolge nach der Schulgrammatik von Ploetz, Abschnitte I—V. Sprechübungen im Anschlusse an die Hölzelschen Anschauungsbilder. Übungen im Wiedergeben des Inhaltes, Wiedererzählen kleinerer vorgelesener Geschichten. Auswendiglernen von Gedichten und Wörtern. Die schriftlichen Arbeiten bestanden in Übersetzungen aus dem Deutschen, Beantwortung von Fragen über Gelesenes, Niederschrift selbst gebildeter Fragen. Umarbeitungen des Gelesenen und Diktaten. Bachmann u. Stern. Dr. Bächt. Feitel.

Englisch. 5 Std. w. Eine größere Zahl von Lesestücken aus Zimmermanns Lehrbuch der englischen Sprache und Lüdeckings englischem Lesebuch (Teil I) wurde durchgenommen und im Anschluß hieran der in Zimmermann (Teil I) enthaltene grammatische Stoff eingeübt. Auswendiglernen einiger Gedichte und Erzählungen. Gehör- und Sprechübungen in Anlehnung an die Lesestücke. In a wurde das Hölzelsche Anschauungsbild „der Winter" durchgenommen. Die schriftlichen Arbeiten (häusliche und Klassenarbeiten) bestanden in Diktaten, Umbildungen von Gelesenem, Uebersetzungen aus dem Deutschen. Heuser. Zimmermann. Bachmann.

Geschichte. 2 Std. w. Geschichte des Mittelalters und der Neuzeit bis 1555, Andrä § 61—96. Bethge. Zimmermann. Zimmermann.

Geographie. 2 Std. w. Die Geographie von Deutschland nach Daniel. § 85–101. Mitteilungen aus der mathematischen Geographie, Daniel § 1—10. Bethge. Gally. Bethge.

Mathematik. 1) Arithmetik. 2 Std. w. Buchstabenrechnung bis zur Addition und Subtraktion ungleichnamiger Brüche einschl. (Aufgabensammlung von Matthiessen, § 1–18). 2) Rechnen. 1 Std. w. Wiederholung und Erweiterung des Lehrstoffes der Quarta. Aufgabensammlung von Harms und Kallius. 3) Geometrie. 3 Std. w. Die Lehre vom Dreieck und Viereck (Uth, § 6—16) und vom Kreis (Uth, § 28—39). Zahlreiche Konstruktionsaufgaben. Dr. Fennel. Credé. Dr. Fennel u. Siegel.

Naturbeschreibung. 2 Std. w 1) Botanik: Beschreibung einheimischer Pflanzen. Das Linnésche System und die Grundzüge eines natürlichen Systems, Einreihen der beschriebenen Pflanzen in das letztere. 2) Zoologie: Die wichtigsten Klassen der Wirbeltiere nach Schilling. Dr. Fennel.

Zeichnen. 2 Std. w. Farbenlehre in Verbindung mit Ausführungen farbiger Ornamente. Müller.

Quarta.

Ordinarius von a: Gally, von b: Dr. Knabe, von c. Credé.

Religion. 2 Std. w. Wiederholung des 1. und 2. Hauptstücks, Erklärung und Einprägung des 3. Hauptstücks. Aus der bibl. Geschichte: Die Zeit nach der Teilung des Reiches Israel und die Zeit der Apostel nach Preuß. Erweiterung der Bibelkunde. Auswendiglernen von Bibelsprüchen, Kirchenliedern und Psalmen, sowie Wiederholung der in Sexta gelernten Lieder und Psalmen. Das christliche Kirchenjahr. Geographie von Palästina, soweit sie zum Verständnis des Unterrichtstoffes nötig ist. Junghans. Bach. Bach.

Deutsch. 4 Std. w. Lesen und Erklären von Lesestücken und Gedichten aus Hopf und Paulsiek, I. Teil, 3. Abteilung, mit Übungen im Wiedergeben des Inhalts. Vortrag auswendig gelernter Gedichte. Grammatik: Die Wortarten, der einfache und der erweiterte Satz, sowie eine Übersicht über die gewöhnlichen Arten des zusammengesetzten Satzes nach Bohm und Steinert. Grammatische Übungen und Übungen in der Rechtschreibung. Diktate. Aufsätze beschreibenden und erzählenden Inhalts, z. T. in Form von Briefen. Dr. Knabe. Dr. Lehmann. Credé.

Französisch. 8 Std. w. Einübung der unregelmäßigen Zeitwörter nach Ploetz, Schulgrammatik Lect. 1—23 und im Anschluß an Lesestücke und Gedichte. Regelmäßige Sprechübungen, mündliche Wiedergabe eingeübter Lesestücke. Auswendiglernen von Gedichten. Auswendiglernen von Vokabeln. Wiederholung des Quintapensums. Durchnahme je eines Anschauungsbildes. Wöchentlich eine schriftliche Arbeit, Hausarbeit oder Klassenarbeit. Diktate, Übersetzungen ins Französische, freie Wiedergabe gelesener Stücke. Dr. Hasselbaum. Heuser. Dr. Lehmann u. Dr. Meinhoff (Bockholt).

Geschichte. 2 Std. w. Geschichte der Griechen und Römer nach Andrä §§ 22—52. Dr. Knabe. Dr. Knabe. Zimmermann.

Geographie. 2 Std. w. Die außereuropäischen Erdteile. Kartenzeichnen. Grün. Dr. Lehmann. Grün.

Mathematik. 1) Rechnen. 4 Std. w. Wiederholung der Bruchrechnung. Dezimalbrüche, Prozent-, Gesellschafts- und Mischungsrechnung. Harms und Kallius § 36 bis § 41 u. § 43. — 2) Geometrie. 2 Std. w. Die Anfangsgründe der Geometrie. Das gleichschenklige Dreieck. Der erste, zweite und vierte Kongruenzsatz. Gally. Dr. Knabe. Credé.

Naturbeschreibung. 2 Std. w. Pflanzenbeschreibung. Einreihen der beschriebenen Pflanzen in das Linnésche System. Beschreibung von Gliedertieren unter Berücksichtigung der systematischen Anordnung. Gally. Gally. Credé.

Zeichnen. 2 Std. w. Stilisierte Blattformen. Rankenformen (Schlangenlinie, Wellenlinie, Spirale und Schnecke). Verbindung derselben zu einfachen Zierformen. Akanthusblatt und Palmette. Müller.

Quinta.

Ordinarius von a: Bach, b: Bethge, c: Siegel.

Religion. 2 Std. w. Biblische Geschichte des N. T. bis zur Ausgießung des heiligen Geistes nach Preuß. Wiederholung des ersten Hauptstückes und der in Sexta gelernten Kirchenlieder, ferner das zweite Hauptstück mit Bibelsprüchen und zwei Kirchenlieder. Bach. Grün. Markert.

Deutsch. 4 Std. w. Lesen und Erklären von Lesestücken und Gedichten. Auswendiglernen und Vortragen von Gedichten aus dem Lesebuch von Hopf u. Paulsiek, I. Teil, 2. Abteilung. Wortarten und Lehre vom einfachen Satze nach Bohm u. Steinert. Aufsätze. Wiedergeben von Erzählungen und Beschreibungen. Übungen in der Rechtschreibung. Dr Lehmann. Bethge. Seibt.

Französisch. 8 Std. w. Aus dem Anhang der Ploetzschen Elementargrammatik und aus den Vorübungen in Lüdeckings franz. Lesebuch, Teil I, wurden eine Anzahl von Lesestücken und Lekt. 61—104 des 2. Teiles der Elementargrammatik von Ploetz durchgenommen. Auswendiglernen einiger Gedichte und in Anlehnung an die Lesestücke regelmäßige Sprechübungen. Wiederholung des in Sexta durchgenommenen grammatischen Stoffes. Wöchentlich eine schriftliche, häusliche oder Klassenarbeit. Bach. Heuser. Dr. Meinhoff.

Geschichte. 1 Std. w. Sagen und die wichtigsten Begebenheiten aus der griechischen und römischen Geschichte. Markert. Bethge. Junghans.

Geographie. 2 Std. w. Wiederholung des Unterrichtsstoffes der Sexta. Europa nach Daniel. Bachmann. Bethge. Junghans.

Mathematik. 1) Rechnen. 5 Std. w. Teilbarkeit der Zahlen. Die Bruchrechnung. Leichtere Regeldetri-Aufgaben, Harms u. Kallius, § 23 — § 33. Gally. Dr. Wetzell. Siegel. — 2) Geometrisches Zeichnen. 1 Std. w. Linien, Winkel und geometrische Figuren. Messen und Schätzen von Strecken und Winkeln. Anfertigung einfacher Körper aus Pappe. Dr. Wetzell. Dr. Wetzell. Dr. Völker.

Naturbeschreibung. 2 Std. w. Im Sommer: Beschreibung von 25—30 in ihrem Bau einfachen, einheimischen Pflanzen. Einübung der nötigsten botanischen Kunstausdrücke. Im Winter: Beschreibung von Tieren, besonders von ungefähr 20 in dem Anschauungskreis der Schüler liegenden Reptilien, Amphibien und Fischen. Übungen im Vergleichen der Arten. Dr. Völker. Dr. Wetzell. Siegel.

Zeichnen. 2 Std. w. Die gebogene Linie, Kreis und Ellipse. Rosetten und stilisierte Blattformen mit geometrischer Grundlage Laus.

Sexta.

Ordinarius von a: Grün, von b: Markert, von c: Laus.

Religion. 3 Std. w. Die alttestamentliche Geschichte bis zur Teilung des Reiches nach Preuß. Das erste Hauptstück mit passenden Bibelsprüchen. Vier Kirchenlieder und ein Psalm. Grün. Markert. Laus.

Deutsch. 4 Std. w. Ausgewählte Stücke aus Hopf u. Paulsiek für Sexta. Übung im Vortrag gelernter Gedichte. Begriffswörter, Deklination des Hauptwortes, Konjugation des Thätigkeitswortes und Steigerung des Eigenschaftswortes. Der nackte einfache Satz und seine Bestandteile. Schriftliche, grammatische und orthographische Übungen und Diktate. Credé. Markert. Laus.

Französisch. 8 Std. w. Die Lektionen der Ploetz'schen Elementargrammatik 1—60. Lesestücke mannigfacher Art und die Besprechung von einzelnen Hölzel'schen Bildern dienten zur Befestigung des grammatischen Stoffes und zur Anstellung von Sprechübungen. Einige Gedichtchen und Lieder wurden gelernt und gesungen. Die schriftlichen Arbeiten lehnten sich an den Lesestoff an. Stern. Bächt. Bach.

Geschichte. 1 Std. w. Wie im vorigen Jahre deutsche Sagen und einige Bilder aus der deutschen Geschichte. Bethge. Markert. Credé.

Geographie. 2 Std. w. Heimatsprovinz. Deutschland. Die wichtigsten geograph. Begriffe. Grün. Bachmann. Dr. Völker.

Rechnen. 5 Std. w. Wiederholung der vier Grundrechnungsarten mit unbenannten Zahlen. Zerlegen der Zahlen bis 100 in die kleinsten Faktoren. Kenntnis der deutschen Münzen, Maße und Gewichte. Sortenverwandlung. Die vier Grundrechnungsarten mit mehrfach benannten Zahlen. Zeitrechnung. Harms u. Kallius, § 1 bis § 16. Grün. Dr. Völker. Laus.

Naturbeschreibung. 2 Std. w. Im Sommer: Beschreibung von Pflanzen. Im Winter: Beschreibung von Säugetieren und Vögeln. Dr. Fennel. Dr. Fennel. Dr. Wetzell.

Zeichnen. 2 Std. w. Die gerade Linie in ihren verschiedenen Lagen, Teilung der Strecken, Größe und Teilung der Winkel. Viereck, Achteck, Dreieck und Sechseck mit Schraffirübungen. Dr. Wetzell. Markert. Markert.

Während des Konfirmandenunterrichts waren von den 104 Konfirmanden von dem Religionsunterricht der Schule dispensirt 12 evangelische und 2 katholische Schüler.

Der kombinirte katholische Religionsunterricht für die Schüler des Realgymnasiums und der beiden Realschulen wurde in 4 Abteilungen erteilt: Abteilung I. 2 Std. w. Die Sittenlehre und die Kirchengeschichte mit Auswahl nach dem Leitfaden von Dreher. Jestädt. — Abteilung II. 2 Std. w. Die Sittenlehre mit Auswahl und das Kirchenjahr nach Drehers Leitfaden. Abriß der Kirchengeschichte nach dem Katechismus. Daneben Wiederholung des II. Hauptstückes: Von den Geboten aus dem Katechismus. Jestädt. — Abteilung III. 2 Std. w. Die biblischen Geschichten des neuen Testamentes nach Dr. Schuster. II. Hauptstück: von den Geboten Gottes und den Geboten der Kirche; III. Hauptstück: von den hl. Sakramenten und dem Gebete, nach dem großen Katechismus für das Bistum Fulda. — Abteilung IV. 2 Std. w. Die biblischen Geschichten des neuen Testamentes mit Auswahl. Das II. und III. Hauptstück mit Auslassung der mit einem Kreuze bezeichneten Fragen. Nau.

Der Religionsunterricht für die israelitischen Schüler der beiden Realschulen wurde in 2 Stunden wöchentlich erteilt. Biblische Geschichte. Von der Teilung des Reiches Israel bis zum Untergang desselben. Ausgewählte Geschichten aus dem 1. Buche Mosis. Systematische Religionslehre: Die Zehn Gebote und die Pflichtenlehre. — Fortgesetzte Übertragung von Psalmen und Gebeten aus dem Hebräischen ins Deutsche. Zu Grunde lagen des Lehrers „Glaubens- und Pflichtenlehre", sowie dessen „Biblische und nachbiblische Geschichte". Dr. Stein..

Technischer Unterricht.

a) Zeichnen: Siehe oben bei den einzelnen Klassen. Von dem Zeichnen waren zeitweilig 2 Schüler auf Grund ärztlicher Zeugnisse befreit, und zwar wegen nervösen Leidens des rechten Armes, bezw. der Hand.

b) Turnen je 2 Std. w. In VI und V einfache Freiübungen (auch mit den Holzstäben) und Marsch- nebst Laufübungen, leichte Auf- und Abmärsche; Gemeinturnen am Reck, Barren, Bock, an den wagrechten Leitern, an den Stangen, Tauen und Schwebelatten; Freispringen; Steigübungen und Schwungseilübungen; Spiele und ein Reigen.

In IV und III schwierigere Freiübungen (auch mit Hanteln) und Marsch- nebst Laufübungen, gefällige Auf- und Abmärsche, Neben-, Vor- und Hinterreihen; Gemeinturnen wie in VI. und V., aber mit Entwickelung zusammenhängender Übungsgruppen, dazu Übungen am Pferd und der Tiefsprungtreppe; Spiele und ein Reigen.

In II und I zusammengesetzte Freiübungen, sowie Hantel- und Eisenstabübungen; Auf- und Abmärsche, Marschübungen mit Wendungen und Reihungen; Gemein- und Riegenturnen an allen Geräten, auch an dem Sturmlaufbrett und den Ringen; Stabhochspringen.

Betreffs der Turnfahrten giebt die unter III S. 15 folgende Übersicht Auskunft.

Befreit, und zwar auf Grund ärztlicher Bescheinigung bezw. eines notorischen Gebrechens, waren für das ganze Schuljahr 22, für den Sommer 9, für das Winterhalbjahr 14, für wenige Wochen 5 Schüler.

Der Turnunterricht wurde in II Abteilungen erteilt: 1. OI und UIa: Laus; 2. UIb und c: Laus; 3. IIa: Laus; 4. IIb: Grün; 5. IIIa und b: Grün; 6. IIIc: Grün; 7. IVa: Dr. Völker; 8. IVb und c: Traisbach; 6. Va und b: Dr. Fennel; 10. Vc und VIa: Dr. Völker; 11. VIb und c: Dr. Fennel.

c) Gesang. Der Chor, gebildet im Sommer von 250, im Winter von 178 Schülern aus den Klassen OI—V, übte vierstimmige Volkslieder, Choräle und Motetten, außerdem wurden einstimmige Volkslieder und Choräle wiederholt. An letzteren Übungen nahmen weitere 40 Schüler aus OI—III teil, bei denen der Stimmwechsel nur in leichter Form auftrat. 4 Std. w. Laus. IV—VI. Einübungen von Chorälen und ein- und mehrstimmigen Volksliedern. Notenlesen. Stimmübung. 2 Std. w. In IVa und b: Bach; IVc und Va: Grün; Vb: Markert; Vc: Grün; VIa und b: Grün; VIc: Markert.

Dispensirt vom Klassengesangunterricht waren im ganzen 53 Schüler, hierunter 12 wegen Erkrankung der Stimmorgane und wegen allgemeiner Gesundheitsrücksichten, 28 wegen Mutirens, 13 wegen gänzlichen Stimmmangels.

Schreiben. Sexta 2 Std. w. Das kleine und große Alphabet der deutschen und lateinischen Schrift, Wörter, einfache Sätze, Ziffern. Markert. Markert. Grün.

Quinta 2 Std. w. Wie Sexta, dann auch mehrzeilige Sätze (Stoff aus der Geschichte, Geographie und Naturgeschichte). Deutsche und römische Ziffern. Jäger.

Quarta 2 Std. w. Ein- und mehrzeilige Sätze wie in vorhergehender Klasse. Im Winterhalbjahr auch Abschreiben von Vorlagen (Stoff aus dem Geschäftsleben, als Quittungen, Schuldscheine, Reverse ꝛc.). Rundschrift und andere Zierschriften. Jäger.

Tertia, Sekunda und Prima 1 Std. w. Für die Schüler, welche im Schreiben nicht vollständig Genügendes leisten. Mannigfaltige Übungen, besonders Abschreiben von Vorlagen (Stoff aus dem geschäftlichen Leben: Scheine, Anweisungen, Wechsel, kleine Briefe). In III: Markert; in II u. I: Jäger.

II. Auswahl aus den Verfügungen der vorgesetzten Behörde.

1. Das **Königliche Provinzial-Schulkollegium** übersendet mit Verf. vom 28. I. 91 ein Exemplar der „Dienstanweisung für die Behandlung der äußeren Dienstgeschäfte der Direktoren ꝛc. ꝛc."
2. 14. März. Die von den städtischen Behörden auf Antrag der beiden beteiligten Direktoren beschlossene Bezeichnung: „Realschule in der Hedwigstraße" und „Neue Realschule" wird genehmigt.
3. 31. März. Auf ein modellirtes Relief von Olympia wird aufmerksam gemacht.
4. 8. April. Für die Lehrerbibliothek wird 1 Ex. von „Uhlig, Stundenpläne ꝛc." als Geschenk des Herrn Ministers übersandt.
5. 23. April. Der Direktor wird ermächtigt, die Lehrer, welche an der für den 6. Mai zu Biebrich angesetzten 16. Generalvers. des Vereins von Lehreren höh. Lehranstalten unserer Provinz teilnehmen wollen, für diesen Tag zu beurlauben und ihre Unterrichtsstunden ausfallen zu lassen.
6. 5. Mai. Diejenigen Lehrer, welche an der in der Pfingstwoche vom 20. bis 23. Mai zu München tagenden 41. Philologenversammlung teilzunehmen wünschen, sind zu diesem Zwecke zu beurlauben, sofern dies ohne Nachteil für den Unterricht geschehen kann.

7. 6. Mai. Ein Schreiben der Schatull-Verwaltung des Kaisers und Königs vom 7. Jan. wird mitgeteilt, demzufolge Seine Majestät der König-Wilhelm-Stiftung für erwachsene Beamtentöchter einen jährlichen Beitrag von 500 Mark bewilligt habe.
8. 22. Mai. Ein Ministerialerlaß macht die Befolgung der von fachmännischer Seite empfohlenen Maßregeln gegen Verbreitung der Schwindsucht zur Pflicht. Das Königliche Provinzial-Schulkollegium betont in der Begleitverfügung, daß es sich nicht empfehle, ohne dringende Gründe die Schulräume, insbesondere Aula und Turnhalle, zu anderen als Unterrichtszwecken herzugeben. Zugleich wird Bericht darüber gefordert, ob bei Gestattung der Benutzung der Schulräume durch Fremde die Bedingung zu stellen sei, daß nach jedem Gebrauch eine gründliche Reinigung stattzufinden habe.
9. 23. Mai. Eine mit der Oberprima vorzunehmende zweitägige Turnfahrt nach dem Thüringerwald wird genehmigt.
10. 2. Juni. Gegenstände des Artillerie- und Waffenwesens betr.
11. 1. September. Mit Rücksicht auf die Anwesenheit Seiner **Majestät** des **Kaisers** in hiesiger Stadt wird Sonnabend den 12. Sept. der Unterricht ausgesetzt.
12. 3. September. Der von dem Direktor nachgesuchte einhalbjährige Urlaub für den ord. Lehrer Dr. Meinhoff zu einer Studienreise nach Frankreich wird genehmigt, ebenso die vorgeschlagene Vertretung durch Boekholt.
13. 22. September wird eine Ministerialverfügung von dem gleichen Tage übersandt, wonach auf Allerhöchsten Befehl aus Anlaß der 100jährigen Wiederkehr des Geburtstages Theodor Körner's in allen Schulen des Landes eine Feier zu veranstalten sei.
14. 6. October. Mitteilung einer Verf. des Herrn Minsters, die sich auf die dauernde Anlage von Anstaltskapitalien bezieht.
15. 8. October. Übersendung der Statuten und der Zeitschrift der von dem Direktor der Kgl. Sternwarte zu Berlin Geh. Rath Dr. Förster ins Leben gerufenen Vereinigung von Freunden der Astronomie und kosmischen Physik.
16. 19. October. Anfrage, ob die allgemein bevorstehende Trennung der Tertien und Sekunden eine Vermehrung der Lehrkräfte nötig mache.
17. 23. Nov. Der Herr Minister hat von dem Berichte des diesseitigen Königlichen Provinzial-Schulkollegiums über die französischen und englischen Vorlesungen, welche im vorigen Winter hier stattgefunden, mit Interesse Kenntnis genommen und spricht seine Befriedigung darüber aus, daß auch für den Winter 91—92 ähnliche Vorlesungen in Aussicht genommen sind.
18. 11. Januar 92. Im Auftrage des Herrn Ministers wird die Anschaffung der von Allerhöchster Stelle empfohlenen Schrift: „Die That des Arminius. Von F. Wolf" veranlaßt.
19. 12. Januar. Abschrift der durch Königlichen Erlaß vom 1. Dezember 1891 genehmigten neuen Bestimmungen betr. das Berechtigungswesen der höheren preußischen Lehranstalten.
20. 12. Januar. Ein Ministerial-Erlaß vom 24. Dez. 1891 macht zur Pflicht, mit Strenge auf gehörige Lüftung und gründliche Sauberkeit der Turnhallen zu sehen.
21. 25. Januar. Verfügung des Herrn Ministers vom 15. Januar, wonach der Montag nach den Ferien als Reisetag freizuhalten und der Schulanfang auf Dienstag zu verlegen sei, jedoch ohne dadurch die Gesamtdauer der Ferien zu ändern. Das K. Pr. Sch.-K. fordert geeignete Vorschläge für eine dementsprechende neue Ferienordnung ein.
22. Abschrift der Min.-Verf. v. 12. Februar, wonach mit denjenigen Unterprimanern, welche zu Ostern in den Subalterndienst eintreten wollen, v. 1. April d. J. ab nach Maßgabe der Bestimmungen der Abschlußprüfung vom 6. Januar d. J. eine Prüfung abgehalten werde.

III. Chronik der Realschule.

A. Das Lehrerkollegium.

In der Zusammensetzung des Lehrkörpers ist in diesem Berichtsjahre keine wesentliche Veränderung eingetreten. Er bestand aus

1. Dr. Ackermann, Direktor.
2. Feitel, Oberlehrer.
3. Stern, „
4. Dr. Hasselbaum, „
5. Seibt, „
6. Junghans, „
7. Credé, ordentl. Lehrer.
8. Dr. Merkelbach, „
9. Zimmermann, „
10. Dr. Wetzell, „
11. Dr. Bächt, „
12. Dr. Meinhoff, „
13. Dr. Lehmann, „
14. Dr. Knabe, „
15. Bachmann, „
16. Dr. Fennel, „
17. Dr. Völker, ordentl. Lehrer.
18. Gally,
19. Heuser, wissenschaftl. Hilfslehrer.
20. Boekholt, „ „
21. Bethge, „ „
22. Siegel, „ „
23. Jäger, Schreiblehrer,
24. Müller, Zeichenlehrer.
25. Grün, Elementarlehrer.
26. Bach, „
27. Markert, „
28. Laus, „
29. Jestädt, kath. Religionslehrer.
30. Nau, „ „
31. Dr. Stein, israel. Religionslehrer.
32. Traisbach, beauftragter Turnlehrer.

Drei Todesfälle früherer Mitglieder unseres Kollegiums zogen im verflossenen Jahre die Schule in trauernde Mitleidenschaft.

Am ersten Tage der vorjährigen Osterferien, am 23. März 1891, starb der allseits verehrte Dirigent des städtischen Schulturnens Konrad **Boppenhausen**, welcher als Nachfolger des Herrn Christian Reul vom Mai 1856 bis zu seinem am 1. April 1889 erfolgten Übertritt in den Ruhestand an unserer Anstalt als Turnlehrer gewirkt hat.

Weiter verlor die Schule einen ihrer Veteranen in Christian Ernst August **Klinckerfues**, der von der Gründung der Anstalt an über ein Menschenalter unserer Schulgemeinschaft angehört hatte. Er war geboren am 10. Mai 1811 zu Hersfeld, wo sein Vater Steuerkontroleur war. Nachdem er 1831 das dortige Gymnasium absolvirt hatte, studirte er 1835 in Marburg Theologie, war von 1835—37 Hauslehrer, leitete von 1837—41 in seiner Vaterstadt eine Privatschule und war dann je ein Jahr lang an den hiesigen Privatinstituten des Pfarrers Landgrebe und des Pfarrers Jatho thätig. Der Lehrkanzel hatte er endgültig den Vorzug vor der Predigtkanzel gegeben. Durch Rescript vom 22. April 1843 wurde er zum beauftragten Reallehrer, 18. April 1850 provisorisch und 7. Juli 1858 definitiv zum ordentlichen Reallehrer bestellt. Am 1. October 1879 trat er in den Ruhestand. Seine Majestät der König ehrte seine langjährigen Dienste in der Schule durch Verleihung des Kronenordens IV. Klasse.

Endlich gedenken wir hier eines Mannes, der, wie Klinckerfues, bei der Gründung der Anstalt deren Lehrerkollegium angehört, unter dessen Decernat später lange Jahre die Realschule gestanden hat, und dem ein großer Teil unserer Mitbürger es zu danken hat, daß die für sie so wichtige Schule kritischen Zeitläufen nicht zum Opfer fiel. „Es ist einer der Lichtpunkte meines Lebens, gerade die Realschule gerettet zu haben“, waren die Abschiedsworte, die der Verblichene wenige Wochen vor seinem

Tode dem ihn besuchenden Berichterstatter zurief. Dieser Mann ist Professor Dr. Heinrich Ernst **Bezzenberger**, Geheimer Regierungsrat und Schulrat a. D. Geboren den 12. Oktober 1814 zu Marburg, bezog er mit 16 Jahren die Universität und studirte Philologie, Theologie und Geschichte. Nachdem er 1834 das Fakultätsexamen, später auch die Rektorprüfung abgelegt hatte, wurde er April 1843 als Lehrer der neuen Realschule angestellt. Vier Jahre später wurde er auf Empfehlung seines Lehrers der Geschichte, des Marburger Professors Dr. Rehm, an den damaligen Kriegsminister General Schmidt durch Beschluß des Kurprinzen-Mitregenten vom 25. August 1847 mit dem am hiesigen Cadettencorps zu besetzenden Lehrfach der Geschichte beauftragt und mittels Kurfürstlichen Rescripts vom 7. September 1848 zum Professor bei diesem Corps ernannt, zugleich mit der Verpflichtung auch den Unterricht in der deutschen Sprache und der Moral zu übernehmen. Diese Stelle bekleidete er bis 1856, in welchem Jahre er zum Oberschulinspektor über die hiesigen Volksschulen ernannt wurde. Auch die Realschule war ihm unterstellt, bis sie 1869 in das Ressort des Königl. Provinzial-Schulkollegiums dahier überging. 1870 wurde er als Regierungs- und Schulrat nach Merseburg versetzt. 1883 trat er in den Ruhestand und erhielt den Charakter als Geheimer Regierungsrat. Am 24. Januar d. J. erlag er einem langjährigen Leiden.

Ehre dem Andenken der drei Dahingeschiedenen! Friede ihrer Asche!

Ende Juni verließ uns der Hilfslehrer Herr Boekholt, um als Mitglied der Genossenschaft freiwilliger Krankenpfleger im Kriege in einem von dieser zu Tempelhof bei Berlin errichteten Barackenlazarett sich praktisch weiter auszubilden. Er kehrte Herbst zurück, um den ord. Lehrer Herrn Dr. Meinhoff, welchem durch Verf. Königlichen Provinzial-Schulkollegiums vom 3. September ein halbjähriger Urlaub zu einer Studienreise nach Paris und London bewilligt war, zu vertreten.

Mit dem Jahresschluß trat Herr Bethge aus dem Lehrerkollegium aus. Er übernahm eine Stelle als Hilfsarbeiter bei der hiesigen ständischen Landesbibliothek.

B. Vaterländische und andere Festlichkeiten.

Die Gedenktage der Geburt und des Todes der verewigten Kaiser Wilhelm I. und Friedrich III. wurden in der von Allerhöchster Stelle angeordneten Weise in der letzten Vormittagsstunde gefeiert.

Ebenso wie in den Vorjahren wurde der Sedantag auch diesmal durch einen Ausflug der ganzen Schule nach dem Walde hinter Kirchditmold festlich begangen, nachdem am Morgen ein Schulaktus mit folgendem Programm abgehalten worden war:

1. Chorgesang: „Herr deine Güte reicht so weit" von E. Groll. — 2. Festrede des ordentlichen Lehrers Herrn Zimmermann über die Kämpfe um Metz. — 3. Gesang: „Es braust ein Ruf" von Wilhelm. — 4. Deklamationen: „Hoch, Deutschland, hoch!" von Karl Conrad, vorgetragen von Heinrich Rohde (IIa). — Ein Heldentod, von Dietrich, vorgetr. von Louis Hauff (IIIb). — Deutschlands Siegesdank, von E. Rittershaus, vorgetr. von Ernst Wolf (IVb). — Das Lied vom deutschen Kaiser, von E. Geibel, vorgetr. von Jakob Kohlhaas (Vb). — 5. Chorgesang: „Mein Vaterland, du schönes Land", von C. Wilhelm. — 6. Deklamationen: Am 3. September 1870, von E. Geibel, vorgetr. von August Bachfeld (IIb). — Deutschlands erster Sieg, von Evers, vorgetr. von August Landmann (Vc). — Mein Vaterland, von Hofmann v. Fallersleben, vorgetr. von Hans Kochendörffer (VIb). — 7. Chorgesang: Es murmeln die Wellen, von C. M. v. Weber.

Am 23. September, dem Tage, an welchem vor 100 Jahren Theodor Körner geboren wurde, fand gemäß Allerhöchster Anordnung (vergl. oben II, Nr. 13), welche am Abend des 22. hier eintraf, eine Gedenkfeier für den Sänger und Freiheitskämpfer statt.

Obgleich uns zu den Vorbereitungen zu dieser Feier nur die drei ersten Morgenstunden zu Gebote standen, konnte sie doch von 10 Uhr ab in würdigster Weise durch einen Gesang- und Deklamationsaktus, dessen Ordnung hier folgt, begangen werden.

1. Kurze Ansprache des Direktors. — 2. Chorgesang: Hör' uns, Allmächtiger. — 3. Festrede des Herrn Zimmermann über Körners Leben. — 4. Deklamationen: „Frisch auf, mein Volk", vorgetr. von Püster (U Ia). — Der preußische

Grenzadler. vorgetr. von Lenz (III b). — Lützows wilde Jagd, vorgetr. von Rohde (II a). — 5. Chorgesang: „Du Schwert ꝛc.". — 6. Deklamationen: Lied zur Einsegnung, vorgetr. von Bätz (III b). — Gebet während der Schlacht, vorgetr. von Meister (IV a). — Abschied vom Leben, vorgetr. von Fladung (IV c). — 7. Chorgesang „Mein Vaterland, du schönes Land, dich grüßen meine Lieder", Text von Volkmann, comp. von C. Wilhelm.

Am 12. September wurde infolge Verfügung des Königlichen Provinzialschulkollegiums mit Rücksicht auf die in der Nähe Kassels stattfindende Kaiserparade der Unterricht ausgesetzt. Am Nachmittag desselben Tages nahm die ganze Anstalt in Gemeinschaft mit sämtlichen Schulen der Stadt in der Kaiserstraße Aufstellung, um **Seine Majestät den Kaiser** bei seiner Vorbeifahrt zu begrüßen.

Den Allerhöchsten Geburtstag begingen wir im Saale durch eine Rede-Schulfeier mit Gesängen, Deklamationen und eingelegtem kleinem Festspiel. Durch ein besonderes Programm ist zu dieser Feier eingeladen worden. Die Festrede hielt Herr Dr. Wetzell über die westphälische Herrschaft in Hessen.

C. Schulzeit und Unterbrechungen des regelmäßigen Unterrichtsganges u. A.

Montag den 6. April 1891 fand in 8 Abteilungen die Prüfung der 119 angemeldeten Schüler statt.

Dienstag den 7. April wurde das Schuljahr in der herkömmlichen Weise eröffnet.

Die Ferien hatten die vorgeschriebene Dauer: Pfingstferien vom 16. bis 20. Mai, Sommerferien vom 5. Juli bis 2. August, Herbstferien vom 27. September bis 10. Oktober und Weihnachtsferien vom Mittag des 23. Dezember bis zum 6. Januar.

Der Nachmittagsunterricht fiel am 26. Juni wegen großer Hitze aus, im Winter wurde den Schülern einmal Mittags zum Eislauf freigegeben.

Am 18. Juni von 11 bis 12 Uhr fand die Impfung von 96 impfpflichtigen Schülern durch den Herrn Kreisphysikus Sanitätsrath Dr. Gießler statt.

Für den Unterrichtsbetrieb erwuchsen im Sommersemester wiederum recht erhebliche Schwierigkeiten. Zur Ableistung militärischer Übungen waren einbeordert die Herren Heuser (7. April bis 26. Mai), Bachmann (27. April bis 1. Mai), Dr. Meinhoff (29. April bis 25. Juni) und endlich Siegel (1. Juni bis 25. Juli). Die Vertretungen wurden aus der Mitte des Lehrerkollegs geleistet.

Zweimal, 28. April und 11. Dezember, mußte Herr Oberlehrer Seibt für einen Tag beurlaubt werden, um als Schöffe zu Gericht zu sitzen.

Der Gesundheitszustand des Lehrerkollegiums war auch in diesem Jahr für die ungestörte Durchführung des Lehrplanes im ganzen ein günstiger. Nur in den Monaten Dezember und Januar war eine längere Vertretung nötig, nach einander waren 5 Lehrer von der landläufigen Influenza ergriffen. Durch Verfügung Königl. Provinzial-Schulkollegiums vom 29. Juni 1891 wurde dem Berichterstatter auf dessen Bitte und ärztliches Andringen ein Urlaub von 4 Wochen als Zusatz zu den Sommerferien zu einem Kuraufenthalt im Bad Rehburg bewilligt.

Die Gesundheit der Schüler war im ganzen erfreulich. Wegen ansteckender Krankheiten, welche die Schüler selbst (8) oder Familienangehörige (11 Fälle) ergriffen hatten, waren zusammen 19 Schüler zeitweilig am Schulbesuch gehindert.

Am 7. November verstarb nach mehrmonatlichem Krankenlager an Tuberkulose der Schüler der Sekunda a Wilhelm Röhm. Seinem Leichenzuge, der am 9. stattfand, schlossen sich die Klassen II a u. b mit ihren Lehrern an. Mit den Eltern beklagen auch wir den Verlust des braven Knaben.

Abgesehen von einer botanischen Excursion an Stelle einer Naturgeschichtsstunde und von einem Gang auf das Wasserbassin des Kratzenbergs statt einer Schulgeographiestunde unternahmen alle Klassen am 30. Juni in Begleitung ihrer Ordinarien folgende ganztägige Wanderfahrten:

O Ia: Friedrichroda, Inselsberg, Ruhla, Eisenach (2 Tage) (Laus, Merkelbach). — U Ia: Kragenhof, Wilhelmshausen, Münden (Feitel). — U Ib: Eiterhagen, Melsungen (Zimmer-

mann). — UIc: Meißner (Hasselbaum). — IIa: Bilstein bei Großalmerode (Meinhoff). — IIb: Meißner (Junghans). — IIIa: Niedensteiner Kopf (Fennel). — IIIb u. c. Häringsnase, Münden (Bächt, Völker, Bachmann). — IVa, b. u. c: Söhre, Eiterhagen, Guxhagen (Gally, Knabe, Credé). — Va u. VIc: Brasselsberg, Drusel (Bach) — Vb u. VIa: Gensungen, Heiligenberg, Melsungen (Bethge, Grün). — Vc u. VIb: Neu-Holland, hohes Gras (Markert). —

IV. Statistische Mitteilungen.

A. Frequenztabelle für das Schuljahr 1891/92

	OI	UI a	UI b	UI c	II a	II b	III a	III b	III c	IV a	IV b	IV c	V a	V b	V c	VI a	VI b	VI c	Summa.
1. Bestand am 1. Febr. 1891	9	23	19	22	35	31	31	33	31	36	37	34	36	37	37	37	37	34	559
2. Abgang bis zum Schluß des Schuljahres 1890/91	9	17	13	13	5	1	4	4	5	3	5	4	4	1	2	1	2	1	94
3a. Zugang durch Versetzung zu Ostern	19	52			69		75			89			92			—	—	—	396
3b. Zugang durch Aufnahme zu Ostern	—	—	1	—	—	1	—	1	—	1	2	1	3	4	3	28	27	24	96
4. Frequenz am Anfang des Schuljahres 1891/92 .	19	17	19	19	37	41	29	31	29	37	38	38	39	38	39	32	32	27	561
5. Zugang im Sommersemester	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	2	1	—	—	4	8
6. Abgang im Sommersemester.	3	—	1	—	3	2	2	1	1	1	—	1	2	—	—	1	—	3	21
7a. Zugang durch Versetzung zu Michaelis .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7b. Zugang durch Aufnahme zu Michaelis .	—	—	—	—	—	—	2	1	—	—	—	—	2	—	—	—	—	1	6
8. Frequenz am Anfang des Wintersemesters . . .	16	17	18	19	34	39	30	31	28	36	38	37	39	40	40	31	32	29	554
9. Zugang im Wintersemester	—	—	—	—	—	—	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	2	4
10. Abgang im Wintersemester		—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	2	4
11. Frequenz am 1. Februar 1892	16	17	18	19	33	39	30	31	30	36	38	37	39	40	40	30	32	29	554
12. Durchschnittsalter am 1. Februar 1892 . .	16_7	16_0	16_1	16_1	14_5	15_1	14_1	14_3	14_2	13_2	13_1	13_0	12_1	12_1	11_8	10_8	11_2	11_1	
	16_7	16_1			14_9		14_3			13_1			12_0			10_9			

Die Jahresfrequenz betrug demnach (als Summe der Posten 4, 5, 7b u. 9) **579.**

Von dieser Gesamtfrequenz waren 493 evang., 52 kath., 1 Dissident, 33 isr.; 460 einheimisch, 109 auswärtig, 10 Ausländer.

Von den 114 zugegangenen Schülern kamen 16 von Gymnasien, 13 von Realgymnasien, 4 von auswärtigen Realschulen, 81 von Elementarschulen.

Von den 119 abgegangenen Schülern gingen 7 auf andere höhere Schulen, 13 auf Elementarschulen, 65 zu einem bürgerlichen Beruf, 15 zur Post, 4 zum Staatssubalterndienst, 1 zur See, 1 wollte Lehrer, 2 Maler, 10 Techniker werden, 1 ist gestorben.

Zur Ergänzung der vorstehenden Frequenztabelle dienen die nachfolgenden Nachweise über die zu Ostern 1891 stattgehabten Versetzungen:

	OI	UI	II	III	IV	V	VI	Summa.
Schülerzahl am 1. Februar 1891.	9	64	66	95	107	110	108	559
Versetzt wurden	9	61	55	72	81	93	92	468
in %	100	95_3	83_3	75_8	75_7	84_5	85_2	83_7

B. Religions- und Heimatsverhältnisse der Schüler.

	Evang.	Kath.	Diss.	Israel.	Einh.	Ausw.	Ausl.	Summa.
1) Zu Anfang des Sommerhalbjahres.	483	45	1	32	452	101	8	561
2) Zu Anfang des Winterhalbjahres.	471	50	1	32	446	100	8	554
3) Am 1. Februar 1892.	472	48	1	33	444	101	9	554

Von den Auswärtigen waren aus Kassels Umorten, ohne hier zu wohnen, im S: 42, im W: 39:

C. Abiturienten 2c.

Die vorjährige mündliche Entlassungsprüfung, über welche im 1891er Programm noch nicht berichtet werden konnte, wurde Montag den 16. März unter dem Vorsitz des Herrn Provinzial-Schulrats Kannegießer abgehalten. Alle 9 Abiturienten, welche in die Prüfung eingetreten waren, bestanden sie, die vier ersten unter Befreiung von der mündlichen Prüfung. Es waren die folgenden Schüler:

Laufende Nr.	Familien- und Rufnamen	Geburts-		Konfession	Des Vaters		Wie viel Jahre			Gewählter Beruf
		Tag	Ort		Stand	Wohnort	in der Realschule	in der Prima überhaupt	in Oberprima	
313	Feitel, Rudolf *	10. 8. 74	Eschwege	kath.	Oberlehrer	Kassel	7	3	1	andere höhere Schule
314	Hühner, August *	7. 4. 74	Kassel	ev.	† Stadtrats-Expedient.	Kassel	7	2	1	Baufach

Laufende Nr.	Familien- und Rufnamen	Geburts- Tag	Geburts- Ort	Konfession	Des Vaters Stand	Des Vaters Wohnort	Wie viel Jahre in der Realschule	Wie viel Jahre in der Prima überhaupt	Wie viel Jahre in Ober-Prima	Gewählter Beruf
315	Schulze, Otto*	11. 4. 75	Warburg	ev.	Zugführer	Rothenditmold	7	2	1	Eisenbahndienst
316	Streckhardt, Karl*	13. 3. 75	Kassel	ev.	Kasernenwärter	Wehlheiden	7	2	1	Postfach
317	Jockel, Hermann	24. 10. 75	Kassel	kath.	Zugführer	Kassel	6	2	1	Eisenbahndienst
318	Gruber, Theodor	21. 7. 73	Kassel	ev.	Kaufmann	Kassel	9	2	1	Techniker
319	Habig, August	5. 6. 73	Kassel	kath.	Vollziehungsbeamter	Kassel	9	2	1	Steuerfach
320	Ebrecht, Otto	31. 5. 73	Kassel	ev.	Mühlenbesitzer	Kassel	8	2	1	Eisenbahndienst
321	Rohde, Hermann	27. 9. 73	Kassel	ev.	Registrator	Kassel	6	2	1	Techniker

In die diesjährige Entlassungsprüfung sind 16 Oberprimaner eingetreten. Der schriftliche Teil hat Dienstag den 2. Februar und die drei folgenden Tage stattgefunden, der mündliche wird zwischen dem 28. III. und 9. IV. stattfinden. Über das Prüfungsresultat kann daher erst im nächstjährigen Jahresbericht das Nähere mitgetheilt werden.

Zu der in Gemäßheit der Verf. v. 12. Febr. (cf. oben II, Nr. 22) abzuhaltenden Abschlußprüfung haben sich gemeldet aus U Ia 12, aus U Ib 16 und aus U Ic 15 Schüler. Der schriftliche Teil dieser 3 Prüfungen wird in dieser Woche, der mündliche in der letzten Woche des Schuljahrs stattfinden.

Nach Oberprima wurden zu Ostern versetzt und erhielten damit das Zeugnis über die wissenschaftliche Befähigung zum einjährigen-freiwilligen Militärdienst folgende 61 Unterprimaner:

597. Hohmann, Adolf
598. Neukircher, Karl
599. Bobell, Gustav
600. Goldschmidt, Karl
601. Kresse, Walter
602. Grau, Karl
603. Hahn, Philipp
604. Schlägel, Wilhelm
605. Cronau, Otto
606. Hartdegen, Friedrich
607. Cornelius, Wilhelm
608. Fliege, Lorenz
609. Bernhardt, Friedrich
610. Fromme, Richard
611. Bacharach, Sally
612. Mentel, Heinrich
613. Lipprandt, Karl
614. Vollgraf, Heinrich
615. Rosenstock, Jean
616. Nagel, Karl
617. Nolte, Hermann
618. Seitz, Friedrich
619. Hoffmann, Christian
620. Knoche, Karl
621. Vaupel, Wilhelm
622. Pabst, Otto
623. Hoeffener, Karl
624. Gossé, Emil
625. Förster, Karl
626. Schirmer, Heinrich
627. Gernandt, Heinrich
628. Giesler, Eduard
629. Debus, Jean
630. Kühn, Otto
631. Berge, Heinrich
632. Fey, Karl
633. Wolter, Paul
634. Zietlow, Gustav
635. Hansmann, Adolf
636. Appel, Wilhelm
637. Berger, Albert
638. Rosenkranz, Adolf
639. Stöhr, August
640. Bourgeois, Gustav
641. Hohmann, Konrad Wilhelm

642. Bauerhenne, Heinrich
643. Prenntzell, Christian
644. Knöppel, Louis
645. Rohde, Karl
646. Kramm, Arthur
647. Adler, Sally
648. Dufft, Heinrich
649. Keßler, Justus
650. Luhne, Friedrich
651. Schneider, Georg
652. Wehr, Wilhelm
653. Ohlwein, Friedrich
654. Lampmann, Ernst
655. Has, Theodor
656. Deichmann, Paul
657. Wagenschwanz, Wilhelm.

Hiervon sind zu einem praktischen Beruf übergegangen: 30.

V. Bibliotheken und Lehrmittelsammlungen.

Die Sammlungen der Anstalt sind in folgender Weise vermehrt worden:

1. Die **Lehrerbibliothek** von Nr. 2536 bis Nr. 2760, und zwar:

a) durch Ankauf folgender Werke:

α) aus dem Gebiete des **Erziehungs-** und **Unterrichtswesens**: Verhandlungen über Fragen des höheren Unterrichts (Dezemberkonferenz). — Nußbag, Deutschlands Jugendspiele. — Die Mitarbeit der Schule an den nationalen Aufgaben der Gegenwart. — Raydt, die deutschen Städte und das Jugendspiel. — Willmann, Die sociale Aufgabe der höheren Schulen. — Ellisen, Friedrich Albert Lange, ein Lebensbild. — Matthaei, Das bewußte Sehen in der Schule. — Ackermann, Pädagogische Fragen. — Ostermann, Lehrbuch der Pädagogik. — Das Kasseler Gymnasium der 70er Jahre. — Pause, Der Diphtheritisschutz. — Dörpfeld, Beiträge zur pädagogischen Psychologie. — Wagner, Die Praxis der Herbartianer. — Theob. Ziegler, Die Fragen der Schulreform. 12 Vorlesungen. — Barlen, Ausführlicher Lehrplan für das Gerätturnen. — Willmann, Didaktik. 2 Bände. — Stengel, Pädagogisches Wochenblatt. — Lehrpläne und Lehraufgaben für die höheren Schulen. — Ordnung der Reifeprüfungen und Ordnung der Abschlußprüfungen nach dem 6. Jahrgang ꝛc. — Eulenberg und Bach, Schulgesundheitspflege. — Schmidt, Staubschädigungen beim Hallenturnen und ihre Bekämpfung. — Margar, Ein Schülerwunsch.

β) von **mathematisch-naturwissenschaftlichen** Werken: Dürigen, Deutschlands Amphibien. — Bachmann, Die Reptilien. — Kolbe, Einführung in die Kenntnis der Insecten. — Kerner v. Marilaun, Pflanzenleben. 2 Bde. — Frick, Physikalische Technik. — Okens allgemeine Naturgeschichte u. Atlas. — Tyndall, Der Schall. — Berge, Conchylienbuch. — v. Zepharovich, Mineralogisches Lexikon. — Geistbeck, Leitfaden der mathematischen Geographie. — Schneider, Lehrbuch der math. Geographie. — Migula, Die Bakterien. — Rühlmann, Mathematische Tafeln. — Plüß, Unsere Bäume u. Sträucher. — Franke, Die mineralogische Nomenklatur. — Reitter, Catalogus coleopterorum Europae. — Henschel, Praktische Anleitung zum Bestimmen unserer Süßwasserfische. — A. W. Hofmann, Wöhler und Liebig, 2 Gedächtnißreden. — Wigand, Flora von Hessen und Nassau. II. Fundortsverzeichniß. — Berger, Die Bestimmung der Gartenpflanzen auf systematischem Wege. — Schüler, Lehrbuch der Diophantischen Gleichungen. —

γ) aus dem Gebiete der **Litteratur** und **Sprachwissenschaft**: Basedow, Germania. — Sanders, Deutscher Sprachschatz. — Sanders, Wörterbuch der Hauptschwierigkeiten der deutschen Sprache. — Sanders, Stilmusterbuch. — Sanders, Satzbau u. Wortfolge. — Wustmann, Allerhand Sprachdummheiten. — Unbescheid, Behandlung der dramatischen Lektüre. — Heinze, Disponiren deutscher Aufsätze. — Koch, Prinz Rosa Stramin. — Evers, Vaterländische Festdichtungen. — v. Gottschall, Deutsche Nationallitteratur des 19. Jahrh. — Bué, Exercises sur les formes idiomatiques comparées. — Gieben, Französische Wendungen. — Méthode Berlitz pour l'enseignement des langues modernes. — The Tauchnitz Magazine an english monthly miscellany. — Bossert, Histoire abrégée de la litterature Allemande depuis les origines jusqu'en 1870. — Roßmann und Schmidt, Französisches Lesebuch.

δ) aus **Geschichte** und **Geographie**: Thiers, Histoire de la Revolution fr. 6 Bde. — Dörpfeld, Die Gesellschaftskunde. — Stenzler, Lehr- und Lesebuch der Geschichte. — Trede, Das Heidentum in der römischen Kirche. — Der Rock zu Trier. — 99 Tage deutscher Kaiser. — Beyschlag, Staat und Kirche in Preußen. — Marck, Wegweiser für das neue Einkommensteuergesetz. — Schmidt, Germanische Sagen und Märchen. — Brode, Repertorium der deutsch-kolonialen Litteratur. — Trunk, Anschaulichkeit im geogr. Unterricht. — Umlauft, Das Fürstentum Liechtenstein — Grieben, Thüringerwald. — Frey, Schwarzwald. — Volz, Unsere Kolonien. — Harrwitz, Helgoland einst und jetzt. — Noë, Bayern und Tirol. — Haselmeyer, Über Ortsnamenkunde. — Rott, Heimatskunde. — König, Kleines Städtelexikon des deutschen Reichs. — Lehmann, Das Kartenzeichnen im geographischen Unterricht. — Peträk, Das Riesengebirg. —

Lehmann, Vorlesungen über Hülfsmittel und Methode des geographischen Unterrichts. — Jäger, Bemerkungen über den geschichtlichen Unterricht.

*) an **Fortsetzungen**: Fauth, Zeitschrift für den evangel. Religionsunterricht. — Centralblatt für die Unterrichtsverwaltung. — Hoffmann's Zeitschrift für mathemat. Unterricht. — Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht. — Zeitschrift für Schulgeographie. — Sklarek, Naturwissenschaftliche Rundschau. — Allgemeine Bibliographie für Deutschland. — Grimm's deutsches Wörterbuch. — The Graphic. — Blätter für höheres Schulwesen. — Statistisches Jahrbuch für höhere Schulen. — Rethwisch, Pädagogischer Jahresbericht V. 1890.

b. An **Geschenken** flossen der Lehrerbibliothek zu:

Von dem **Königlichen Provinzial-Schulkollegium** hier: Uhlig, Die Stundenpläne für Gymnasien, Realgymnasien und lateinlosen Realschulen in den bedeutendsten Staaten Deutschlands. — Von der **Smithsonian Institution** zu **Washington**: Lawrence, Birds of Southwestern Mexico. — Coues and Prentis, Avifauna Columbiana. — Stejneger, Ornitholog explorations of Island and Kamtschatka. — Anthropological investigations. — Knight, Centennial exhibition Philadelphia. — Eggers, The flora of St. Croix and the Virgin Islands. — Taylor, Thoughts on the nature and origin of force. — Wetherill, Ozone and Antozone. — Catalogue of public. of the Smithsonian institution. — Spencer-Baird, Catalogue of North American Mammals. — Baird, Cat. of N. A. Birds. — Alexander, Statement and exposition of certain harmonies of solar system. — Barnard, On the internal structure of the earth etc. — Kane and Schott, Magnetical observations in the arctic seas. — Force, Record of auroral phenomena. — Ferner 7 Halbfranzbände: Report of the Smiths. inst. 1881—1888 und 1 voluminöser Band mit Tafeln und Karten: Annual rep. of the U. S. National Museum in Washington. — Von der hiesigen **Handelskammer**: Jahresbericht für 1890. — Vom **Director** Dr. **Ackermann**: Bericht 36 u. 37 des Vereins für Naturkunde hier. — Gensichen, Michael Ney, ein deutscher Franzose. — Der Sammler, Jahrgang 1880 u. 81. — Roller, Der Nutzen der Stenographie. — Arendt, Lehrbuch der engl. Sprache für lateinlose Schulen. — Breymann, Die Lehre vom franz. Verb. — Uihlein, Latein. Lesebuch. — Döring, Aufgaben zum Übersetzen. — Güthling, Übersetzung von Thucydides' Geschichte des pelop. Kriegs. — Montesquieu, Ursachen der Größe der Römer u. deren Verfall. — Eine Anzahl Abhandlungen naturwissenschaftlichen und philosophischen Inhalts. — Becquerel, Populäre Naturlehre. — Von der **F. Keßler**'schen Verlagsbuchhandlung **hier**: Pohler, Bibliotheca historico-militaris. 2 Bde. geb. — Von der **O. Meissner**'schen Verlagsbuchhandlung in **Hamburg**: Gurcke, Englische Schulgrammatik. 28. Aufl. — Von der **R. Voigtländer**'schen Verlagsbuchh. zu Leipzig: deren geschichtliche Unterrichtsbücher. — Von der Verlagsbuchhandlung **R. Oldenbourg** in München: Breymann-Möller, Franz. Elementarbuch. Ausg. B. 4. Aufl. — F. A. **Herbig** in Berlin: Ploetz, Voyage à Paris. Sprachführer für Deutsche in Frankreich. — Von der Buchh. **Velhagen und Klasing** zu Bielefeld: Die neuen Auflagen der Kühn'schen französischen Unterrichtsbücher. — Von Herrn Rector **Gild**: Erziehung der Jugend zur Sittlichkeit.

2. Die **Programmsammlung** hat sich im Tauschverkehr mit sämtlichen höheren Schulen des deutschen Reichs und Siebenbürgens um 963 Nrn. vergrößert und zählt jetzt 15700 Nrn.

3. Die **Schülerbibliothek I.** ist von Nr. 1376 auf 1477 gestiegen:

a) Durch Kauf wurden erworben: Zschokke, Das Rätsel von Herbesheim. — Goldammer, Eine Hochzeit. — Halm, Marzipanliese. — Putlitz, Walpurgis. — Jensen, Späte Heimkehr. — Schmidt, Johannisnacht. — Steinberg, Im Heimatshafen. — Kunze, Mein Freund Wolf. — Bogler, Die alte Mühle. — Taschenberg, Was da kriecht u. fliegt. — Hallier, Ästhetik der Natur. — Bernstein, Naturkraft u. Geisteswalten. — Niessen, Führer in die Pilzkunde. — Bork, Deutschlands große Jahre. — Egelhaf, Grundzüge. — Oberländer, Übungen. — Seelig, Geschichtsbilder. — Jerome, Three Men in a Boat. — Burnett, Der kleine Lord. — Pudor, Das deutsche Herz. — Looß, Fürs Album. — Röhl, Der Kanarienvogel. — Noë, Tagebuch. — Brand, Heinrich v. Brabant. — Reuther, Raupen u. Schmetterlinge. — Enderes, Frühlingsblumen. — Kennan, Zeltleben. — Fuchs, Quer durch die Rhön. — Freund, Rätselbuch. — Grant Allen, Naturstudien. — Masius, Naturstudien. — Tschudi, Tierleben. — Veredarius, Buch der Weltpost. — Medicus, Raupenkalender. — Holdermann, Meisterwerke der deutschen Litteratur. — v. Proskowetz, Vom Newastrand nach Samarkand. — Spyri, Volksschriften. — Southey, The life of Nelson. — Rogge, Theodor Körner. — Krüger, Geschichte. — Netolicztka, Geschichte der Physik. — Meyer, Mußestunden eines Naturforschers. — Hendel, Deutsche Klassikerausgaben. — Werra, Aus allen Jahrhunderten. — Ohorn, Emin der weiße Pascha von Sudan. — Jäger, Lehrbuch der Gartenkunst. — Albers, Populäre Festpostille.

b) Geschenkt wurden vom Director: Kohlrausch, Kurze Darstellung der Deutschen Geschichte. — Beck, Lehrbuch der Allgemeinen Geschichte. — Duller, Geschichte des deutschen Volkes. — Rennie, Fähigkeiten und Kräfte der Vögel.

Die **Schülerbibliothek** II. ist von Nr. 991 auf 1011 gestiegen.

a) Durch Kauf wurden erworben: Lohmeyer, Deutsche Jugend. — Gild, Landeskunde. — Der gute Kamerad. — Spyri, Keines zu klein, Helfer zu sein. — Wolf, Die That des Arminius.

b) Geschenkt wurden: Schleiden, Reime und Lieder, vom **Director**; Schmidt, Robinson, von dem Quintaner Fritz **Stremme**. — Der gute Kamerad, von dem Quartaner Karl **Henkel**.

5. Für die **Hülfsbibliothek** wurden aus dem zur Verfügung stehenden Fonds weitere 59 Exemplare von den eingeführten Lehrbüchern angeschafft, sodaß sie jetzt 1122 Bände zählt. Außerdem gingen geschenkweise ein:

Vom Primaner H. **Sauer**: Preuß, Biblische Geschichte. — Von einem **Primaner**: Bibel, Altes und neues Testament.

6. Für die **physikalische** Sammlung wurden durch Kauf erworben:

Sammlung von 30 farbigen Gelatine-Blättern. — 2 amerikanische Schraubzwingen, 1 gußeisernes gehobeltes Stellbrett mit drei Schrauben. — 1 Brenner für sensitive Flammen. — 1 Schirm für Hohlspiegelversuche. — 1 großer Elektromagnet mit Polschuhen. — 4 Fußklemmen. — 1 Luftthermometer nach Holtz. — 1 Apparat zur Bestimmung des Ausdehnungskoëffizienten. — Anschauungstafeln für elektro-dynamische Maschinen. — 1 große Röhre von Aluminium, letztere Geschenk der Mannesmannröhren-Werke zu Komotau.

7. Für die **chemische** Sammlung wurden angeschafft:

1 Universalgasometer zu 100 *l* Inhalt von Dr. Eichhorn. — 1 Kalklichtbrenner. — 1 Schlüssel aus Aluminium. — 1 kupfernes Wasserbad. — 1 Schraubstock. — 1 Gasbrenner mit 3 bewegl. Armen. — 1 Schleifstein. — 1 Werkzeugschränkchen mit einer größeren Anzahl von Werkzeugen.

8. Für die **Naturaliensammlung** wurden angeschafft:

1 Känguruh (Halmaturus giganteus). — 1 Alpenmurmeltier (Arctomys marmota). — 1 Nörz (Putorius lutreola). — 1 Frettchen (P. furo). — 1 Donauwels (Silurus glanis). — 1 Kofferfisch (Ostracion quadricornis). — 1 Lancettfisch (Amphioxus lanceolatus). — 1 Präparier- und Mikroskopierbesteck. — Die Entwicklungsstufen des Rosenkäfers (Cetonia aurata). — 1 Gräserherbarium. — Spitz, Wirbeltiere (schematische Zeichnungen).

Unter den für das Naturalienkabinet eingangenen Geschenken ist in erster Linie hier aufzuführen eine reiche Spende der Frau Oberstabsarzt Dr. **Kutter** aus dem Nachlaß ihres verstorbenen Gemahls, bestehend aus a) 49 Bälgen exotischer, meistens farbenprächtiger Vögel, und zwar: 6 Buceros nindanensis. 3 Penelopiden, 1 Craniorrhinus leucocephalus, 2 Carpophaga aenea, 3 Chrysocolaptes lucidus, 4 Merops-Arten, 2 Ardetta cinnamomea, 2 Lyncornis macrotis, 2 Thriponax javensis, 1 Steona Bergii, 1 Hypotaenidia torquata, 1 Eurystomus orientalis, 1 Eudynamis melanorhyncha, 1 Centrococcyx viridis, 1 Harpactes ardens, 1 Myristicivoca bicolor, 1 Cacatua haematuropygia, 1 Lorius tricolor, 1 Sauropatis chloris, 1 Halcyon chloris, 1 Dacelo cyanotis, 1 Sarcops calovus, 1 Calorius metallica, 1 Artamus leucorhynchus, 1 Dicrurus striatus, 1 Chalcophaps indica, 1 Scissirostrum Pagei, 1 Excalfactoria chinensis, 1 Ixus goirvier, 1 Calliope kamtschatkensis, 2 Cinnyris, 1 Zosterops Everetti; b) aus 31 Nestern, worunter 11 Nester von Collocalia Linchi, C. cebuensis, C. esculenta, sog. eßbare Vogelnester, meist gesammelt von v. Grabowski im südöstl. Teile von Borneo.

Weiterhin schenkte ein früherer Schüler unserer Anstalt, Herr Missionar Pfarrer **Ernst Schmidt** zu Calicut in Ostindien: 10 Vögel von der Malabarküste; Herr Kaufmann **Ferdinand Faßhauer**: eine Mineraliensammlung; der Director Dr. **Ackermann**: 60 mikroskopische Präparate; die Drogenhandlung **Schneider u. Gottfried** hier: vier sehr schöne Rindenstücke von Cinchona Calisaya und C. succirubra und mehrere Stücke der sogen. Karthagenarinde, ferner die erstgenannten Rinden im geschnittenen und gepulverten Zustand; der Quintaner **Wimpf**: 1 Wasserhuhn; der Tertianer **Burgemeister**: 1 Seeigel, 1 Krabbe und 1 Froschfisch; der frühere Schüler Rudolph **Lampmann**: 1 Kirschkernbeißer.

9. **Lehrmittelsammlung** für Geschichts- und Geographieunterricht. Zuwachs von Nr. 451 bis 497.

Plan der Gegend von Kassel. 4 Bl. — Gegend von Kassel mit Niveaulinien. 12 Blätter. — Karten der Königl. Landesaufnahme: Kassel, Eschwege, Melsungen, Fritzlar, Hersfeld, Fulda, Ziegenhain, Marburg, Schlüchtern, Hanau, Heiligenstadt, Orb, Gersfeld, Geisa, Frankfurt, Berleburg, Eisenach, Göttingen, Arolsen, Gotha, Grünberg, Meiningen, Hameln, u. Steinhude. 10 weitere Blätter von Süddeutschland. — Plan des Gefechtsterrains von Gradlitz, von Chlum und von Düppel. (Diese Karten erhielt die Schule durch Vermittlung der Plankammer der Königlichen Landesaufnahme in Berlin zu bedeutend ermäßigtem Preis.) — Hartleben, Riesengebirg. — Klippel, der nördliche Sternenhimmel. — Wopfner, Die Perlen der Deutschen Alpen (Berchtesgaden, Salzburg, Innsbruck, München, Königsee, Hintersee, Achensee). — Wagner und Debes, Karte der Alpen. — Bamberg, Wandkarte von Afrika. — Kettler, Wandkarte von Deutsch-Ostafrika. —

Debes, Zeichenatlas. 2 Tle. — Dietrich und Henze, Der deutsch-französische Krieg. Gedenkblätter in Wort und Bild. — Verzeichnis der besten Schulwandkarten.

Geschenkt wurden von der Verlagshandlung **Wagner und Debes** in Leipzig: Prof. Dr. Kirchhof und Lehmann, Zeichenatlas. Ausgabe A u. B. 2. Aufl. und Lehmann, Anleitung zum Gebrauch der Debes'schen Zeichenatlanten.

10. Vermehrung der **Lehrmittel** für den **Zeichenunterricht**:

Heere, Zeichenunterricht. — Matthaei, Das bewußte Sehen in der Schule. — Lützow, Zeitschrift für bildende Kunst mit den Beilagen „Kunstchronik" u. „Kunstgewerbeblatt." — Effenberger, Einführung in die Ornamentik. — Hottenroth, Trachten der Völker (Schluß). — Delabar, Das geometrische Linearzeichnen. — Herther, Zeichnende Geometrie. — Koehler, 30 Körpermodelle für das perspekt. u. projekt. Zeichnen. — 16 verschiedene Gypsmodelle. — Bautz, Formenstudien — Engelhorn, Flachornamente. — Fialkowski, Anleitung zum Zirkelzeichnen. Elemente des Situationszeichnens. Praktische Geometrie. —

11. Für den **Gesangunterricht** wurden gekauft:

Lubrich, Am Scheidewege, Abschiedsgesänge. — Abt, Lachner u. Liebe, Unsere Lieder. — Lützel, Lieder für gemischten Chor. — Überlée, Sammlung weltlicher und geistlicher Gesänge. — Thoma, Kaiserfeier in Schulen. — Rudnik, Geistliche Gesänge für vierst. Männerchor. — Dorn, 5 vierstimmige Gesänge. — Odenwald, Chöre aus Oratorien. — Grell, 3 Lieder für gemischten Chor. — Kothe, Kaiserlied für gemischten Chor. — Abt, Ausgewählte Chorgesänge. — Protze, Märsche für gemischten Chor. — Deiß, Kaiserlied. — Krause, Deutsche Singschule. 3 Tle. — Palme, Deutscher Sängerschatz. — Palme, Sammlung weltlicher und geistlicher Chorgesänge für höhere Schulen.

Geschenkt wurden: Von Herrn Oberlehrer **Seibt**: Haydn's Sonate Nr. 1, g dur; Mozart's Sonate Nr. 1, c dur. — Von Herrn Lehrer **H. Deiß** hier: Kaiserlied. Dichtung von Felix Dahn, componirt vom Geschenkgeber. — Von der **L. Ost**'schen Verlagsbuchhandlung in Hannover: Bünte, 4stimmige Chorgesänge. — Von Franz **Goerlich's** Verlagsbuchhandlung in Breslau: Rothe, Liederstrauß, Teil III, Sammlung von Liedern für gem. Chor.

R. Voigtländer's Verlagsbuchhandlung in Leipzig schenkte zur Verteilung an die Schüler 357 Exemplare der für **Andräs** Grundriß der Weltgeschichte, welches Buch unserem Geschichtsunterricht zu Grunde liegt, neu hergestellten Geschichtskarte: „Mitteleuropa zur Zeit Wilhelms I."

Für alle im Vorhergehenden aufgeführten Geschenke sagt den Gebern der Unterzeichnete im Namen der Schule aufrichtigen Dank.

VI. Unterstützungen von Schülern.

Seitens des Kuratoriums waren 49 Schülern Freistellen verwilligt, 20 ganze, 18 dreiviertel und 11 halbe Stellen, und zwar Schülern aus den Klassen Prima bis Quarta. Sextanern und Quintanern wird nach Stadtratsbeschluß Schulgelderlaß nicht gewährt. 68 Schülern konnten Bücher aus der Hilfsbibliothek verabfolgt werden, und zwar bis zu der Zahl 23.

Endlich sind nach Mitteilung des Herrn Oberbürgermeisters vom 27. April v. J. zwei bedürftigen und braven Realschülern aus dem Zinsaufkommen des Kersting'schen Legates je 100 Mark bewilligt worden.

Debes, Zeichenatlas. 2 Tle. — Dietrich und Henze, Der deutsch-französische Krieg. Gedenkblätter in Wort und Bild. — Verzeichnis der besten Schulwandkarten.

Geschenkt wurden v in Leipzig: Prof. Dr. Kirchhof und Lehmann, Zeichenatlas. Ausg leitung zum Gebrauch der Debes'schen Zeichenatlanten.

10. Vermehrung der

Heere, Zeichenunterrich er Schule. — Lützow, Zeitschrift für bildende Kunst mit den Beilagen „K t." — Effenberger, Einführung in die Ornamentik. — Hottenrot a r, Das geometrische Linearzeichnen. — Herther, Zeichnende Geometri erspekt. u. projekt. Zeichnen. — 16 verschiedene Gypsmodelle. — Bautz, ente. — Fialkowski, Anleitung zum Zirkelzeichnen. Elemente des Situ

11. Für den **Gesang**

Lubrich, Am Scheiden iebe, Unsere Lieder. — Lützel, Lieder für gemischten Chor. — Überlée — Thoma, Kaiserfeier in Schulen. — Rudnik, Geistliche Gesänge für Gesänge. — Odenwald, Chöre aus Oratorien. — Grell, 3 Lieder fi gemischten Chor. — Abt, Ausgewählte Chorgesänge. — Protze, Märsch — Krause, Deutsche Singschule. 3 Tle. — Palme, Deutscher Sängerschatz her Chorgesänge für höhere Schulen.

Geschenkt wurden: V Nr. 1, gdur; Mozart's Sonate Nr. 1, cdur. — Von Herrn Lehrer **H.** n, componirt vom Geschenkgeber. — Von der **L. Ost**'schen Verlagsbuchhandl nge. — Von Franz **Goerlich's** Verlagsbuchhandlung in Breslau: Ro edern für gem. Chor.

R. Voigtländer's Ve r Verteilung an die Schüler 357 Exemplare der für **Andräs** G ch unserem Geschichtsunterricht zu Grunde liegt, neu hergestellte t Wilhelms I."

Für alle im Vorher den Gebern der Unterzeichnete im Namen der Schule aufrichtig

VI. chülern.

Seitens des Kuratoriu verwilligt, 20 ganze, 18 dreiviertel und 11 halbe Stellen, und z is Quarta. Sextanern und Quintanern wird nach Stadtrats 68 Schülern konnten Bücher aus der Hilfsbibliothek vera hl 23.

Endlich sind nach V om 27. April v. J. zwei bedürftigen und braven Realschülern a g'schen Legates je 100 Mark bewilligt worden.

VII. Mitteilungen an die Schüler und deren Eltern.

1. Die öffentliche Prüfung findet Freitag den 8. April von 9 bis 12 Uhr morgens für je zwei Cöten der Klassen Sexta, Quinta und Quarta statt.

2. Ordnung der Schlußfeier.

Samstag den 9. April 1892 von 9 Uhr vormittags ab.

1. **Chorgesang:** „Herr, deine Güte", von A. E. Grell
2. Babel, von E. Geibel, vorgetragen von Gustav Wallbach (U Ia).
3. Der Löwe von Florenz, von Bernhardi, vorgetragen von Wilhelm Stern (VIa).
4. A. Hunting Song, by Walter Scott, vorgetragen von Karl Hoßfeld (U Ib).
5. Der kleine Gerngroß, von Langbein, vorgetragen von Eduard Bachmann (IVb).
6. Les oiseaux, par Béranger, vorgetragen von Friedrich Maares (IIIa).
7. Althessische Sage, von Dingelstedt, vorgetragen von Eduard Kley (IIb).
8. Des Herrschers Wiege (1459), von A. Grün, vorgetragen von Karl Schmoll (IIa).
9. **Chorgesang:** „Laue Lüfte fühl' ich weben", von Chr. Hohmann.
10. Entlassung der Abiturienten durch den Direktor.
11. **Chorgesang:** „Zu dem Orte zieht's mich wieder". Volksweise.

Der Stadtrat der Residenz hat in seiner Sitzung vom 7. d. M. auf einen Beschluß des Bürgerausschusses vom 4. d. M. hin seinerseits beschlossen:

die Realschule in der Hedwigstraße zu einer **Oberrealschule** auszubauen,

ein Beschluß, der nicht nur bei den Eltern unserer Schüler und dem Lehrerkollegium, sondern auch in weiten Kreisen unserer Mitbürger mit Freude und Genugthuung begrüßt worden ist.

Der durch die Schulreform zu Ehren gelangten Oberrealschule sind durch Beschluß des gesamten Staatsministeriums mit Genehmigung Seiner Majestät des Königs vom 1. Dezember v. J. bezw. durch Verfügung des Reichskanzlers, die nachstehenden weit gehenden Berechtigungen zuerteilt worden:

I. Die **aus der Oberprima mit dem Zeugnis der Reife** (also nach 9jährigem Lehrgang) abgehenden Schüler haben die Berechtigung

1) zum Studium der Mathematik und der Naturwissenschaften auf der Universität und zur Zulassung zu der Prüfung für das Lehramt an höheren Schulen,
2) zu den Staatsprüfungen im Hochbaufach, Bauingenieurfach (Eisenbahnbau, Wasserbau, Brückenbau) und im Maschinenbauwesen (Staatseisenbahndienst),
3) zu dem Studium auf den Forstakademien und zur Zulassung zu den Prüfungen für den Königlichen Forstverwaltungsdienst,
4) zum Studium des Bergfaches und zur Zulassung zu den Prüfungen, durch welche die Befähigung zu den technischen Ämtern bei den staatlichen Bergbehörden darzulegen ist,
5) zum Eintritt als Posteleve, also zu den höheren Stellen des Post- und Telegraphendienstes, endlich
6) zur Prüfung und Anstellung bei der Kaiserlichen Marine für den Schiffbau und den Schiffmaschinenbau.

II. Der **erfolgreiche einjährige Besuch der Prima** (also Absolvirung eines achtjährigen Lehrkursus) ist Bedingung der Zulassung zum Supernumerariat bei der Verwaltung der indirekten Steuern.

III. Das **Zeugnis der Reife für Prima** (also nach absolvirtem 7jährigen Lehrkursus) berechtigt zur Zulassung

1) zu der Prüfung der öffentlichen Landmesser,
2) zu der Markscheiderprüfung.

IV. Das **Zeugnis** über die **nach Abschluß der Untersekunda** (also nach 6jährigem Lehrgang) bestandene Prüfung berechtigt außer zum einjährig-freiwilligen Militärdienst zu allen Zweigen des Subalterndienstes, also

1) zum Civilsupernumerariat der Provinzialverwaltungen und im Staatseisenbahn-Sekretariat,
2) zum Justizsubalterndienst,
3) zum Büreaudienst bei der Berg-, Hütten- und Salinenverwaltung,
4) zum Büreaudienst bei den Behörden des Provinzial- und Bezirksverbandes, sowie in den städtischen Verwaltungen.

Weiter stehen den jungen Leuten mit einjähriger Dienstberechtigung außer den gewerblichen und kaufmännischen Berufsarten noch folgende Berufswege offen: der Postsubalterndienst, bei welchem sie bis zum Oberpostassistenten avanciren können (Eintritt als Postgehülfe), die Anstellung in den Reichsbankanstalten, der Eintritt in die mit einer Oberrealschule hier und da verbundene Fachschule für Maschinentechniker, die Zeichenlehrercarriere, die Zahlmeisterlaufbahn bei der Armee und der Marine und später der Intendanturdienst, der Besuch der Königlichen akademischen Hochschule für Musik in Berlin sowie der Königl. Akademie der Künste.

Der Lehrplan der Oberrealschule stimmt mit demjenigen der Realschule in deren sechs Klassen vollständig überein, sodaß ein Übergang durchaus keine Schwierigkeiten bietet.

Das **neue Schuljahr** beginnt Montag, den 25. April, morgens 8 Uhr, mit der Aufnahmeprüfung, der Unterricht am anderen Tage zu derselben Stunde.

Kassel, den 13. März 1892.

Dr. Ackermann,
Direktor.

Wissenschaftliche Beilage zum
Programm der Realschule zu Kassel (Hedwigstraße),
Ostern 1892.

I.

Warum ist Schiller populärer als Goethe?

Von

Julius Heuser.

Es liegt heute noch ein eigener Reiz in der Vergleichung zweier Männer wie Schiller und Goethe, welche, verschieden in ihren äußeren Lebensverhältnissen, ihrer geistigen Entwicklung und ihrem unmittelbaren Einflusse auf die Mit- und Nachwelt und anfänglich einander fremd bis zur Abneigung, doch schließlich sich zu einem engen, durch gleiches, hohes Streben geadelten Freundschaftsbund zusammenfanden, derart, daß sie heute in ihrer aller Äußerlichkeiten entkleideten, man könnte sagen ideell aufgefaßten Erscheinung im Bewußtsein des Volkes dastehen als eine einheitliche Persönlichkeit, als eine Einheit in der Zweiheit, wie solche außerdem in der Literatur — ja wohl auf dem ganzen Gebiete geistiger Erzeugnisse — keines andern Volkes in gleich hervorragender Weise vor uns tritt. In unserem Volke leben die Namen Schiller und Goethe in inniger Vereinigung neben einander, und es entspringt diese Thatsache nicht sowohl aus dem Bewußtsein, daß die beiden Namen in ihrer Zusammengehörigkeit unlösbar verknüpft sind mit der geistigen Entwicklung unseres Volkes, als auch — und nicht zum kleinsten Teil aus der — allerdings vielfach unbewußten — Vorstellung, daß jeder der beiden Dichter den andern als ein unersetzbarer Teil seines eigenen „Ich" ergänzt, daß jeder der beiden einsamer dastehen und in dieser Einsamkeit kleiner erscheinen würde, wenn ihm der andere fehlte.

Schon äußerlich finden diese Betrachtungen ihre Begründung in dem großen fruchtbringenden Einfluß, den die beiden Dichter gegenseitig auf einander ausübten, nachdem sie sich gefunden hatten. Wurde Goethe durch dieses Zusammenwirken mit seinem gedankenreichen begeisternden Freunde aus dem „Beinhause der Wissenschaft" zurückgerufen zu neuer, freudiger dichterischer Schaffenslust, so empfing auch Schiller unendliche Anregung und Belehrung durch den zu voller Reife erblühten Genius Goethes.

Aber noch ein innerer, weit bedeutenderer Grund stützt obige Bemerkungen.

Goethe und Schiller vertreten, wie allbekannt, in der Gesamtheit ihrer Dichtungen zwei ganz verschiedene — im Wesen der Kunst selbst begründet liegende — Seiten der Dichtkunst — Goethe die realistische, Schiller die idealistische*), oder, nach Schillers Bezeichnung, Goethe die naive und Schiller die sentimentalische. Jeder von ihnen füllt nun sein Gebiet in so vollkommener, erschöpfender Weise aus,

*) Diese althergebrachten Bezeichnungen haben bekanntlich auf dem Kunstgebiet eine ganz andere Bedeutung als in der Philosophie.

1892. Progr. Nr. 402.

9Ka
17
(1892)

UNIVERSITÄTS- UND LANDESBIBLIOTHEK DÜSSELDORF

daß sie in ihrer gegenseitigen Ergänzung die Repräsentanten des Gesamtgebietes der Dichtkunst überhaupt vorstellen; und so aufgefaßt bieten beide, Goethe und Schiller, heute weniger das Bild zweier hochstrebender, in einheitlichem Wirken zusammengehender Persönlichkeiten dar, als vielmehr die Verschmelzung zweier entgegengesetzter oder wenigstens ungleichartiger Begriffe zu einem einheitlichen Gesamtbegriff. Man kann somit sagen, daß sich im Volksbewußtsein der Mythus der beiden Männer bemächtigt hat und daß dieser sie, ohne beschränkende Rücksichtnahme auf die doch in Wahrheit scharf und besonders ausgeprägten Persönlichkeiten, in unserem Volke fortleben läßt als eine Person, indem er nur den in ihren Werken niedergelegten ideellen Gehalt zum Maßstabe nimmt. Auch Schiller und Goethe waren zwei Männer, die darum eine Zeitlang Feinde waren, weil die Natur nicht einen Mann aus ihnen formte — aber sie sind zu ihrem Vorteil klug gewesen und haben sich als Freunde verbunden — mit Macht und Glück und Lust sind sie seitdem durchs Leben gegangen und Macht und Glück und Ruhm haben sie auf geistigem Gebiet durch ihre vereinte Wirksamkeit ihrem Volke errungen! (Torqu. Tasso III, 2.)

Wenn nun wirklich Schiller und Goethe dem Volke gleichsam als eine Person unserer Literaturgeschichte vor Augen stehen, so erscheint diese Thatsache um so befremdlicher, gegenüber der anderen, daß der geistige Verbrauch der Schillerschen Werke ein bedeutend umfangreicherer ist als der der Goetheschen.

Lange, besonders seit Goethes eigenem kernigen Ausspruch (Gespräche mit Eckermann I, 221) steht es ziemlich allgemein fest, daß der Streit darüber, ob Schiller oder ob Goethe der größere Dichter sei, ein müßiger ist, aber jene Thatsache, daß Schiller in weiteren Schichten unseres Volkes aus eigener Kenntnisnahme bekannter ist als Goethe, ist unbestreitbar — den Beweis hierfür liefert schon eine oberflächliche Vergleichung des buchhändlerischen Absatzes der beiderseitigen Werke. Aus dieser Thatsache einen Schluß zu ziehen auf Schillers Überlegenheit als Dichter würde allerdings gewagt sein, so gewagt als die Behauptung, daß die modernen französischen Romane die besten Bücher der Welt seien, weil sie am meisten von allen Schriften in der Welt gelesen werden. Es erweist dies vielmehr zunächst weiter nichts, als daß Schiller mehr dem unmittelbaren Geschmack der großen Masse des Volkes zusagt, daß er verstanden hat Töne anzuschlagen, die beim Volke nach seiner naturgemäßen Anlage Verständnis finden konnten und die deshalb in seinem Innern einen lauten Wiederhall wecken mußten.

Welches sind aber nun die inneren Gründe, die diese größere Beliebtheit Schillers beim Volke in seiner Allgemeinheit hervorrufen? Äußere Gründe können es selbstverständlich nicht sein, sie müssen in dem inneren Wesen der Dichtungen selbst liegen; wir müssen sie aus dem inneren Unterschiede, der zwischen Goetheschem und Schillerschem Genius besteht, hervorholen und wir müssen zugleich in den tiefsten Schacht unserer Volksseele hinabzusteigen suchen, um dort die Saiten zu finden, die durch Schillers Dichtung in höherem Maße zum Schwingen gebracht worden sind, als durch die Goethes.

Wir haben schon in den einleitenden Bemerkungen auf den durchgreifenden Unterschied hingewiesen, welcher zwischen der Goetheschen und Schillerschen Dichtung besteht, indem wir, die allgemein anerkannten und zweifellos auch das Richtige treffenden Bezeichnungen aufnehmend, Goethe einen realistischen, Schiller einen idealistischen Dichter nannten.

Schiller selbst hat diesen Unterschied trefflich dargelegt und eingehend ausgeführt in der zum Zwecke der Rechtfertigung seines eigenen Standpunktes gegenüber dem Goethischen verfaßten Abhandlung „Über naive und sentimentalische Dichtung."

Wir müssen hier im näheren auf diesen Unterschied eingehen. Die naive oder realistische Dichtung bezeichnet nach Schiller kurz ein Überwiegen der Anschauung über die Empfindung, die sentimentalische oder idealistische Dichtung ein Überwiegen der Empfindung über die Anschauung.

Die uns umgebende, äußere, reale Natur vermögen wir durch Anschauung wahrzunehmen, Ideen vermögen wir zu empfinden, — Gegenstand der Anschauung ist also die Natur, Gegenstand der Empfindungen sind die Ideen. Ein Kunstwerk, in welches Gebiet künstlerischer Gestaltung wir auch immer greifen, besteht nun aus der Verbindung von Anschauung und Empfindung, oder, mit anderen

Worten, aus der Vermischung von Sinnlichem und Geistigem — von Form und Inhalt, und zwar aus einer solch' innigen Verbindung dieser beiden, daß man weder das Sinnliche als solches noch das Geistige als solches trennend scheiden kann. Die Venus von Milo, die Laokoongruppe z. B. stehen vor uns als durchgeistigter Stein oder als versteinerter Geist. Die beiden zu unlösbarer Immanenz verbundenen Faktoren nun stehen untereinander nicht immer in gleichem Verhältnis, — der eine Faktor kann unter Umständen zu der Vereinigung mehr beigetragen zu haben als der andere, und je nach dem Grade des Gehaltes des einen oder des anderen bestimmt sich der besondere Charakter des Kunstwerkes — ein völliges Gleichgewicht von Geistigem und Sinnlichem weist u. a. die gesamte klassische hellenische Kunst auf — einfache, von pomphaftem Beiwerk freie Ideen in plastischen, einfachen Formen, die das Auge in wohlgefälligem Behagen mit einem Blicke umspannen kann, wiedergebend, gehört sie in das Gebiet des Einfachschönen — anders z. B. die gotische Architektur. Hier eine Fülle kunstvoller Formen, unter denen das Auge in bewundernder Hast umherschweift — eine Fülle von Ideen, die die endliche Form zu durchbrechen scheinen und die eine unmittelbare, ruhige und einheitliche Anschauung und Auffassung nicht zulassen — wir befinden uns auf dem Gebiete des Erhabenschönen. Man nehme aus dem Bereiche der Plastik wieder die Venus von Milo und die Laokoongruppe — dort objektive Ruhe, ideale, aber leidenschaftlose Darstellung der menschlichen Gestalt — und daher auch tiefinnerliches, leidenschaftloses Genießen des Beschauers — hier subjektives Leben und leidenschaftliches Ringen, — eine Fülle von Ideen stürmen auf den Beschauer ein — er glaubt sich selbst versetzt in den Kampf, er nimmt subjektiven Anteil an den Leiden der drei Personen vor ihm, er möchte ihnen beispringen und helfen, er wird fortgerissen durch die Macht der Empfindung.

In der Malerei sehen wir diesen Unterschied ausgeprägt z. B. in Rembrandt und Rubens.

Wer mit kunstsinnigem Auge einmal einige Rembrandt'sche (mögen sie von R. wirklich herrühren oder nicht) Porträts angeschaut hat, dem schwinden diese ernsten, oft kalten Gesichter so leicht nicht wieder aus seinem geistigen Auge — auch hier ist es wieder die plastische Ruhe, die mit unsichtbaren, aber starken Fäden den Beschauer anzieht, — ganz anders Rubens'sche Gemälde, die mit ihrer Farbenfülle, ihren lebensvollen und lebensfreudigen Gestalten uns anlocken, nicht zu stillem, beschaulichem Insichversinken, sondern zu leidenschaftlichem Genießen, während dessen stürmische Gedanken unser Inneres durchziehen.

Überall also der Unterschied zwischen einfach Natürlichem und vorwiegend (Geistigem) Spekulativem, zwischen Realismus und Idealismus, zwischen Objektivismus und Subjektivismus — ruhige, sich ganz in den natürlichen, aber stets idealen Grenzen haltende Anschauung einerseits, und stürmische, unser Inneres in leidenschaftlichere Bewegung und Bewunderung versetzende Ideen andererseits.

Und nun zunächst das Ergebnis dieser Betrachtung für uns. Wir finden es mit Leichtigkeit. Wenn gesagt wird, daß die meisten Menschen sich mehr erfreuen an dem Anblick eines schönen, sinnreich angeordneten Blumenbeetes oder eines geschmackvoll und kunstsinnig ausgestatteten Salons, als an dem Anblicke einer Waldwiese oder des weiten stillen Meeres, so sollen damit nicht etwa Schillers Dichtungen mit einem Blumenbeete und Goethes Dichtungen mit einer Waldwiese verglichen werden, sondern es sollen nur diese Beispiele herangezogen werden als drastische Belege für die herrschende Geschmacksrichtung, deren Consequenzen man stufenweise verfolgen muß, um schließlich im reinen Kunstgebiet zu dem bestehenden und im Vorhergesagten kurz dargelegten Unterschiede zu gelangen und damit die Grundlage zu gewinnen für die im allgemeinen bestehende Vorliebe für Schillers Dichtungen. Eine Waldwiese oder das ruhig daliegende Meer bieten in ihrer äußeren anspruchlosen Erscheinung wenig unmittelbare anziehende Reize dar — sie wirken nur auf den, der am Leben und Wirken der Natur innerlich Anteil nimmt, der auch unter „naiven" Formen den wirkenden Geist zu erkennen vermag; umgekehrt wirken ein Blumenbeet oder eine im Kunststil ausgeführte Zimmerausstattung unmittelbar auf die Sinne und befriedigen diese schon durch die mannigfaltige Pracht ihrer äußern Erscheinung. Übertragen wir nunmehr diese Betrachtungen auf

das reine Kunstgebiet. Die idealistischen Erzeugnisse — wenn wir diesen Ausdruck mit Rücksicht auf die Sache in Ausdehnung auf alle Kunsterzeugnisse gebrauchen dürfen — finden in der Baukunst und in der Bildhauerkunst sowohl wie in der Malerei zahlreichere Bewunderer und Liebhaber als die realistischen Erzeugnisse, weil sie wegen ihrer größeren Empfindungsfülle auch eine größere Formenfülle, einen größern Wechsel der Formen zur Schau tragen und deshalb schon äußerlich dem Beschauer mehr Anziehendes bieten und so dem unmittelbaren, nicht tiefer geläuterten Verständnis sich leichter erschließen. An einem Rubensschen Gemälde oder an dem Kölner Dome wird jeder Beschauer etwas finden, was ihm gefällt und was ihn sofort fesselt. Mit Bewunderung wird jeder sein Auge über diese kraftvollen, Leben und Bewegung atmenden Gestalten oder über diese Mannigfaltigkeit von vorspringenden, zurückweichenden, ruhig beharrenden und doch innerlich scheinbar rastlos durcheinander wogenden Formen schweifen lassen — überall wird der bewundernde Blick neues, interessantes entdecken, ohne daß der Beschauer genötigt ist, sich in die zur Erscheinung gebrachten Ideen voll zu versenken. Anders bei einem Rembrandt'schen Gemälde z. B. oder bei einem griechischen Tempel. Diese bieten dem äußeren Blicke zunächst wenig — einfache Ideen — einfache Form — und doch muß man sich, um zu vollem Genuß zu gelangen, tief in sie versenken, muß sich langsam zu ihnen heranbilden — ist es doch Thatsache, daß die meisten Beobachter Rembrandtscher Gemälde gar nicht ahnen, welch' außerordentliche Kunst allein in der Herstellung seiner eigentümlich glänzenden schwarzsammeten Gewänder niedergelegt ist, — eine Kunst, die heut zu Tage gänzlich geschwunden ist.

Wir werden auf diese Betrachtungen noch einmal zurückkommen müssen in dem Abschnitte, den wir nunmehr der Dichtkunst und damit Schiller und Goethe speziell widmen wollen.

Wir müssen hierbei zunächst auf den durchgehenden Unterschied zurückgreifen, der, wie das gesamte Gebiet der Kunst überhaupt, so auch das der Dichtkunst speziell scheidet — wollen aber hier von einem etwas andern Ausgangspunkte ausgehen.

Betrachten wir den modernen Dichtkunststil im Vergleich zu dem klassischen, so fällt uns sofort ein Hauptmoment auf, das den ersteren vom letzterem durchgreifend trennt, nämlich das Moment der größeren Hervorhebung der Persönlichkeit des Dichters in der modernen Dichtung. Die Phantasie des klassischen Dichters ist nicht von allgemeinen, in innerer künstlerischer Verarbeitung individuelle Gestalt annehmenden Ideen erfüllt, sondern sie ist im allgemeinen beschränkt auf Ideen, die schon von außen her, durch die ihn umgebende Welt eine gewisse feste Gestalt angenommen haben — die sittliche Welt, in deren Ideenkreise er lebt, ist für ihn eine typische, aus der sich zu entfernen oder die mit individuellen, subjektiven Ideen zu erfüllen ihm gänzlich fern liegt, — dem entsprechen naturgemäß auch seine dichterischen Erzeugnisse, dergestalt, daß wir in ihnen weniger ein freies Werk selbstschöpferischer Individualität haben (Empfindung), als vielmehr eine künstlerische, aber objektive Wiedergabe gegebener Verhältnisse (Anschauung).

Wir gelangen auf diesem Wege also zu denselben Resultaten, zu denselben Unterschiedskriterien, zu denen wir in dem früheren Abschnitte gelangt sind; wir sehen aber zugleich, daß der gefundene Unterschied sich schließlich gründet auf einen Unterschied der Zeit, denn alle Kunstäußerung, besonders auf literarischem Gebiete ist im großen und ganzen eine Wiederspiegelung des Zeitgeistes; wir sehen, daß also mit den Bezeichnungen „realistische und idealistische Dichtungsart" in großen Zügen eben der Unterschied zwischen klassischem und modernem Kunststil angegeben ist. Daß dieser Unterschied jedoch kein rein äußerlicher ist und wie er im allgemeinen in seinen Wirkungen in ganz verschiedener Weise zu Tage tritt, haben wir vorher versucht zu entwickeln.

Treten wir nunmehr gestützt auf die gewonnenen Gesichtspunkte an unsere Dichter heran und vergegenwärtigen uns im Geiste ihre Hauptdichtungen, so finden wir bestätigt, was allgemein bekannt ist und was wir in der Einleitung berührten, daß Goethe eine klassische, realistische oder objektive, — Schiller eine moderne, idealistische oder subjektive Dichternatur sei.

Goethe sah die Welt mit natürlichen Augen an, „empfing in seinem Innern Eindrücke, und zwar", wie er Eckermann gegenüber sich ausdrückt (Gespräche III. 172), „Eindrücke sinnlicher, lebensvoller, lieblicher, bunter, hundertfältiger Art, wie eine rege Einbildungskraft sie ihm darbot; diese Eindrücke rundet er in seinem Innern zu künstlerischen Gebilden ab und bringt sie durch eine lebendige Darstellung uns vor Augen." Da haben wir den realistischen Dichter mit seinen eigenen Worten.

Es muß hier hervorgehoben werden, daß diese objektive Wiedergabe der Natur durch Goethe in der That stets eine künstlerische und zwar in der höchsten Bedeutung des Wortes künstlerische ist. Goethe als realistischer Dichter ist nicht auf eine Stufe zu stellen mit französischen Dichtern unserer Zeit, die sich im Gegensatz zu der romantischen Schule die realistische nennen, die sich aber z. t. bezeichnender schon die „naturalistische" nennen würden. Während dort, bei Goethe und bei allen wahren realistischen Dichtern, die gegebene Wirklichkeit zum Ideal erhoben vor uns steht, erblicken wir hier, mit absichtlicher Beiseiteschiebung jeder künstlerischen Auffassung, nichts als die bloße Natur, deren häßliche Seiten gerade mit einem gewissen Wohlbehagen ausgemalt — gleichsam seciert — werden. Wo bei einer solchen Auffassung die wahre Kunst bleibt — selbst wenn die äußere Form, die Darstellungsweise, eine bestechende, glänzende ist, erscheint leicht einsehbar.

Wollte man solchen dichterischen Erzeugnissen den Namen von Kunstwerken im höheren Sinne beilegen, so könnte man mit größerem Rechte ein in schöner, geschmackvoller Farbenzusammenstellung gewirktes Tuch mit dieser Bezeichnung beehren. An äußerem Formenglanz mögen sie gleich sein, aber diesem fehlt — und das hier zu seinem Vorteil — der jene entstellende rein häßliche Inhalt.

Wie Goethe die innere harmonische Ausgestaltung seiner Persönlichkeit zu hoher, einheitlicher Menschlichkeit stets Hauptzweck seines Lebens war, welches Streben ihm durch die Gunst der äußeren Verhältnisse in so hohem Maße erleichtert und ermöglicht wurde, so war auch in seinen Dichtungen sein Hauptbestreben die einheitliche, aus einem Guß geformte und sich stets nur in den Grenzen der Natürlichkeit haltende Charakterdarstellung seiner Personen — daher gehören auch seine Dramen, vornehmlich die aus der reifsten Periode stammenden, wie Iphigenie und Tasso, wesentlich der psychologischen Gattung an. Dichtungen dieses Schlages aber sind an sich schon nicht danach angethan in breiter Ausdehnung zündend in der großen Menge zu wirken.

Goethe hatte diese Wesenseigentümlichkeit seiner dichterischen Schöpfungen, besonders mit Rücksicht auf ihren Wirkungskreis, selbst wohl erkannt, wenn er am 11. Oktober 1828 zu Eckermann sagte: „Meine Sachen können nicht popular werden; wer daran denkt und dafür strebt, ist im Irrtum. Sie sind nicht für die Masse geschrieben, sondern nur für einzelne Menschen, die etwas Ähnliches wollen und suchen und die in ähnlichen Richtungen begriffen sind." In jeder seiner Dichtungen hat Goethe einen Teil seiner eigenen, so unendlich reichen inneren Entwicklung niedergelegt, so daß wir in der Gesamtheit seiner Werke die Gesamtheit seiner geistigen Persönlichkeit besitzen. Wie aber sein Streben war, sich hinein zu versenken in den Geist des klassischen Altertums, sich mit diesem Geiste zu durchdringen, so finden wir das Ergebnis dieses Strebens in seinen Werken niedergelegt. Einfach und natürlich, ohne überladenen äußeren Schmuck, in heiterem, abgeklärtem Glanze erscheinen sie, prunklos wie eine Statue aus der Blütezeit der griechischen Bildhauerkunst oder wie ein dorischer oder jonischer Tempel und doch in ästhetischem Egoismus spröde sich dem nur neugierig oberflächlichen Blicke in ihrer vollen Schönheit zu enthüllen. Wer diese Dichtungen voll verstehen und genießen will, der muß sich mit ihnen zurückziehen in die Einsamkeit und sich still in das eigenste Geistesleben des Dichters versenken; er muß versuchen, um in diese anscheinend so einfache und doch so unendlich tiefe Welt einzudringen, sich einen Teil jener „genialen Naivetät" anzueignen, die dem Griechenvolk eigen war, die ein modernes Kulturvolk als Nationalgut aber nicht mehr besitzen kann. Wem es gelingt, den Geist des klassischen Altertums im Goetheschen Sinne zu verstehen und zu würdigen, der wird im stande sein, sich an dem in Goethes Werken atmenden Geiste zu berauschen.

Das Volk als solches aber, dem diese Welt ferner liegt, wird sich mehr begeistern an Kunstgebilden, die vorzugsweise seiner modernen Geschmacksrichtung Rechnung tragen, und deshalb greift auch das Volk, sofern es bei einem Dichter Geistesnahrung sucht, lieber zu Schiller — es achtet und ehrt Goethe als einen erhabenen Geistesfürsten, — dagegen liebt es Schiller als den Dichter, bei welchem es die in seinem eigenen Innern schlummernden Ideen in lebendiger, zu Herzen sprechender Weise ausgesprochen findet.

Schiller ist der Dichter des Idealismus, — alle hohen Ideen, die nur immer eine Menschenbrust erfüllen und begeistern können, — lebten kräftig auch in seiner Brust; sie füllten sein Inneres völlig aus.

Frühzeitig in beschränkende Fesseln gelegt, brach diese durch die Rousseau'schen Lehren genährte Begeisterung für Menschenrechte und Menschenfreiheit zunächst in um so rücksichtsloserer, rauherer Form sich Bahn; wie ein durch Dämme zurückgehaltener Bach schließlich aus innerer treibender Kraft die Hemmnisse zerreißt und seine wild wogenden Fluten wahllos über Fluren und Auen vernichtend ergießt, so brach der Genius Schillers los, in seiner durch äußere Einschränkung vervielfachten Kraftentfaltung alle Grenzen weiser Mäßigung und regelbeobachtender Besonnenheit außer Acht lassend. In seinem Innern ergriffen von den stürmenden und drängenden Ideen seiner Zeit, und gerade in Bezug auf diese Ideen in seiner eigenen Persönlichkeit schwer verletzt, wandte er in jugendlich unmutiger Bitterkeit seinen Zorn und Grimm gegen die ganze bestehende menschliche Ordnung, gegen Gesellschaft und Staat. Und ungeheuer zündete er in jener Zeit, wo die französische Revolution vor der Thür stand und auch in Deutschland die Lehren der Vorbereiter derselben gewaltigen Einfluß ausübten. Und auch heute noch zündet er, da die Sprache der Leidenschaft stets lauten Wiederhall weckt, in jeder fühlenden Brust.

Wenn uns heute auch die in den Räubern, in Fiesko, Kabale und Liebe niedergelegte revolutionäre Stimmung fremd ist und wenn wir auch durch die z. t. unkünstlerische, oft rohe Form und durch die zahlreichen unnatürlichen, überschwenglichen Situationen vielfach abgestoßen werden, so wird sich doch auch heute niemand der wahren, edlen Begeisterung verschließen können, die i. a. jene Stücke atmen und der man nachfühlt, daß sie aus einer für das Gute, Wahre, Schöne warm empfindenden Brust hervorquoll. Darin aber liegt der durchgreifende Unterschied zwischen wiederum Schillerscher und Goethescher Dichtung und auch ein Grund mit für die größere Beliebtheit der ersteren überall im Volke, daß Schiller den Zeitgeist aufgriff, wie er in ihm und in der Mehrzahl seiner Zeit- und Volksgenossen lebte und daß er ihn in dieser Form zur Darstellung brachte, während ein solches in die Außenwelt tretende Drängen und Treiben Goethes, zu stiller Beschaulichkeit angelegter Natur fremd war. Freilich war auch letzterer in seiner Jugend nicht unbeeinflußt von dem treibenden Geiste der Zeit geblieben, und auch er legte diese Stimmung nieder zunächst in dem im Mai 1773 erschienenen Büchlein „von deutscher Art und Kunst, einige fliegende Blätter", in denen er — von Herder als der deutsche Shakespeare angekündigt — im Entzücken über das Münster zu Straßburg sich gegen den, den Standpunkt der antiken Baukunst vertretenden Abbé Laugier wendet und auch er schuf dann dieser Geistesströmung ein bleibendes literarisches Denkmal im Götz von Berlichingen, dem Stücke, das man seine revolutionäre Dichtung nennen könnte, die, auf echt volkstümlichem Boden entsprossen, Goethes volkstümlichstes Drama geblieben ist. Aber schon hier, welcher Unterschied von den revolutionären Jugendstücken Schillers! Zwar auch im Götz, — besonders in dem ersten Entwurfe — durch Einfluß Shakespeare's hervorgerufene äußere ungebundene Regellosigkeit, Mannigfaltigkeit und Wechsel der Scenen, bewegtes dramatisches Leben, interessantes romantisches Beiwerk — und doch schon hier Hinstreben zum Typischen, ausgesprochene Neigung vom Besondern zum Allgemeinen, von der Erscheinung zur Idee emporzusteigen.

Bei Schiller umgekehrt überall Neigung zur Individualisierung, Herabsteigung vom Allgemeinen zum Besondern, von der Idee zur Erscheinung. Und auf diesem Gebiete welche bezaubernde Mannigfaltigkeit! Begeistert von den ewigen Ideen des Wahren, Schönen, Guten legt er diese Ideen in ihrer

ganzen Ausdehnung in unerschöpflich wechselnder Gestalt in seinen Geisteswerken nieder aus der „rauhen Wirklichkeit", die ihm in seiner Jugend so wenig äußeres Glück beschieden hatte, erhebt er sich und uns in das „schöne Wunderland" der Ideale, in dessen Heiligtume es keine Zweifel und keine Kämpfe, keinen Jammer und keine Thränen gibt. Wie ein von der Wahrheit seiner Worte tief innerlich überzeugter Volksprediger wirft er in unmittelbar zum Herzen sprechendem Ausdruck seine von Begeisterung getragenen persönlichen Empfindungen mitten hinein in das warm pulsierende Leben des Volkes, jeden, der selbst höherer Empfindung fähig ist, mit sich fortreißend im Schwunge seines Genius. Daher erklärt sich jene unmittelbare Berührung, in die Schiller mit unserem Volke getreten ist und daher darf er mit größerem Rechte als Goethe ein Volksbildner genannt werden.

Noch ein kurzes Wort sei erlaubt über die Dramen der beiden Dichter im besondern. Wir hatten an früherer Stelle gesagt, daß die Dramen Goethes einen vorwiegend psychologischen Charakter tragen, entsprechend der klassischen griechischen Tragödie, deren Hauptkennzeichen eine streng psychologische Charakterentwickelung fern von übermäßigem idealem Gefühlsschwung ist. Dem gegenüber müssen die Schillerschen Dramen vorwiegend historische genannt werden. Über diesen Unterschied mit Bezug auf unser Thema noch einige Worte.

Je mehr im Drama mit Beschränkung des Hintergrundes, auf dem sich die Handlung abspielt, der Schwerpunkt auf eine lebenswahre, innerlich begründete Entwicklung der Charaktere der auftretenden Personen gelegt wird, desto mehr gehört es in das psychologische Gebiet — und jemehr der bedeutsame Boden hervorgehoben wird, auf dem sich in kräftiger gegenseitiger äußerer Reibung die Personen tummeln, desto mehr gehört das Drama dem historischen Gebiete an. Dieser Unterschied läßt sich an Beispielen am besten darlegen. Nehmen wir Goethes Iphigenie und Schillers Wallenstein.

Der Iphigenie fehlt der historische Boden fast gänzlich; Schauplatz und Zeit sind die denkbar einfachsten und dem entsprechend ist auch die äußere Handlung einfach, das Spiel und Gegenspiel der Personen wenig belebt. Aber gerade dieser Mangel an äußerem Leben nötigt den Dichter die Entwicklung des innern Lebens um so mehr zu vertiefen, auf sie den Schwerpunkt zu legen, dermaßen, daß man die Armut der äußern Handlung darüber vergißt. Diese Vertiefung des innern Lebens vermißt man hauptsächlich an der klassischen dramatischen Literatur der Franzosen im 17. Jahrhundert — die Armut an äußerer Handlung, veranlaßt durch allzubefangene Auffassung der aristotelischen 3 Einheiten seitens der betreffenden Dichter ist nicht ersetzt durch Reichtum des innern dramatischen Lebens und dieser Mangel läßt uns jene Stücke vielfach so arm und nüchtern in ihrem Gesamteindruck erscheinen. In Goethes Iphigenie dagegen fühlen wir die Beschränkung der äußeren Beweglichkeit nicht, weil die innere Entwicklung der Heldin um so gewaltiger gezeichnet ist. Schiller sagte von der Dichtung: „Die Empfindung ist zur Handlung gemacht". Und in der That, in der Schilderung des Zweispaltes, in den Iphigenie gerät, ob sie ihren Bruder retten und Thoas betrügen oder ihrem Priesterinnenberufe treu bleiben und den Bruder opfern soll, besitzen wir ein Seelengemälde der erschütterndsten Art. Mit ergreifender Tragik spricht sich jener Zwiespalt in dem Monologe der Iphigenie IV. 5 aus.

Ich muß ihm folgen; denn die Meinigen
Seh' ich in dringender Gefahr. Doch ach!
Mein eigen Schicksal macht mir bang und bänger.
O, soll ich nicht die stille Hoffnung retten,
Die in der Einsamkeit ich schön genährt?
Soll dieser Fluch denn ewig walten? Soll
Nie dies Geschlecht mit einem neuen Segen
Sich wieder heben? — Nimmt doch Alles ab!
Das beste Glück, des Lebens schönste Kraft
Ermattet endlich! warum nicht der Fluch?
So hofft' ich denn vergebens, hier verwahrt,

Von meines Hauses Schicksal abgeschieden,
Dereinst mit reiner Hand und reinem Herzen
Die schwerbefleckte Wohnung zu entsühnen!
Kaum wird in meinen Armen mir ein Bruder
Vom grimm'gen Übel wundervoll und schnell
Geheilt, kaum naht ein lang erflehtes Schiff,
Mich in den Port der Vaterwelt zu leiten,
So legt die taube Not ein doppelt Laster
Mit eh'rner Hand mir auf; das heilige,
Mir anvertraute, vielverehrte Bild
Zu rauben und den Mann zu hintergehn,
Dem ich mein Leben und mein Schicksal danke.
O, daß in meinem Busen nicht zuletzt
Ein Widerwille keime, der Titanen,
Der alten Götter, tiefer Haß auf euch,
Olympier, nicht auch die zarte Brust
Mit Geierklauen fasse! Rettet mich,
Und rettet euer Bild in meiner Seele!

Welche Seelenangst offenbart sich in den letzten Worten? Der Kampf um die höchsten sittlichen Güter entspinnt sich hier nicht nach außen hin, sondern Iphigenie kämpft ihn allein, in ihrem Innern durch — und in diesem Kampfe erhebt sie sich zu einer solchen sittlichen Höhe des Handelns und Leidens, daß wir atemlos diesem Kampfe folgen und mit zitternder Spannung der Lösung der Krisis entgegensehen. Diesen Kampf in seiner vollen Geltung auf der Bühne zum Ausdruck zu bringen, ist keinem Menschen gegeben — und er ist auch nicht darauf berechnet, vor einem großen Publikum zur Geltung gebracht zu werden — nur in Selbstzurückgezogenheit muß man ihn mit durchzukämpfen versuchen, um zu wahrer Läuterung an ihm sich zu erheben.

Anders beim Wallenstein. Hier haben wir einen großen, welthistorischen, vaterländischen Hintergrund, der an sich schon allgemeines Interesse erregt, durch und durch volkstümliche, in einem herrlich humoristischen Grundtone gehaltene Schilderungen aus dem Kriegslager einer lebensfrischen sorglosen Soldateska und dazu im Mittelpunkte einen gewaltigen, allgemein bekannten Helden, der in der selbstbewußten Macht seines genialen Willens sich auflehnt gegen das Recht, in dem Kampfe gegen dasselbe untergeht und durch diese Sühne die verletzte sittliche Weltordnung wiederherstellt. Auch in der äußern Darstellung ist alles Leben und Handlung — bunte, wechselnde, glanz- und farbenprächtige Bilder, die den Leser und Zuschauer in Spannung von einer Stufe der Entwicklung zur andern hinüber führen und sein Interesse ständig wachhalten. Wir erkennen aus diesen in Umrissen dargelegten Zügen der als Beispiele hervorgezogenen beiden Dramen wiederum den Grundcharakter, dort des Goetheschen hier des Schillerschen Dichtkunststils, welcher Unterschied in allen Dichtungen der beiden Heroen durchgreifend wiederkehrt. Wir können aus ihnen wiederum speziell die schon früher allgemein gefolgerten Schlüsse ableiten, die in kurzen Worten wiederholt sich dahin zusammenfassen lassen:

Wer, erfaßt von der ruhigen abgeklärten Heiterkeit antik-klassischer Kunstschöne diese in deutschem Gewande genießen will, wer mit nach Innen gewandtem Blick an der geistigen Entwicklung erhabener Menschennaturen sein eigenes Innere abzuklären strebt zu jener olympischen Ruhe, die Goethe auszeichnete, der wird zu Goethes Dichtungen greifen; wer aber im Stürmen und Drängen der Zeit an lebensvollen künstlerischen Gestaltungen sich erfreuen und seinen eigenen Mut stärken und erheben will, wer im Anschauen des Strebens einer idealen Persönlichkeit seine eigenen Ideale festzuhalten und zu bewahren sucht, der wird sich Kraft und Freudigkeit zu neuem Ringen aus Schillers Dichtungen holen können. Die ersteren werden stets in der Minderzahl sein.

II.

Die Centralbewegung.

Entwickelung der einschlägigen Gesetze und Zusammenstellung der auf ihnen beruhenden Versuche und Erscheinungen.

Von

Dr. Karl Völker.

Einleitung.

Ein Blick in die Natur genügt, um die Überzeugung zu gewinnen, daß es die Bewegung ist, welche derselben Leben und wirklichen Zusammenhang verleiht. Es kann daher nicht überraschend erscheinen, daß man schon in den frühesten Zeitaltern versuchte, sich richtige Begriffe von derselben zu bilden, wozu besonders die Bewegung der größeren Himmelskörper eine nennenswerte Veranlassung gab. Daß indessen die ersten Vorstellungen von der Bewegung sehr unvollkommen waren, ist leicht erklärlich, da wohl bei keiner anderen Erscheinung die Täuschung häufiger vorkommen kann als gerade bei der Bewegung. So waren schon Jahrhunderte vergangen und man hatte noch die irrigsten Vorstellungen von derselben. Trotzdem findet man bei einigen Physikern der damaligen Zeit eine Reihe der verschiedenartigsten Bewegungen aufgezeichnet, denen allerdings ein unrichtiges Princip der Einteilung zu Grunde liegt.

Einen Aufschwung erfuhr die Bewegungslehre erst durch Galilei. Bis auf ihn hatte man weder von der Schwere, noch vom Drucke, noch vom Stoße, noch von irgend einer bewegenden Kraft einen richtigen Begriff; es waren also bis zu dieser Zeit alle Gesetze der Bewegung unbekannt. Ihm gebührt das Verdienst, die Bewegung des freien Falls der Körper in Folge der Schwere entdeckt zu haben. Er betrachtet die Schwere, ohne noch über ihr Wesen Klarheit zu haben, blos als eine Kraft, welche stetig und unaufhörlich auf jeden Körper wirkt, und stellte durch geometrische Betrachtungen und Versuche die Fallgesetze fest. Über die Bewegung im Allgemeinen setzte er 5 Gesetze fest und machte sie später in seinen mechanischen Abhandlungen bekannt. An die Betrachtungen über den freien Fall der Körper knüpfte er zugleich die über den Fall derselben auf der schiefen Ebene. Nebst diesen sind ihm auch die ersten Untersuchungen über die Pendelbewegung zu verdanken, worauf er durch die schon in seiner Jugend gemachte Beobachtung geführt wurde, daß verschiedene in Kirchengewölben gleich lang herabhängende Lampen gleichzeitige Schwingungen machten. Hierauf gestützt fand er, daß Pendel

von ungleicher Länge in derselben Zeit Schwingungen vollbrachten, deren Anzahl sich umgekehrt wie die Quadratzahlen der Längen verhielten. Er war somit der erste, welcher krummlinige Bewegungen nach mathematischen Gesetzen bestimmte.

Die Eigenschaften der Bewegung überhaupt lehrte Cartesius noch vollständiger als Galilei, wenn auch die Bestimmung und Festsetzung der Begriffe nicht sehr glücklich war.

Einen richtigeren Begriff von der Schwere als Galilei hatte schon dessen Zeitgenosse Kepler. Er beschränkt dieselbe nicht blos auf die Körper unserer Erde, sondern erstreckt sie auf den Mond, die Sonne und die Planeten, damit diese durch ein gegenseitiges Anziehen in ihren Bahnen erhalten würden.

Die Schwere, sagt er, ist ein körperliches und gegenseitiges Bestreben ähnlicher Körper, sich mit einander zu vereinigen.

Es glückte indessen vor Newton keinem, nur irgend ein Gesetz der Gravitation zu entdecken, worauf wir später noch eingehen wollen.

Hatte Galilei schon Untersuchungen über die Pendelbewegung angestellt, so war die Anwendung der Pendel zu Uhrwerken seit dem Jahre 1656 Huygens' Hauptbeschäftigung, und seine Untersuchungen waren von so glücklichem Erfolg, daß er im Stande war, seine Theorie mit der Anwendung der Pendel unter dem Titel: „horologium oscillatorium sive de motu pendulorum ad horologia aptato demonstrationes geometricae" im Jahre 1673 zu Paris zu veröffentlichen.

Durch die Untersuchungen in der Lehre vom Pendel wurde Huygens auf eine ganz neue Lehre geleitet, welche mit den Schwingungen der Pendel im Kreise große Ähnlichkeit hat; es sind dies seine wichtigen Gesetze von der sogenannten Centrifugal-, Flieh- oder Schwungkraft. Diese Gesetze sind dem soeben angeführten Werk, jedoch ohne Beweis angehängt. In der nach seinem Tode veröffentlichten Sammlung „opuscula postuma" sind sie mit Beweisen in einer besonderen Abhandlung „de vi centrifuga" zusammmengestellt, wovon wir die wichtigsten im §. 7 vorliegender Arbeit angeführt finden. So hat Huygens die bis dahin noch wenig ausgebildete, nach Gesetzen vor sich gehende krummlinige Bewegung wesentlich bereichert.

Bisher hatte man die Erde als eine vollkommene Kugel betrachtet und unter dieser Annahme versucht, ihre Größe zu bestimmen. Indessen hatten die zu jener Zeit angestellten Gradmessungen sowie die verschiedenen Schwingungszahlen des Sekundenpendels an verschiedenen Orten der Erde Resultate ergeben, welche mit jener Annahme nicht in Einklang zu bringen waren. Aus den gemachten Beobachtungen, daß sich die Schwere nach dem Äquator hin vermindere, wurde Huygens durch seine Gesetze von der Schwungbewegung im Kreise auf den Gedanken geleitet, daß diejenigen Teile der Erde, welche durch den Schwung eine Verminderung der Schwere gegen den Äquator hin erlitten hätten, mit den schweren Teilen gegen die Pole hin sich unmöglich das Gleichgewicht halten könnten unter der Annahme der Kugelgestalt der Erde. Er zeigt, daß die Erde die Gestalt eines an den Polen zusammengedrückten und abgeplatteten Sphäroid hat, und beweist es an einer rotierenden weichen Thonkugel. So war gezeigt, daß der Durchmesser des Äquator größer als die Axe sein mußte. Er berechnete zufolge dieses Experiments die Größe der Schwungkraft und fand sie unter dem Äquator $\frac{1}{289}$ der Schwere, ohne jedoch Rücksicht auf die verschiedene Schwere in verschiedenen Abständen vom Mittelpunkt zu nehmen. Ferner bewies er, daß bei 17 mal schnellerer Rotation der Erde, also bei 289 mal größerer Schwungkraft, die Schwere unter dem Äquator gleich Null sein würde. Alsdann würde die Erde die größte Abplattung haben und der Durchmesser des Äquators doppelt so groß als die Erdaxe sein. Bei einer noch schnelleren Drehung würden die Teile am Äquator nicht mehr von der Schwere zurückgehalten werden können. — Diese Erfolge erzielte Huygens infolge seiner Lehre von der Centrifugalkraft.

Newton, welchem es gelang, unter Berücksichtigung der bekannten Keplerschen Gesetze durch eine fruchtbare Anwendung der höheren Mathematik das Gesetz der Gravitation der Himmelskörper

zu entdecken, vollendete die Theorie der krummlinigen Bewegungen, indem er die Gültigkeit des Gesetzes für alle materiellen Körper aussprach. Er betrachtete die krummlinige Bewegung aus einem weit allgemeineren Gesichtspunkt als alle seine Vorgänger und fand auf mathematischem Wege die Gesetze derselben. In seinem vorzüglichen Werk: Principia philos. naturalis Lib. I, Sect. 2—3 ist die Lehre der Centralbewegung nach der dem ganzen Buche eignen synthetischen Methode behandelt. Zunächst beweist er Lib I. Sect. II. Propositio I. Th. I. den unter dem Namen des Flächengesetzes bekannten Satz und aus dessen Umkehr Lib I Sect. III. Prop. XI. Theorema VI das Vorhandensein einer Centripetalkraft, welche sich mit dem umgekehrten Quadrat der Entfernung von ihrem Anziehungspunkt ändert. Dieses von Newton erwiesene Problem, das Gesetz der Centripetalkraft aus der Bahn zu finden, nennt man die „Aufgabe der Centralkräfte."

Wegen der zu jener Zeit noch wenig ausgebildeten Integralrechnung gelang es Newton, obwohl er der Erfinder derselben ist, nicht, die Umkehrung des Problems: die Natur der krummen Linien aus dem Gesetze der Centripetalkraft zu entwickeln, vollständig und allgemein zu lösen. Es gelang ihm indessen durch sinnreiche Methoden, Auflösungen für specielle Fälle zu finden. Allein durch die weitere Ausbildung dieser Rechnung wurde von den damaligen Mathematikern jene Aufgabe schließlich in ihrer Allgemeinheit durchgeführt, womit die Centralbewegung begründet und erklärt war. Wenn auch nach Newton verschiedene kürzere und mit mathematischer Strenge durchgeführte Auflösungen des Problems gegeben worden sind, so gebührt indessen Johann Bernoulli das Verdienst, dasselbe zuerst allgemein aufgelöst zu haben. Er zeigte, daß ein geworfener Körper, der nach dem umgekehrten Quadrat der Entfernung von einem festen Punkte nach diesem beständig angezogen würde, notwendig einen Kegelschnitt beschreiben muß. Nach Bernoulli sind es hauptsächlich Leonh. Euler, Kästner, Lagrange und La Place in seiner mécanique céleste gewesen, die sich mit diesem Problem weiter beschäftigt haben.

Von dem Gesichtspunkt aus, die Centripetalkraft als eine gewisse Function der jeweiligen Entfernung des bewegten Körpers von seinem Anziehungspunkte zu setzen, sind auch in vorliegender Arbeit die Gesetze der Centralbewegung hergeleitet, da dieselben in dieser Form übersichtlicher erscheinen dürften, als durch Herleitung der Beweise mittelst elementarer Mathematik, welche häufig doch nicht zu dem gewünschten Ziele führt; indessen ist von der Theorie des Kreisels sowie der der freien Axen vermittelst höherer Mathematik abgesehen, da dieses zu weit in die Lehren der höheren Mechanik eingreifen würde und da sich die hierauf bezüglichen Gesetze sehr schön experimentell nachweisen lassen.

A. Theoretischer Teil.

§. 1. Begriff der Centralbewegung.

Die Centralbewegung gehört ihrer Natur nach zu den krummlinigen Bewegungen und ist als ein besonderer Fall der letzteren zu betrachten.

Ein mit einer Anfangsgeschwindigkeit begabter oder ein durch seine lebendige Kraft sich bewegender Körper hat, abgesehen von sonstigen Einwirkungen, stets eine geradlinige Bewegung. In einer krummen Linie kann sich derselbe nur dann bewegen, wenn beständig eine sich immer gleich bleibende oder sich in jedem Moment ändernde Kraft auf ihn wirkt und ihn in jedem Punkte seiner Bahn von der Tangente, nach welcher Richtung er sich vermöge der erlangten Geschwindigkeit dem Gesetze der Trägheit zufolge zu bewegen sucht, ablenkt.

Nehmen wir an, diese beständig wirkende Kraft sei in jedem Moment und auf jedem Punkt der Bahn an Größe und Richtung variabel, so entsteht eine krummlinige Bewegung allgemeinster Art.

Denn gesetzt, ein Körper M (Fig. 1) erhalte durch einen momentanen Stoß eine gewisse Anfangsgeschwindigkeit, welche allein ihn im ersten Momente von M bis A triebe und er werde nun durch die Kraft P_1, welche im ersten Moment stetig wirkt, angegriffen, so daß er, ihr allein folgend, von M nach P_1 gelangte, so bewegt er sich nach dem „Satz vom Parallelogramm der Kräfte" im ersten Moment von M nach M_1. Wegen des Beharrungsvermögens würde er im zweiten Moment von M_1 nach B gehen; da ihn aber jetzt die Kraft P_2 angreift, so geht er aus demselben Grunde von M_1 nach M_2 u. s. f. Er durchläuft also den Weg M_1 M_2 M_3 M_4 u. s. w. Da nun die Einwirkung der Kräfte in jedem unendlich kleinen Zeitraum geschieht, so sind auch die Diagonalen M M_1, M_1 M_2 u. s. w. als unendlich klein zu betrachten; sie bilden daher in ihrer stetigen Aufeinanderfolge eine krumme Linie, welche die krummlinige Bewegung allgemeinster Art der Körper versinnlicht.

Specialisieren wir die eben angestellte Betrachtung, indem wir annehmen, daß die auf den bewegten Körper M beständig wirkende Kraft P immer dieselbe sei und immer nach demselben Punkte O hin wirkt und daß sich die Wirkung derselben mit den verschiedenen Abständen des Körpers von diesem Punkte O ändert, so erhalten wir eine Bewegung, die wir mit dem Namen „Centralbewegung" bezeichnen.

Der Vorgang dieser Bewegung erklärt sich ganz analog der Bewegung in unserer ersten Betrachtung (Fig. 2). Man unterscheidet eine freie und eine gebundene Centralbewegung. Eine freie ist eine solche, die ein frei im Weltraum schwebender Körper beschreibt, wenn er, durch eine gewisse lebendige Kraft fortgetrieben, durch die Anziehung eines anderen Körpers stetig von der geraden Linie, die er der Trägheit zufolge beschreiben würde, abgelenkt wird. Eine gebundene hingegen ist eine solche, die z. B. ein im Kreise geschwungenes Pendel beschreibt, wo also die anziehende Kraft in der Festigkeit der Schnur ꝛc. besteht.

Erklärung: Den Punkt O nennt man das Centrum, Attractionscentrum oder auch Mittelpunkt der Bewegung; eine jede vom Centrum nach irgend einem Punkte der Bahn gezogene Gerade den Radius vector; diejenige Kraft, welche den Körper nach dem Centrum zieht, die Centripetal- oder Centralkraft, die Kraft, mit welcher sich der Körper von dem Centrum zu entfernen bestrebt, um in der Richtung der Tangente weiter zu gehen, die Centrifugal-, Flieh- oder Schwungkraft.

Je nachdem nun die Größe und Richtung dieser beiden Kräfte verschieden sind, je nachdem wird auch die Bahn des Körpers eine andere sein. Sie kann, wie später gezeigt werden soll, ein Kreis, eine Ellipse u. s. w. sein.

§. 2. Allgemeines über die Centripetal- und Centrifugalkraft.

Wie die Kraft der Trägheit bei fortschreitenden Bewegungen jeder Änderung der Geschwindigkeit ein Hindernis entgegensetzt, welches durch die Wirkung der angreifenden Kraft überwunden werden muß, so tritt dieselbe bei den krummlinigen Bewegungen noch auffallender hervor.

Bei diesen Bewegungen wird, wie wir im vorigen § gesehen haben, die Richtung des bewegten Körpers, welche durch die jedesmalige Tangente an die Bahn angezeigt wird, in jedem Augenblicke geändert. Zufolge der Trägheit der Materie besitzt der Körper das Bestreben, in jedem Augenblicke der Bewegung in gerader Linie, d. h. in der Richtung der Tangente fortzugehen, oder in der in jedem Augenblicke vorhandenen Bewegungsrichtung zu verharren. Damit nun der Körper in Centralbewegung fortschreite, muß auf ihn eine Kraft wirken, die denselben von der jeweiligen Richtung der Tangente um ein gewisses Wegstück nach dem Centrum hin ablenkt. Soll beispielsweise der Körper eine Kreisbahn durchlaufen, so leuchtet ein, daß auf ihn eine Kraft wirken muß, welche ihn dem Centrum der Bahn so viel nähert, als die Bahn selbst sich von der Tangente entfernt. Diese Kraft, welche bei jeder drehenden Bewegung vorhanden sein muß und den Körper stets nach dem Centrum hinzieht, heißt die Centripetalkraft. Die Kraft hingegen, mit welcher der Körper vermöge seiner Trägheit in seiner einmal an-

genommenen Bewegungsrichtung zu verharren sucht und jener Kraft entgegenwirkt, ist die Centrifugalkraft. Sie ist also nicht als eine ursprüngliche Kraft anzusehen, sondern blos als eine Folge der Trägheit der Körper. Eine Kraft ist sie aber dennoch, weil sie einer andern das Gleichgewicht hält und nach dem Gesetz: actio est par reactioni, welches Newton als das dritte Gesetz der Mechanik bezeichnet, der Centripetalkraft genau an Größe gleich und ihr entgegengesetzt.

Ein kleines Experiment wird uns über das wirkliche Vorhandensein und Wirken dieser Kräfte belehren. Schwingt man einen an einem Faden befestigten Körper im Kreise, so liegt die Kraft, welche ihn nach dem Centrum zieht, in der Festigkeit des Fadens, welche sich mit der Centrifugalkraft in das Gleichgewicht setzt und eben dadurch als Centripetalkraft wirkt. Da nun der Faden gespannt ist, so geht hieraus hervor, daß der Körper einen ebenso starken Zug auf das Centrum der Bewegung ausübt, als der ist, welcher ihn aus der geradlinigen Bewegung ablenkt. Überwiegt die Centrifugalkraft die Centripetalkraft, so reißt der Faden, und der Körper bewegt sich in seiner augenblicklichen Tangentenrichtung geradlinig fort; im umgekehrten Falle stürzt der Körper nach dem Centrum hin.

Hieraus ist ersichtlich, daß die Centrifugalkraft derjenige Widerstand ist, den der bewegte Körper infolge seiner Trägheit der Änderung seiner Bewegungsrichtung entgegensetzt. Durch die Aufhebung der Centripetalkraft verschwindet auch die Centrifugalkraft; denn hierdurch wird die Bewegung anderer Art und der Körper sucht sich in der Richtung seiner Bewegung von der Drehaxe zu entfernen.

Die tangentiale Kraft des Körpers muß der lebendigen Kraft desselben proportional sein. Denn, wenn ein Körper in gerader Linie sich bewegt, so ist die Kraft, mit welcher er in dieser fortgeht, gleich seiner lebendigen Kraft. Da nun diese Kraft, sich zufolge der Trägheit des Körpers geradlinig fortzubewegen, auch bei der drehenden Bewegung beständig vorhanden ist, so muß die Centrifugalkraft der lebendigen Kraft des Körpers direct proportional sein.

Leicht leuchtet auch ein, daß dieselbe im umgekehrten Verhältnisse zum Krümmungsradius an irgend einem Punkte der Bahn steht; oder wenn wir uns eine Kreisbahn vorstellen, daß sie im umgekehrten Verhältnisse zum Radius der Bahn steht; denn je stärker die Bahn gekrümmt, je kleiner also der Radius ist, um so mehr entfernt sich ein Körper bei einem und demselben Wege von derselben. (Fig. 3.)

Durch diese Betrachtung hätten wir demnach einen Ausdruck für die Centrifugalkraft im Kreise von der Form

$$F = mv^2 : r$$

d. h. die Centrifugalkraft eines Körpers ist direct proportional der lebendigen Kraft desselben und umgekehrt proportional dem Radius seiner Bahn. Den mathematischen Beweis für die Richtigkeit werden wir später liefern.

In Bezug auf die Centripetalkraft wollen wir an dieser Stelle noch bemerken: Eine jede Centripetalkraft muß als eine beschleunigende Kraft aufgefaßt werden. Denn sie wirkt nicht blos einmal, etwa durch einen Stoß, sondern durch einen fortdauernden Druck oder Zug, sich nur mit der jeweiligen Entfernung des Körpers von ihrem Wirkungspunkte ändernd, ebenso wie die Schwerkraft in der Nähe der Erde.

Es besteht indessen ein wesentlicher Unterschied zwischen den Wirkungen der Centripetalkraft und der Schwerkraft. Wird ein Körper von dieser Kraft beeinflußt, so wird ihm durch dieselbe eine wirkliche Geschwindigkeit verliehen, die mit der Zeit anwächst, nach Verlauf einer Secunde die Größe der Kraft erreicht und durch die fortdauernde Wirkung jede Grenze übersteigen kann. Bei der Centripetalkraft hingegen ist der Erfolg der Wirkung keine Geschwindigkeit, ihr Wirken auf jedem Punkt der Bahn des Körpers liefert keine Gesamtwirkung, sondern jedes Wirken derselben im nächstfolgenden Momente wiederholt nur das Spiel im vorhergehenden, welcher erlangte Erfolg sonst durch die Eigenbewegung des Körpers wieder aufgehoben würde.

Sie bewirkt daher während ihrer gesamten Wirkungsdauer nur eine stete Richtungsänderung der Bahn.

Weiterhin müssen wir noch als eine der Centripetalkraft allgemeine, wichtige Erscheinung hier anführen, daß dieselbe bei den verschiedenartigsten Vorgängen sich entwickeln kann. Wir dürfen nicht sofort annehmen, daß bei einer Centralbewegung die Centripetalkraft, obgleich ihr Wirken nach dem Attractionscentrum gerichtet ist, ihren Sitz unbedingt in diesem Punkte habe. Wir können daher bei jeder gleichförmigen Bewegung eines Körpers im Kreise zunächst nur sagen, daß eine Centripetalkraft vorhanden ist, durch deren Einwirkung diese Bewegung vor sich geht, während wir den Ursprung und Sitz derselben erst ermitteln müssen.

Bewegt man den Arm, schwingt man ein Pendel, so ist es die Cohäsion der Molecüle des Körpers, welche jene Kraft hervorbringt und leistet; wäre sie nicht vorhanden, so würden sich die Molecüle des Körpers bei der Drehung trennen und von einander entfernen.

Um ein anderes Beispiel zu geben, denken wir uns einen auf einem Schleifstein festsitzenden Wassertropfen. Wird der Stein in Rotation gesetzt, so wird der Wassertropfen so lange haften, als noch die Centripetalkraft von der Centrifugalkraft nicht überwogen wird. Man wird leicht einsehen, daß jene Kraft hier durch die Adhäsion an dem Steine geleistet wird.

Gelangt eine Kugel durch eine gewisse Anfangsgeschwindigkeit von A nach B, so wird sie die Kreisbahn $ABCDE\ldots$ durchlaufen, wenn sie von außen her in jedem Moment in der Richtung nach dem Centrum M zu Stöße von gleicher und geeigneter Stärke empfängt (Fig. 4).

Werfen wir schließlich noch einen Blick auf die um die Sonne kreisenden Planeten, so finden wir, daß bei dieser Bewegung die Centripetalkraft durch die Anziehung der Sonne bewirkt wird, die sich im Centrum der beschriebenen Bahnen befindet. —

Zum Schlusse dieses § sei bemerkt, daß man in früheren Zeiten und wohl hier und da auch jetzt noch, eine andere Ansicht über die Centrifugalkraft antrifft, als wir dargethan haben. Denn während wir das Vorhandensein der Centrifugalkraft außer Zweifel sehen, so giebt es manche Physiker, welche dasselbe leugnen und sie für eine bloße mathematische Idee erklären. Ihre Ansicht ist: Jeder einmal bewegte Körper setzt schon vermöge seiner Trägheit seine einmal angenommene Bewegung in derselben Richtung und mit derselben Geschwindigkeit fort, ohne dazu noch einer neuen Kraft zu bedürfen. Nun sind beispielsweise die Himmelskörper von dem Weltschöpfer im Anfange mit einer allmächtigen Kraft angestoßen und müßten zufolge der Trägheit ihrer Masse nach einerlei Richtung und mit derselben Geschwindigkeit bis in Ewigkeit fortlaufen, wenn sie nicht auf jedem Punkte ihrer Bahnen durch eine Kraft nach einem außerhalb derselben liegenden Punkte gezogen würden, wodurch eine Centralbewegung entsteht.

Von jener Kraft nun, welche den Körpern die erste Bewegung verlieh, wird ganz abstrahiert, und es wird nur der Centripetalkraft ein wirkliches Vorhandensein zuerkannt. Diese Kraft würde den Körper, wenn er in Ruhe wäre, in Bewegung versetzen, da sie ihn aber in Bewegung findet, so ändert sie nur die Richtung derselben in allen Punkten. Eine Centrifugalkraft, eine Folge der Trägheit des Körpers oder vielmehr der aus ihr folgenden, schon vorhandenen Bewegung, ist bei dieser Bewegung nicht notwendig und auch nicht als eine Kraft zu betrachten.

Gegen diese Ansicht wird als wichtigster Gegenbeweis angeführt: Wenn auch die Himmelskörper durch eine allmächtige Kraft vom Schöpfer in Bewegung gesetzt sind, so würde nach jener Ansicht nur folgen, daß sie durch die Einwirkung der Centripetalkraft beständig dem Centrum in einer Schneckenlinie sich nähern würden. Damit aber die Bewegung in einer krummlinigen Bahn vor sich gehe, muß notwendig eine andere Kraft ebenso stetig wirken als die Centripetalkraft, jedoch im entgegengesetzten Sinne. Dieses thut die Centrifugalkraft. —

Wie wir in §. 1 bemerkten, ändert sich bei jeder Centralbewegung die Centripetalkraft mit den verschiedenen Abständen des Körpers von dem Attractionscentrum; d. h. die Centripetalkraft P ist immer eine gewisse Function vom Radius vector r. Um nun unsere nächsten Untersuchungen ganz

allgemein zu halten, wollen wir über die Art dieser Function vorläufig keine Bestimmung treffen und so die für jede Centralbewegung gültigen, wichtigsten Lehrsätze aufzufinden versuchen, voraussetzend, daß die Centripetalkraft ihren Sitz im Centrum habe.

§. 3. Lehrsätze über die Centralbewegung, ohne Rücksicht auf die Art der Abhängigkeit von P und r.

Es sei unsere Aufgabe, die Bewegung eines Körpers zu untersuchen, welcher durch eine beliebige Kraft in den leeren Raum fortgetrieben ist und nach einem festen Punkte hin von einer Centripetalkraft angezogen wird, deren Wirkung sich mit den verschiedenen Abständen des Körpers von diesem Punkte ändert.

Der soeben erwähnte feste Punkt, der Attrationspunkt, stelle uns den Coordinatenanfangspunkt eines räumlichen rechtwinkligen Coordinatensystems dar; P bezeichne ferner den absoluten Wert der Centripetalkraft in irgend einem Augenblicke, r den zugehörigen Radius vector, so daß wir haben:

$$P = f(r)$$

Denken wir uns in irgend einem Augenblicke nach dem bewegten Körper den Radius vector gezogen, so bildet derselbe mit den Axen x, y, z unseres zu Grunde gelegten Systems die Winkel α, β, γ, deren Cosinus sind:

$$(1) \ldots \cos\alpha = \frac{x}{r};\ \cos\beta = \frac{y}{r};\ \cos\gamma = \frac{z}{r}.$$

Bilden wir ferner die Projectionen der Kraft P, d. h. die Componenten der Kraft, welche parallel zu den Coordinatenaxen wirken, so sind diese:

$$(2) \ldots P.\cos\alpha;\ P.\cos\beta;\ P.\cos\gamma$$

oder infolge der Gleichung (1):

$$P.\frac{x}{r};\ P.\frac{y}{r};\ P.\frac{z}{r}.$$

Aus der theoretischen Mechanik sind uns nun die Bewegungsgleichungen irgend eines materiellen Punktes bekannt als:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = X \text{ (Componente der Kraft, in der Axe der } x \text{ wirkend)}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = Y \text{ (" " " " " " " } y \text{ ")}$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = Z \text{ (" " " " " " " } z \text{ ")}$$

Da nun die Kraft P nach dem Coordinatenanfangspunkt hin wirkt, mithin ihre Componenten in der Richtung der negativen Axen wirken; oder, was dasselbe heißt, da diese projicierten Kräfte die Coordinaten stets zu vermindern suchen, so haben wir die Componenten als negativ in die Rechnung zu bringen, woraus folgt:

$$(3) \ldots \frac{d^2x}{dt^2} = -P.\frac{x}{r};\ \frac{d^2y}{dt^2} = -P.\frac{y}{r};\ \frac{d^2z}{dt^2} = -P.\frac{z}{r}.$$

Multiplicieren wir die erste dieser Gleichungen mit y, die zweite mit x und subtrahieren die erste von der zweiten, so folgt:

$$\frac{x\,d^2y - y\,d^2x}{dt^2} = o; \text{ oder:}$$

$$\frac{d\left[x\frac{dy}{dt} - y\frac{dx}{dt}\right]}{dt} = o; \text{ woraus durch Integration folgt: } (4) \ldots xdy - ydx = Cdt.$$

Eine entsprechende Rechnung mit der ersten und dritten, sowie der der zweiten und dritten der Gleichungen (3) liefert:

$$(5) \ldots zdx - xdz = B.dt \text{ und } (6) \ldots ydz - zdy = A.dt.$$

Multipliciert man diese Gleichungen: (4) mit z, (5) mit y, (6) mit x, so folgt durch Addition:

$$(7) \ldots Ax + By + Cz = o.$$

Diese Gleichung, welche uns die Bahn des Körpers vorstellt, ist zugleich die einer durch den Coordinatenanfang und den Punkt (x, y, z) gehenden Ebene; d. h.:

1) Bewegt sich ein Körper infolge eines Stoßes und unter der Einwirkung einer Centripetalkraft, so liegt seine Bahn in der durch die Richtung des Stoßes und das Centrum bestimmten Ebene.

Wir brauchen daher jetzt unsere Betrachtungen nur noch an die beiden ersten der Gleichungen (3):

$\frac{d^2x}{dt^2} = -P \cdot \frac{x}{r}$ und $\frac{d^2y}{dt^2} = -P \cdot \frac{y}{r}$ zu knüpfen, woraus die Gleichung (4):

$$(4) \ldots xdy - ydx = Cdt$$

folgte, und nehmen die Ebene der xy als Ebene der Bahn an. Bezeichnen wir den Winkel, welchen der Radius vector mit der Axe der x einschließt, durch φ, so bestehen die Relationen:

$$(7\alpha) \ldots x = r \cdot \cos\varphi;\ y = r \cdot \sin\varphi;\ r^2 = x^2 + y^2;$$

$$(7\beta) \ldots \left\{\begin{aligned} dx &= -r \cdot \sin\varphi\, d\varphi + \cos\varphi \cdot dr \\ dy &= r \cdot \cos\varphi\, d\varphi + \sin\varphi \cdot dr \end{aligned}\right\} dx^2 + dy^2 = r^2 d\varphi^2 + dr^2.$$

Durch Substitution dieser Werte in Gleichung (4) folgt:

$$(8) \ldots xdy - ydx = r^2 d\varphi;\ \text{oder:}\ (8\alpha) \ldots r^2 d\varphi = C \cdot dt.$$

Bekanntlich ist aber $\frac{1}{2}\, r^2 d\varphi$ das Differential eines Sectors, etwa MOM' (Fig. 5); es folgt daher auch: $\frac{1}{2}\, r^2 d\varphi = d\,(\text{Sector}) = \frac{1}{2}\, C \cdot dt$; also: (9) ... $d\,(\text{Sector}) = \frac{1}{2}\, C \cdot dt$; d. h. der während der Zeit dt beschriebene Sector besitzt die Größe $\frac{1}{2}\, C \cdot dt$; mithin hat der während der Zeiteinheit beschriebene Sector die constante Größe $\frac{1}{2}\, C$; oder integriert: (10) ... Sector $= \frac{1}{2}\, C \cdot t$.

Diese Gleichung sagt also aus:

2) Bei jeder Centralbewegung ist der während irgend einer Zeit vom Radius vector beschriebene Sector dieser Zeit proportional; der Radius vector beschreibt also überhaupt in gleichen Zeiten gleiche Sectoren, oder die in verschiedenen Zeiten beschriebenen Sectoren verhalten sich wie diese Zeiten.

Man nennt diese Eigenschaft der Centralbewegung das „Gesetz der Inhalte" oder das „Princip der Erhaltung der Flächen".

Um den Wert der bei der Integration hervorgegangenen Constanten C zu bestimmen, dient die geometrische Betrachtung, daß der Sector: $MOM' = \frac{1}{2} r^2 d\varphi = \frac{1}{2}\, Cdt$ (Fig. 6) auch auf andere Weise berechnet werden kann. Betrachten wir ihn als ein Dreieck mit der Basis ds und der Höhe $p = r \sin\lambda$, so ist: $MOM' = \frac{1}{2}\, ds \cdot r \cdot \sin\lambda$, da nun $ds = vdt$: $MOM' = \frac{1}{2} \cdot vr \cdot \sin\lambda \cdot dt$ oder: $\frac{1}{2}\, C \cdot dt = \frac{1}{2}\, v \cdot r \cdot \sin\lambda \cdot dt$; also: (11) ... $C = v \cdot r \cdot \sin\lambda$.

Es ist also C das Product aus den drei veränderlichen Größen; am Anfange der Bewegung ist es also: (12) ... $C = v_0 \cdot r_0 \sin\lambda_0$.

Erklärung: Bewegt sich ein Körper um einen festen Punkt O (Fig. 7), so versteht man unter Winkelgeschwindigkeit ω des Körpers diejenige Geschwindigkeit, die einem in der Entfernung $OA = 1$ von der Axe befindlichen Punkte A eigen ist. Legt derselbe innerhalb des Zeitelements dt das Bogenelement $d\varphi$ zurück, so ist also $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ die Winkelgeschwindigkeit im betrachteten Augenblick; die eines anderen Punktes A', wo der Radius vector r ist, wird sein $r\omega = r\,\frac{d\varphi}{dt}$.

Aus der Gleichung (8α) folgt nun sofort:

$$(13) \ldots \omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{C}{r^2};\ \text{d. h.:}$$

3) Bei jeder Centralbewegung ist die Winkelgeschwindigkeit umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung des Körpers vom Centrum.

Aus der Gleichung (11): $C = v \,.\, r \,.\, \sin \alpha$ folgt sofort, da $r \,.\, \sin \alpha = p$, d. h. gleich dem vom Centrum auf die am Punkte M gezogene Tangente der Bahn gefällten Perpendikel OP ist:

$$C = v \,.\, p \text{ oder } (14) \ldots v = \frac{C}{p} \text{ d. h.}$$

4) Die wahre Geschwindigkeit eines in Centralbewegung begriffenen Körpers in irgend einem Punkte seiner Bahn steht im umgekehrten Verhältnis zu der Länge des aus dem Centrum auf die Tangente an jenem Punkte gefällten Perpendikels; oder die Geschwindigkeiten des bewegten Körpers in zwei verschiedenen Punkten seiner Bahn verhalten sich umgekehrt wie die Perpendikel aus dem Centrum auf die zu beiden Punkten der Bahn gehörigen Tangenten. Letzteres folgt aus der Proportion:

$$(15) \ldots v : v_1 = \frac{C}{p} : \frac{C}{p_1}; \text{ d. h. } \frac{v}{v_1} = \frac{p_1}{p}.$$

Zugleich können wir hieraus noch folgern:

Ist die Bahn des Körpers ein Kreis (also $r = r_1$ und damit auch $p = p_1$), so ist die Geschwindigkeit des Körpers in allen Punkten gleich; d. h. der Körper bewegt sich alsdann mit gleichförmiger Geschwindigkeit; und je mehr sich die Bahn eines Körpers einem Kreise nähert, um so mehr nähert sich die Geschwindigkeit der Gleichförmigkeit.

Aus der Gleichung (13) folgt weiter noch die Proportion:

$$\omega : \omega_1 = \frac{C}{r^2} : \frac{C}{r_1^2}; \text{ oder: } \frac{\omega}{\omega_1} = \frac{r_1^2}{r^2}; \text{ d. h.}$$

5) Bei jeder Centralbewegung verhalten sich die Winkelgeschwindigkeiten in zwei verschiedenen Punkten der Bahn umgekehrt wie die Quadrate der zugehörigen Radien vectoren

6) Ist die Bahn des bewegten Körpers eine geschlossene, so ist die größte Winkelgeschwindigkeit in der unteren, die kleinste in der oberen Abside.

Erklärung. Unter Absiden versteht man bei einer geschlossenen Bahn die Punkte, welche dem Kraftpunkte am nächsten (untere Abside, auch Perihelium) oder am entferntesten (obere Abside, auch Aphelium) liegen. Die durch beide gehende Gerade heißt Absidenlinie.

Es sei (Fig. 8) in der unteren Abside bei A die Winkelgeschwindigkeit ω, in der oberen bei B ω''; ferner in einem anderen beliebigen Punkte C ω', so besteht nach dem vorhergehenden Satze die Proportion

$$OA^2 : OC^2 = \omega' : \omega$$

Da nun OA die kleinste Entfernung vom Kraftpunkt ist, so ist $OA < OC$ und auch $OA^2 < OC^2$; also auch $\omega' < \omega$.

Ebenso verhält sich: $OB^2 : OC^2 = \omega'' : \omega'$.

Da nun $OB > OC$, folglich $OB^2 > OC^2$, so auch $\omega' > \omega''$. Was für den Punkt C gilt, läßt sich ebenso für alle anderen Punkte der Bahn nachweisen. Die Winkelgeschwindigkeit ist also in A größer und in B kleiner als in jedem anderen Punkte der Bahn.

Erklärung: Der Radius vector gebrauche zu einem Umlauf, also 360^0, t Stunden. Wäre nun die Bewegung gleichförmig, würden also in gleichen Zeitteilen gleiche Winkel beschrieben, so würde in einer Stunde ein Winkel von $\left(\frac{360}{t}\right)^0$ beschrieben. Diese Winkelgeschwindigkeit, welche in der Praxis nicht selten zur Anwendung kommt, nennt man die mittlere Winkelgeschwindigkeit im Gegensatz zu der wahren Winkelgeschwindigkeit, welche dem Radius vector im gegebenen Augenblicke wirklich eigen ist. Ueber den Zusammenhang beider stellen wir folgenden Satz auf:

7) Das Quadrat des Radius vector in einem beliebigen Punkte der Bahn verhält sich zum Quadrate des Radius vector, wo die wahre Winkelgeschwindigkeit der mittleren gleich ist, wie die mittlere Winkelgeschwindigkeit zur wahren in jenem Punkte.

Es seien (Fig. 9) bei A beide Geschwindigkeiten einander gleich und zwar gleich m; bei B sei die wahre Winkelgeschwindigkeit gleich ω, so ist nach Satz 5:

$$OB^2 : OA^2 = m : \omega \text{ oder } d^2 : r^2 = m : \omega,$$

womit unser Satz bewiesen ist.

Da nun die mittlere Winkelgeschwindigkeit auch durch $m = \frac{360}{t}$ ausgedrückt werden kann, so folgt noch:

$$d = r \sqrt{\frac{360}{t.\omega}},$$

woraus man stets den Radius vector d finden kann, wenn man nur die Zeit des ganzen Umlaufs, den Radius vector r und die dem Radius d zugehörende wahre Winkelgeschwindigkeit kennt.

Zugleich erhellt aus dieser Gleichung, daß man durch willkürliche Annahme des Radius vector r, oder wenn derselbe bekannt ist, leicht die Gestalt der Bahn finden kann.

8) Bildet die Bahn eine geschlossene Curve und denkt man sich aus dem Kraftpunkt einen dem von jener Curve begrenzten Flächenstück an Inhalt gleichen Kreis beschrieben, so ist an den Durchschnittspunkten beider Curven die wahre Winkelgeschwindigkeit der mittleren gleich; sie weichen um so schneller von einander ab, je schiefer der Durchschnitt geschieht.

Ein Körper beschreibe um den Kraftpunkt O die geschlossene Bahn (Fig. 10) $PMGNP$; zugleich denken wir uns einen anderen, welcher in der nämlichen Zeit den Kreis $TMRNT$ beschreibt, dessen Fläche jener Fläche der Bahn gleich ist, und zwar so, daß sie beide ihren Umlauf zugleich beginnen und beenden.

Aus der Folgerung des 4. Satzes ist bereits bekannt, daß die Bewegung im Kreise eine gleichförmige ist. Wird der Umlauf des Körpers daher in t Stunden vollendet, so ist die Winkelgeschwindigkeit in 1 Stunde $\frac{360}{t}$, welches zugleich auch die mittlere Geschwindigkeit des Körpers in der gegebenen Bahn ist.

Durchläuft nun der Körper in der Bahn in einer Stunde oder in der Zeiteinheit ein sehr kleines Bogenelement gG, und der Körper im Kreise während derselben Zeit das Bogenelement rR, so müssen die Sectoren OgG und OrR unter den postulierten Bedingungen einander gleich sein. Denn, da in gleichen Zeiten vom Radius vector gleiche Sectoren beschrieben werden und die Sectoren OgG und OrR in einer Stunde beschrieben werden, müssen die folgenden in allen übrigen Stunden beschrieben auch gleich sein. Da nun die Bewegung t Stunden dauert, so besteht beiderseits die ganze Bahn aus t Sectoren oder jeder dieser Sectoren ist der t^{te} Teil der ganzen Bahn; nach der Voraussetzung sind die ganzen Flächen der Bahnen gleich; mithin auch ihre t^{ten} Teile.

Bezeichnen wir den Winkel rOR mit φ, den Winkel gOR mit ψ, so ist der Inhalt jener Sectoren, die wir wegen der sehr kleinen Größe von gG und rR als Differentialien anzusehen haben: $\frac{1}{2} Or^2 d\varphi$ und $\frac{1}{2} OG^2\, d\psi$. Da diese beiden Ausdrücke gleich sein müssen, so folgt:

$\frac{1}{2} Or^2\, d\varphi = \frac{1}{2} OG^2\, d\psi$; $Or^2 d\varphi = OG^2\, d\psi$. Auf beiden Seiten mit dt dividiert, folgt:

$$Or^2 \frac{d\varphi}{dt} = OG^2 \frac{d\psi}{dt}.$$

Da nun die Größen $\frac{d\varphi}{dt}$, $\frac{d\psi}{dt}$ die Winkelgeschwindigkeit in den entsprechenden Bahnen ausdrücken, so ist $Or^2 . \omega = OG^2 \omega'$ oder: $\frac{\omega}{\omega'} = \frac{OG^2}{OR^2}$. ω ist als Winkelgeschwindigkeit des Körpers in der Kreisbahn, wie wir gezeigt haben, gleich $\frac{360}{t}$; mithin: $\frac{360}{t} = \omega' . \frac{OG^2}{OR^2}$.

Für jeden Durchschnitt der beiden Bahnen wird nun $OG = OR = OM = ON$, woraus folgt: $\omega' = \frac{360}{t}$. Hiermit ist der erste Teil unseres Satzes bewiesen. Aus der Proportion auf voriger Seite: $\frac{\omega}{\omega'} = \frac{OG^2}{OR^2}$; $\frac{\frac{360}{t}}{\omega'} = \frac{OG^2}{OR^2}$ folgt aber sogleich der zweite Teil:

Alle Radien vectoren wie OG, welche außerhalb des Kreises liegen, sind größer als OR, folglich auch die mittleren Geschwindigkeiten größer als die wahren, oder die wahren kleiner, und sie nehmen desto schneller ab, je offener der krummlinige Winkel RMG ist.

Auf dem Teil der Bahn, welcher innerhalb des Kreises liegt, ist es umgekehrt, da alle Radien vectoren kleiner als OR sind, folglich alle Winkelgeschwindigkeiten größer als die mittleren; es nehmen die Radien vectoren auf der Strecke von M nach P um so mehr ab und die Winkelgeschwindigkeiten um so mehr zu, je offener der Winkel PMT ist.

Dieser Beweis gilt also streng genommen nur dann, wenn die Zeit und die Bogenelemente gG und rR als unendlich klein angenommen werden.

Knüpfen wir jetzt noch einmal an die bereits im Anfange dieses § gefundenen Resultate an, um zunächst noch den Satz herzuleiten, welchen Newton in seinen „principia mathematica" als die 40. Proposition in der VIII. Section aufgestellt hat.

Multipliciert man die erste der Gleichungen (3) mit dx, die zweite mit dy, so folgt durch Addition:

$$\frac{dx\,d^2x + dy\,d^2y}{dt^2} = -\frac{P}{r}\,(xdx + ydy).$$

Nun folgt aber aus den Gleichungen (7):

$$\left.\begin{aligned} x\,dx &= -r^2 \cos\varphi \sin\varphi\, d\varphi + r\cos^2\varphi\, dr \\ y\,dy &= r^2 \cos\varphi \sin\varphi\, d\varphi + r\sin^2\varphi\, dr \end{aligned}\right\} \text{ mithin:}$$

$$x\,dx + y\,dy = (\sin^2\varphi + \cos^2\varphi)\, r\,dr = r\,dr; \text{ also:}$$

$$\frac{dx\,d^2x + dy\,d^2y}{dt^2} = -Pdr.$$

Durch Integration folgt:

$$\int\frac{d^2x}{dt^2}\,dx + \int\frac{d^2y}{dt^2}\,dy = -\int Pdr; \text{ oder:}$$

$$\int\frac{dx}{dt}\,d\left(\frac{dx}{dt}\right) + \int\frac{dy}{dt}\,d\left(\frac{dy}{dt}\right) = -\int Pdr;$$

$$\text{d. h. } \frac{1}{2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = -\int Pdr; \text{ oder; (16)} \ldots \frac{dx^2 + dy^2}{dt^2} = -2\int Pdr.$$

Die Centripetalkraft P ändert sich nun, wie wir bemerkten, mit dem Abstande vom Centrum; es ist also P eine Function von r, die bei den speciellen Untersuchungen immer bekannt ist, und das Integral $\int Pdr$ ist leicht zu finden: Setzen wir: (17) ... $\int Pdr = \psi + \alpha$, wo α die willkürliche Constante bezeichnet; hiermit wird:

$$\frac{dx^2 + dy^2}{dt^2} = -2\,(\psi + \alpha), \text{ oder, da } dx^2 + dy^2 = ds^2,$$

$$\frac{ds^2}{dt^2} = -2\,(\psi + \alpha), \text{ und, da } \frac{ds}{dt} = v: \quad (18) \ldots v^2 = -2\,(\psi + \alpha).$$

Diese Gleichung drückt das „Princip der lebendigen Kräfte" aus, woraus wir schließen, daß für jede Centralbewegung dieses Princip Gültigkeit hat.

Die Constante α, welche von der Wurfskraft oder von der Geschwindigkeit in einem bestimmten Punkte der Bahn abhängt, ist immer aus diesen Größen zu bestimmen.

Denken wir uns auf irgend einer andern Bahn einen zweiten bewegten Körper, welcher von derselben Kraft P gegen dasselbe Centrum gezogen wird, so ist das Gesetz seiner geradlinigen Bewegung für die Masseneinheit ausgedrückt durch: $v\,dv = Pds$; für die Centralbewegung muß nun $ds = -dr$ sein; also ergiebt sich: $vdr = -Pdr$, oder: (19) ... $v^2 = -2\,(\psi + \alpha')$.

Die Übereinstimmung der beiden Gleichungen (18) und (19) sagt also aus: Unter den gemachten Voraussetzungen wird die Geschwindigkeit des zweiten bewegten Körpers für denselben Abstand vom Centrum dieselbe wie die des ersten sein, falls nur beide einmal einerlei Geschwindigkeit bei gleichen Entfernungen gehabt haben; denn dann ist $\alpha = \alpha'$. Dieses besagt die von Newton aufgestellte Proposition.

Die Gleichung (18) soll uns sogleich dazu dienen, die Bahn des Körpers bestimmen zu können. Nach den Gleichungen (7β) ist: $dx^2 + dy^2 = r^2\, d\varphi^2 + dr^2$; aus Gleichung (18) folgt hiermit:

$$dx^2 + dy^2 = -2\,(\psi + \alpha)\, dt^2;\ \text{also auch:}\ r^2\, d\varphi^2 + dr^2 = -2\,(\psi + \alpha)\, dt^2;$$

außerdem ist nach Gleichung (8): $r^2\, d\varphi = C dt$; mithin $dt^2 = \dfrac{r^4\, d\varphi^2}{C^2}$.

Diesen Wert von dt^2 in die vorletzte Gleichung substituiert, liefert:

$$(20)\ldots\ d\varphi = \frac{C dr}{r\sqrt{-2r^2(\psi + \alpha) - C^2}};\ (21)\ldots\ \varphi - \varphi_0 = \int_{r_0}^{r} \frac{C dr}{\sqrt{-2r^2(\psi + \alpha) - C^2}},$$

welches Integral, da die Variabeln gesondert sind, sich wird integrieren lassen und so die Bahn des Körpers vorstellen wird. Wächst φ mit r zugleich, so hat man das positive Vorzeichen der Wurzel zu wählen, anderen Falls das negative. φ_0 vertritt hier die aus den Anfangselementen zu bestimmende Constante.

Weiterhin wird es von Interesse sein, den Ort des bewegten Körpers in jedem Augenblicke angeben zu können. Dieses ermöglicht uns sofort die Gleichung (8α), wonach ist:

$$r^2\, d\varphi = C dt;\ \text{also:}\ dt = \frac{r^2\, d\varphi}{C}.$$

Nun ist nach Gleichung (20) $d\varphi$ als Function von r bekannt, womit sich ergiebt:

$$(22)\ldots\ dt = \frac{r dr}{\sqrt{-2r^2(\psi + \alpha) - C^2}};\ (23)\ldots\ t - t_0 = \int_{r_0}^{r} \frac{r dr}{\sqrt{-2r^2(\psi + \alpha) - C^2}}.$$

Dieselbe Bemerkung über das doppelte Vorzeichen der Wurzel gilt auch hier, und t_0 ist die aus den Anfangselementen zu bestimmende Constante.

Aus der Gleichung (18) mit Hülfe der Gleichung (22) gelingt es uns ferner leicht einen Ausdruck für die Länge der zurückgelegten Bahn als Function vom Radius vector aufzustellen. Nach Gleichung (18) ist $v^2 = -2\,(\psi + \alpha)$; da nun $v = \dfrac{ds}{dt}$, so ist: $ds = \sqrt{-2\,(\psi + \alpha)}\, dt$; und noch aus Gleichung (22) den Wert für dt substituiert, liefert:

$$(24)\ldots\ ds = \frac{r\sqrt{-2(\psi + \alpha)}\, dr}{\sqrt{-2r^2(\psi + \alpha) - C^2}};\ \text{oder:}\ 25)\ldots\ s - s_0 = \int_{r_0}^{r} \frac{r\sqrt{2\,(\psi + \alpha)}\, dr}{\sqrt{2r^2(\psi + \alpha) + C^2}}.$$

Indem hiermit die für jede Centralbewegung gültige Lehre erschöpft sein dürfte, so wollen wir jetzt zu speciellen Fällen übergehen, nämlich wir wollen die Abhängigkeit der Centripetalkraft P vom Radius vector r unter einer bestimmten Form als gegeben annehmen.

§. 4. Die Centralbewegung, für welche die Centripetalkraft dem Quadrat der Entfernung umgekehrt proportioniert ist.

Nachdem Kepler die drei Gesetze der Planetenbewegung, welche zu besprechen wir in diesem §. Gelegenheit nehmen werden, mit der größten Ausdauer durch lange und genau verglichene Beobachtungen entdeckt hatte, war es Newton, der aus ihnen die Folgerung zog, welche man den Grundstein der Astronomie, Physik und Mechanik nennen kann. Er fand zunächst, daß die Beschleunigung, also die Centripetalkraft, bei den Planetenbewegungen umgekehrt proportional sein müsse dem Quadrate des

Abstandes vom Sonnenmittelpunkte, welcher hier als Attractionscentrum zu denken ist, wenn Keplers Behauptungen richtig sein sollten. Indem er weiterhin seine Betrachtungen verallgemeinerte, die Keplerschen Gesetze auf die Bewegung der Kometen um die Sonne und der Trabanten um die Hauptplaneten anwendete, kam er schließlich dazu, dieses Gesetz der Gravitation nicht nur den Planeten, sondern auch allen materiellen Körpern zuzuschreiben.

Halten wir daher an dieser wichtigen Entdeckung fest und stellen uns zunächst die Aufgabe: Welche Bahn beschreibt ein sich bewegender Körper, der von einem festen Punkte O mit einer Kraft angezogen wird, welche umgekehrt proportional dem Quadrat des jeweiligen Abstandes des Körpers von diesem Punkte ist?

Es sei: $P = \frac{K}{r^2}$, wobei K die Beschleunigung ist, welche die Intensität der Centralkraft in der Entfernung $r = 1$ bezeichnet.

Da die im vorigen § vorgetragene Theorie für jede Centralbewegung gilt, so können wir dieselbe jetzt hier bequem zur Anwendung bringen. Demgemäß wird unsere gestellte Frage sofort durch die Gleichung (20) und (21) des vorigen § beantwortet werden können.

Die in jener Gleichung (20): $d\varphi = \frac{Cdr}{r\sqrt{-2r^2(\psi + \alpha) - C^2}}$ vorkommende Größe ψ ist zufolge Gleichung (17): $\psi = \int Pdr$, da nun $P = \frac{K}{r^2}$ hier ist, so folgt: $\psi = \int \frac{Kdr}{r^2} = -\frac{K}{r}$.

Wir substituieren diesen Wert für ψ in die Gleichung (20), und es folgt:

$$(26) \ldots d\varphi = \frac{Cdr}{r\sqrt{2rK - 2\alpha r^2 - C^2}}.$$

Um zur Integration zu gelangen, setze man nur:

$$(27) \ldots r = \frac{C^2}{K + p}, \text{ somit } dr = -\frac{C^2\,dp}{(K + p)^2}.$$

Hiermit wird nach gehöriger Umformung:

$$(28) \ldots d\varphi = \frac{-dp}{\sqrt{(K^2 - 2\alpha C^2) - p^2}}.$$

Setzen wir zur Abkürzung für den constanten Ausdruck:

$(29) \ldots K^2 - 2\alpha C^2 = m^2$, so folgt: $(30) \ldots d\varphi = \frac{-dp}{\sqrt{m^2 - p^2}}$, oder integriert:

$$(31) \ldots \varphi = \gamma + Arc\cos\frac{p}{m} \text{ oder } (32) \ldots p = m \,.\, \cos(\varphi - \gamma).$$

Führen wir jetzt für p seinen Wert, $p = \frac{C^2}{r} - K$, wieder ein, so ergiebt sich:

$$\frac{C^2}{r} = K + m\cos(\varphi - \gamma); \frac{1}{r} = \frac{K}{C^2}\left[1 + \frac{m}{K}\cos(\varphi - \gamma)\right] \text{ oder:}$$

$$(33) \ldots r = \frac{\frac{C^2}{K}}{1 + \frac{m}{K}\cos(\varphi - \gamma)}.$$

Dieses ist aber die Polargleichung der Kegelschnitte analog der Form:

$$r = \frac{\frac{1}{2}p}{1 + \varepsilon\cos\vartheta},$$

wobei bekanntlich p der Parameter und ε die absolute Excentricität des Kegelschnittes und der Pol der Polarcoordinaten der Brennpunkt ist.

Die Beantwortung unserer gestellten Frage würde also sein: Unter den postulierten Bedingungen ist die Bahn des bewegten Körpers immer ein Kegelschnitt. Zugleich ist hiermit auch das erste Keplersche Gesetz bewiesen und ausgesprochen, welches heißt: „Die Planeten beschreiben Ellipsen um die Sonne, die in einem Brennpunkt dieser Curven steht."

Um die Gleichung (33) der wahren Gleichung der Kegelschnitte etwas näher zu bringen, bestimmen wir die Constante γ. Als Bedingung haben wir: für $\varphi = o$ ist $r = r_o$; damit folgt aus (31):

$$\gamma = \pm \, Arc\cos \frac{p}{m}; \; \gamma = \pm \, Arc\cos \frac{C^2 - Kr_o}{r_o \sqrt{K^2 - 2\alpha C^2}}.$$

Diesen Winkel γ tragen wir in der Figur 11 an, und zwar:

Wächst r und φ gleichzeitig, ist also $\frac{dr}{d\varphi}$ positiv oder $\lambda < \frac{\pi}{2}$, wie in Fig. 11, wo $\gamma = \sphericalangle AOM_o$ ist, so ist: $\sphericalangle AOM = \varphi + \gamma = Arc\cos \frac{C^2 - Kr}{r\sqrt{K^2 - 2\alpha C^2}}$.

Wächst hingegen r und φ nicht gleichzeitig, ist also $\frac{dr}{d\varphi}$ negativ oder $\lambda > \frac{\pi}{2}$, wie in Fig. 12, wo $\gamma = AOM_o$ ist, so ist: $\sphericalangle AOM = \varphi - \gamma = Arc\cos \frac{C^2 - Kr}{r\sqrt{K^2 - 2\alpha C^2}}$.

Der Winkel AOM, welcher in Fig. 11 $\varphi + \gamma$ und in Fig. 12 $\varphi - \gamma$ ist, d. h. der vom Perihelium A an berechnete Polarwinkel wird in der Astronomie die wahre Anomalie genannt und gewöhnlich mit ϑ bezeichnet. In beiden Fällen erhält daher die gefundene Integralgleichung die Form:

$$(34) \ldots \vartheta = Arc\cos \frac{C^2 - Kr}{r\sqrt{K^2 - 2\alpha C^2}}, \text{ oder: } \cos\vartheta = \frac{C^2 - Kr}{r\sqrt{K^2 - 2\alpha C^2}}; \text{ daher:}$$

$$r\sqrt{K^2 - 2\alpha C^2}\cos\vartheta = C^2 - Kr \text{ und:}$$

$$r = \frac{C^2}{K + \sqrt{K^2 - 2\alpha C^2}\cos\vartheta}, \text{ oder: } (35) \ldots r = \frac{\frac{C^2}{K}}{1 + \sqrt{1 - \frac{2\alpha C^2}{K^2}}\cos\vartheta}.$$

1) Diese Gleichung stellt nun eine Ellipse dar, wenn $\varepsilon < 1$ ist; d. h. wenn:

$$1 - 2\alpha \cdot \frac{C^2}{K^2} < 1.$$

Es muß also α positiv sein. Bilden wir uns nach Gleichung (18) §. 3: $v^2 = -2(\psi + \alpha)$, den für unseren Fall bestehenden Ausdruck für die Geschwindigkeit, so folgt:

$$(36) \ldots v^2 = 2\left(\frac{K}{r} - \alpha\right), \text{ oder: } (37) \ldots \alpha = \frac{K}{r} - \frac{v^2}{2}.$$

Soll nun α positiv sein, so muß $v^2 < \frac{2K}{r}$ sein. Auf den Anfangspunkt M_o der Bewegung bezogen, wo v_o zu r_o gehört, ist: $(38) \ldots v_o^2 < \frac{2K}{r_o}$; d. h. wenn die Bahn eine Ellipse ist, so muß die im Anfangspunkte M_o wirkende Kraft, welche die Geschwindigkeit v_o hervorgebracht hat, im Verhältnis zur Anziehung klein sein.

2) Die Gleichung repräsentiert eine Hyperbel, wenn $\varepsilon > 1$; d. h., wenn: $1 - 2\alpha \cdot \frac{C^2}{K^2} > 1$, α muß also in diesem Falle negativ sein und $v_o^2 > \frac{2K}{r_o}$.

3) Eine Parabel resultiert für $\varepsilon = 1$, also: $1 - 2\alpha \frac{C^2}{K^2} = 1$ oder $2\alpha \frac{C^2}{K^2} = o$. Für diesen Fall muß $\alpha = o$ oder $v_o^2 = \frac{2K}{r_o}$ sein.

Die elliptische Bahn ist diejenige, welche bei den Planeten vorkommt, während die Bahnen der Kometen größtenteils, soweit man bis jetzt feststellen konnte, annähernd Parabeln oder Hyperbeln sind.

Betrachten wir die elliptische Bahn als die bei weitem wichtigere etwas näher. Es fragt sich zunächst: Wie groß sind die Halbaxen dieser Ellipsen?

Es seien dieselben a und b, so ist bekanntlich:

$$\varepsilon = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} \text{ und nach (35) ist } \varepsilon = \sqrt{1 - 2\alpha \frac{C^2}{K^2}}, \text{ also:}$$

$$\frac{a^2 - b^2}{a^2} = 1 - 2\alpha \frac{C^2}{K^2} \text{ oder: } (39\alpha) \ldots 1 - \frac{b^2}{a^2} = 1 - 2\alpha \frac{C^2}{K^2}; \text{ d. h. } (39) \ldots \frac{b^2}{a^2} = 2\alpha \frac{C^2}{K^2}.$$

Ferner ist für die Ellipse $\frac{1}{2} p = \frac{b^2}{a}$ und nach (35) $\frac{1}{2} p = \frac{C^2}{K}$, also auch (40) $\ldots \frac{b^2}{a} = \frac{C^2}{K}$.

Dividieren wir diese Gleichung durch Gleichung (39), so folgt:

$$(41\alpha) \ldots a = \frac{\frac{C^2}{K}}{2\alpha \frac{C^2}{K^2}} = \frac{K}{2\alpha}; \text{ aus Gleichung (37) den Wert für } d \text{ substituiert, giebt:}$$

$$(41) \ldots a = \frac{K r_0}{2K - v_0^2 r_0}.$$

Gleichung (40) liefert: $b^2 = \frac{a C^2}{K}$, da nun $a = \frac{K}{2\alpha}$ ist, so ist:

$$(42\alpha) \ldots b^2 = \frac{C^2}{2\alpha}; \text{ daher wird mit Gleichung (37) und (12)}$$

$$(42) \ldots b = \frac{C}{\sqrt{2\alpha}} = \frac{v_0 r_0 \sin \lambda_0}{\sqrt{\frac{2K}{r^0} - v_0^2}}.$$

Bestimmung der Umlaufszeit. Wie wir im §. 3 aus Gleichung (9) folgerten, besitzt der in der Zeiteinheit beschriebene Sector die constante Größe $\frac{1}{2} C$, der in einer beliebigen Zeit t durchlaufene Sector AOM mithin die Größe $\frac{1}{2} C . t$; da nun der Flächeninhalt der Ellipse $\pi a b$ ist, so ist die Umlaufszeit für dieselbe:

$$t = \frac{\pi a b}{\frac{1}{2} C} = \frac{\pi \left(\frac{K}{2\alpha}\right)\left(\frac{C}{\sqrt{2\alpha}}\right)}{\frac{1}{2} C}; \text{ also } t = \frac{2\pi K}{(2\alpha)^{\frac{3}{2}}} = \frac{2\pi}{K^{1/2}} \cdot \left(\frac{K}{2\alpha}\right)^{\frac{3}{2}}; \text{ da nun } \frac{K}{2\alpha} = a \text{ ist:}$$

$$(43) \ldots t = \frac{2\pi}{\sqrt{K}} . a^{\frac{3}{2}}.$$

Laufen um dasselbe Centrum O (Fig. 13) zwei Körper M_1 und M_2 mit den Umlaufszeiten t_1 und t_2 und den großen Halbaxen ihrer Bahn a_1 und a_2, so ist:

$$t_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{K}} . a_1^{\frac{3}{2}} \text{ und } t_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{K}} . a_2^{\frac{3}{2}}; \text{ daher: } t_1 : t_2 = a_1^{\frac{3}{2}} : a_2^{\frac{3}{2}} \text{ oder: } (44) \ldots t_1^2 : t_2^2 = a_1^3 : a_2^3;$$

d. h. die Quadrate der Umlaufszeiten verhalten sich wie die Cuben der halben großen Axen. Dieses ist das 3. Keplersche Gesetz.

Die Geschwindigkeit des Körpers in jedem Augenblicke ist durch die schon wiederholt erwähnte Formel: $v^2 = 2\left(\frac{K}{r} - \alpha\right)$ gegeben; sie ist also am kleinsten oder größten, wenn der Radius vector am kleinsten oder größten ist; d. h. in der oberen und unteren Abside, was schon durch eine elementare Betrachtung (in §. 3, 6) dargethan wurde.

Der Ort des Körpers in jedem Augenblicke bestimmt sich durch die Gleichung (22), welche nach Einführung des Wertes für $\psi = \frac{-K}{r}$ die Form hat:

$$(45) \ldots dt = \frac{rdr}{\sqrt{2Kr - 2\alpha r^2 - C^2}}; \text{ oder: } dt = \frac{rdr}{\sqrt{2\alpha}\sqrt{2r \cdot \frac{K}{2\alpha} - \frac{C^2}{2\alpha} - r^2}}$$

Es ist aber nach Gleichung (41α):

$\frac{K}{2\alpha} = a$ und hiermit $\sqrt{2\alpha} = \sqrt{\frac{K}{a}}$, womit die letzte Gleichung übergeht in:

$$dt = \frac{rdr}{\sqrt{\frac{K}{a}}\sqrt{2ar - b^2 - r^2}}, \text{ oder: } (46) \ldots dt = \frac{rdr}{\sqrt{K}\sqrt{2r - \frac{b^2}{a} - \frac{r^2}{a}}}.$$

Wir führen jetzt die numerische Excentricität e der Ellipse ein; sie ist:

$$e = \frac{\text{lineare Excentricität}}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}; \text{ also ist: } e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}, \text{ oder:}$$

$$(47) \ldots \frac{b^2}{a} = a\,(1 - e^2), \text{ somit ist jetzt die Differential-Gleichung}$$

$$(48) \ldots dt = \frac{rdr}{\sqrt{K}\sqrt{2r - \frac{r^2}{a} - a\,(1 - e^2)}}, \text{ welche Gleichung sofort integrabel ist, wenn man setzt:}$$

$$r = a\,(1 - e \cos \lambda); \; dr = a\, e \sin \lambda \, d\lambda.$$

$$\text{Hiermit wird: } \sqrt{K} \,.\, dt = \frac{a^2\,(1 - e \cos \lambda)\, e \sin \lambda \, d\lambda}{\sqrt{2a\,(1 - e \cos \lambda) - a\,(1 - e \cos \lambda)^2 - a\,(1 - e^2)}}$$

$$= \frac{a^2\,(1 - e \cos \lambda)\, e \sin \lambda \, d\lambda}{\sqrt{a} \,.\, e\sqrt{1 - \cos^2 \lambda}} = \frac{a^{\frac{3}{2}}\,(1 - e \cos \lambda) \sin \lambda \, d\lambda}{\sin \lambda}.$$

$(49) \ldots \sqrt{K} . dt = a^{\frac{3}{2}}(1 - e \cos \lambda)\, d\lambda$; $a^{-\frac{3}{2}}\sqrt{K} . dt = (1 - e \cos \lambda)\, d\lambda$; integriert, folgt: $a^{-\frac{3}{2}}\sqrt{K} . t + B = \lambda + e \sin \lambda$. Setzt man $a^{-\frac{3}{2}}\sqrt{K} = n$, so ist: $(50) \ldots nt + B = \lambda + e \sin \lambda$. B ist die willkürliche Constante. Sie wird zu Null, wenn man die Zeiten von dem Augenblick an zählt, wo der Körper das Perihelium M_0 passiert; denn in diesem Falle ist in Gleichung (33) $\varphi = \gamma$, also

$$r = \frac{\frac{C^2}{K}}{1 + \frac{m}{K}}.$$

Nun ist nach Gleichung (40) $\frac{C^2}{K} = \frac{b^2}{a}$ und nach Gleichung (47) $= a\,(1 - e^2)$; ferner $\frac{m}{K}$ nach Gl. (29)

$\frac{m}{K} = \sqrt{1 - \frac{2\alpha\, C^2}{K^2}}$ und nach Gleichung (39α) $= \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = e$; mithin:

$$(51) \ldots r = \frac{a\,(1 - e^2)}{(1 + e)} = a\,(1 - e).$$

Da wir nun bei der Substitution $r = a\,(1 - e \cos \lambda)$ setzten, so folgt, daß $\cos \lambda = 1$; d. h. $\sin \lambda = o$; also $B = o$ ist, und wir haben: $(52) \ldots nt = \lambda - e \sin \lambda$ und $r = a\,(1 - e \cos \lambda)$.

Den Winkel λ, welchen man hieraus eliminieren müßte, nennt man die excentrische Anomalie; der schwierigen Rechnung wegen verfährt man indessen so: Man zählt die Bogen von der Linie OM_0 (Fig. 14) an; dann ist $\gamma = o$. Der Winkel φ ist dann die wahre Anomalie, nt die mittlere.

Das Verhältnis zwischen λ und φ folgt sofort aus der Gleichung (33), wenn man $a\,(1 - e \cos \lambda)$ statt r setzt; es folgt: $1 - e \cos \lambda = \dfrac{1 - e^2}{1 + e \cos \varphi}$, woraus man berechnet:

$$(53) \ldots \sqrt{\frac{1 - \cos \lambda}{1 + \cos \lambda}} = \tang \tfrac{1}{2} \lambda = \sqrt{\frac{1 - e}{1 + e}} \,.\, \tang \tfrac{1}{2} \varphi.$$

Mit den Gleichungen (52) und (53) ist dieses Problem vollständig gelöst. Denn aus ihnen lassen sich noch die Größen r, t, φ bestimmen, wenn nur eine von ihnen bekannt ist. Wir schließen hieran die Untersuchungen über diejenige Centralbewegung, wobei die Centripetalkraft im directen Verhältnisse zur Entfernung des Körpers vom Centrum steht.

§. 5. Die Centralbewegung, für welche die Centripetalkraft der Entfernung des Körpers vom Centrum direct proportional ist.

Wenn auch die Centralbewegung für die der Entfernung direct proportionale Kraft der soeben behandelten an Großartigkeit der Erscheinungen nachsteht, so müssen wir die Gesetze derselben hier jedoch auch feststellen, da wir einige wichtige physikalische Erscheinungen durch deren Vorhandensein erklären müssen.

Es sei also: $P = k \,.\, r$.

Wir wollen suchen, die Bahn des von dieser Kraft afficierten Körpers zu ermitteln. Es dient uns hierzu wiederum die Gleichung (20) des §. 3

$$d\varphi = \frac{C dr}{r \sqrt{-2r^2 (\psi + \alpha) - C^2}}.$$

Werden wir uns zunächst über die Werte der Constanten C und α klar.

Aus $\int P dr = \psi + \alpha$ folgt: $\int K r\, dr = \psi + \alpha$ oder: $\psi = \frac{1}{2} K r^2$; ferner ist nach Gleichung (18): $v^2 = -2(\psi + \alpha)$, oder: $v^2 = -Kr^2 - 2\alpha$. Bezeichnen wir mit V die Anfangsgeschwindigkeit des Körpers in M_o, wo $r = O M_o = a$ sei, alsdann geht für diese Werte aus der letzten Gleichung hervor: $V^2 = -Ka^2 - 2\alpha$; d. h. $-2\alpha = V^2 + Ka^2$ und durch Subtraction: $v^2 - V^2 = K(a^2 - r^2)$; ferner ist nach Gleichung (13) die Winkelgeschwindigkeit in der Einheit der Entfernung: $\omega = \dfrac{C}{a^2}$; somit die Geschwindigkeit in der Entfernung a vom Centrum, also in M_o: $a\,\omega = V = \dfrac{C}{a}$; daher ist $C = aV$. Diese Werte in die Gleichung der Bahn eingesetzt, ergiebt:

$$d\varphi = \frac{-a V dr}{r \sqrt{-Kr^4 + r^2 (V^2 + Ka^2) - a^2 V^2}} = \frac{-a V dr}{r \sqrt{(a^2 - r^2)(Kr^2 - V^2)}}.$$

Wir setzen das negative Zeichen, da φ abnimmt, während r wächst. (Fig. 15). Man setze: $\sqrt{a^2 - r^2} = pr$,

woraus folgt: $r = \dfrac{a}{\sqrt{1 + p^2}}$; $dr = \dfrac{-ap\, dp}{(1 + p^2)^{3/2}}$, so wird: $d\varphi = \dfrac{+ V dp}{\sqrt{Ka^2 - V^2 - V^2 p^2}}$,

welche Gleichung nach der Formel: $\int \dfrac{dx}{\sqrt{\alpha + \beta x - \gamma x^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{\gamma}} \operatorname{Arc\,sin} \dfrac{2\gamma x - \beta}{\sqrt{\beta^2 + 4\alpha\gamma}}$, da dort:

$\alpha = Ka^2 - V^2$; $\beta = o$; $\gamma = V^2$; $x = p$ ist, $\varphi + Const. = \operatorname{Arc\,sin} \dfrac{Vp}{\sqrt{Ka^2 - V^2}}$ liefert.

Für $r = a$ ist $p = o$ und $u = \pi$; daher: $\pi + Const = \pi$; d. h. $Const = o$; also:

$$\varphi = \operatorname{Arc\,sin} \frac{Vp}{\sqrt{Ka^2 - V^2}}, \text{ oder: } \sqrt{Ka^2 - V^2} \sin \varphi = Vp.$$

Für p seinen Wert gesetzt giebt: $r^2 (Ka^2 - V^2) \sin^2 \varphi = V^2 (a^2 - r^2)$. Da nun $r^2 \sin^2 \varphi = y^2$ und $r^2 = x^2 + y^2$, so folgt: $y^2 (Ka^2 - V^2) = V^2 (a^2 - x^2 - y^2)$ d. h. $V^2 x^2 + Ka^2 y^2 = a^2 V^2$, welches die Gleichung einer Ellipse mit den Halbaxen a und $\dfrac{V}{\sqrt{K}}$ und dem Scheitel in M_o ist.

Die Geschwindigkeit in irgend einem Punkte ist, wie vorher entwickelt: $v^2 = V^2 + K(a^2 - r^2)$. Am Ende der großen Axe, wo $r = a$, ist also die Geschwindigkeit V; für $r = b = \frac{V}{\sqrt{K}}$ ist die Geschwindigkeit am Ende der kleinen Axe $v = a\sqrt{K}$.

Zur Entscheidung, welches die größte oder kleinste Geschwindigkeit sei, benutzen wir die Gleichung (14) $v = \frac{C}{p}$ oder $p = \frac{C}{v}$. Nun ist bei der Ellipse das vom Centrum auf die Tangente am Punkte (x, y) gefällte Perpendikel: $p = \frac{a^2 b}{\sqrt{a^4 - x^2(a^2 - b^2)}}$. Es ist also p am kleinsten, wenn $x = o$, am größten, wenn $x = a$ ist; da nun $p = \frac{C}{v}$ ist, so ist die größte Geschwindigkeit $= a\sqrt{K}$ am Ende der kleinen Axe, die kleinste Geschwindigkeit $= V$ am Ende der großen Axe.

Da $v = \frac{C}{p} = \frac{C\sqrt{a^4 - x^2(a^2 - b^2)}}{a^2 b}$ und $C = aV$ und $b = \frac{V}{\sqrt{K}}$ ist, so folgt durch Substitution dieser Werte: Die Geschwindigkeit in irgend einem Punkte ist: $v^2 = a^2 K - x^2\left(K - \frac{V^2}{a^2}\right)$.

Bestimmung der Umlaufszeit. Da bei jeder Centralbewegung die Flächen den zu ihrem Durchlaufen gebrauchten Zeiten proportional sind, ferner $\frac{1}{2}C = \frac{1}{2}aV$ der in der Zeiteinheit beschriebene Sector ist und die Fläche der Ellipse $\pi a b$ ist, so steht die zum Durchlaufen derselben erforderliche Zeit t in folgender Proportion:

$$\frac{t}{\pi a b} = \frac{1}{\frac{1}{2} a V}; \text{ daher ist die Zeit für einen ganzen Umlauf } t = 2\pi \cdot \frac{b}{V}.$$

$$\text{Da nun } \frac{b}{V} = \frac{1}{\sqrt{K}}, \text{ so ist } t = \frac{2\pi}{\sqrt{K}}.$$

Aus der Unabhängigkeit dieser Zeit von den Größen a, b und V schließen wir, daß mehrere Körper ihre Ellipsen um den nämlichen Attractionspunkt in einerlei Zeit beschreiben. —

Auch die Wurfbewegung ist streng genommen eine Centralbewegung, da die Ablenkung, welche ein seitwärts geworfener Körper durch die Schwere erfährt, durch eine Kraft bewirkt wird, die denselben stets nach demselben Punkte, dem Mittelpunkte der Erde, hinzieht. Die Gesetze derselben lassen sich daher nach §. 4 leicht herleiten. Da indessen die Richtungen der Schwere in verschiedenen Punkten der Bahnen als unter sich parallel betrachtet werden können, so pflegt man die Wurfbewegung als eine besondere Bewegungsform zu betrachten.

Es sei noch bemerkt, daß ein Körper eine Spiralbewegung einschlagen muß, wenn die Centripetalkraft im umgekehrten Cubus der Entfernung wirkt.

§. 6. Bestimmung der Centripetalkraft aus den „Keplerschen Gesetzen".

Die im §. 4 durch Rechnung hergeleiteten Keplerschen Gesetze sind folgende:

1) Die von den Radien vectoren der Planeten um den Mittelpunkt der Sonne beschriebenen Flächen sind den zu ihrer Beschreibung gebrauchten Zeiten proportioniert.

2) Die Planetenbahnen sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkt der Mittelpunkt der Sonne liegt.

3) Die Quadrate der Umlaufszeiten der Planeten verhalten sich wie die Cuben der großen Halbaxen ihrer Bahnen.

Es seien (Fig. 16) x, y die Coordinaten an irgend einem Punkte des Planeten M, X, Y die den entsprechenden Axen parallelen Kräfte, durch deren Wirkung die vorliegende Bahn beschrieben wird.

Die Bewegungsgleichungen werden alsdann sein: $\frac{d^2 x}{dt^2} = X$; $\frac{d^2 y}{dt^2} = Y$, wobei dt als constant

zu betrachten ist. Multiplicieren wir die erste dieser Gleichungen mit y, die zweite mit x, so folgt durch Subtraction: $x \frac{d^2y}{dt^2} - y \frac{d^2x}{dt^2} = xY - yX$ oder: $xd^2y - yd^2x = (xY - yX)\,dt^2$ oder: $d(x\,dy - y\,dx) = (xY - yX)\,dt^2$. $xdy - ydx$ ist aber nach §. 3 Gleichung (8) das Doppelte der vom Radius vector in der Zeit t um die Sonne beschriebenen Fläche, welche nach dem 1. Keplerschen Gesetze der Zeit proportional ist; es ist also:

$\int (x\,dy - y\,dx) = c\,.\,t$, woraus folgt: $x\,dy - y\,dx = c\,.\,dt$ und durch nochmalige Differentiation:

$$x\,d^2y - y\,d^2x = o, \text{ da } dt \text{ constant ist; d. h. } x\,Y - yX = o.$$

Aus dieser Gleichung folgt sofort, daß die Resultante der Kräfte X, Y nach dem Coordinatenanfange, d. h. nach dem Sonnenmittelpunkte hin wirkt. Das erste Keplersche Gesetz liefert daher in seiner Umkehrung den Satz: Die Kraft, welche den Planeten treibt, ist nach dem Sonnenmittelpunkte hin gerichtet.

Wir wollen jetzt die Größe dieser Kraft kennen lernen, indem wir nach dem eben gefundenen Satze berücksichtigen, daß die Kräfte im negativen Sinn der Axe wirken, also daß wir $-X$ und $-Y$ statt X und Y zu setzen haben.

Multiplicieren wir die Bewegungsgleichungen: $d^2x + X\,dt^2 = o$; $d^2y + Y\,dt^2 = o$ mit dx bezw. mit dy, so folgt durch Addition: $dx\,d^2x + dy\,d^2y + (X\,dx + Y\,dy)\,dt^2 = o$ oder:

da $dx\,d^2x + dy\,d^2y = \frac{1}{2}d\,(d^2x^2 + d^2y^2)$ und $dt = \frac{x\,dy - y\,dx}{c}$ ist, so folgt durch Integration:

$\frac{c^2\,(dx^2 + dy^2)}{(x\,dy - y\,dx)^2} + 2\int (X\,dx + Y\,dy) = o$. Unter Benutzung der Polarcoordinaten, wonach: $dx^2 + dy^2 = r^2\,du^2 + dr^2$; $x\,dy - y\,dx = r^2\,du$: $X = \varphi \cos u$; $Y = \varphi \sin u$ (φ die Centripetalkraft) ist, folgt: $X\,dx + Y\,dy = \varphi\,dr$; und aus unserer Gleichung wird:

$$\frac{c^2\,(r^2\,du^2 + dr^2)}{r^4\,du^2} + 2\int \varphi\,dr = o; \text{ d. h. } c^2\left(\frac{dr^2}{r^4\,du^2}\right) + \frac{c^2}{r^2} + 2\int \varphi\,dr = o.$$

$$\text{Differentiiert: } \varphi = \frac{c^2}{r^3} - \frac{c^2}{2\,dr}\,d\left(\frac{dr}{r^2\,du}\right)^2.$$

Die Polargleichung der Ellipse hat die Form: $\frac{1}{r} = \frac{1 + e \cos(u - \vartheta)}{a\,(1 - e^2)}$, wo e die numerische Excentricität und ϑ der Winkel, den die große Axe mit der x Axe bildet.

Da nun der Planet nach dem 2. Keplerschen Gesetz eine Ellipse beschreibt, so setzen wir in die erhaltene Gleichung die aus dieser Gleichung resultierenden Werte von r und dr ein. Durch Differentiation folgt: $\frac{dr}{r^2\,du} = \frac{e \sin(u - \vartheta)}{a\,(1 - e^2)}$; da aber $e \cos(u - \vartheta) = \frac{a\,(1 - e^2)}{r} - 1$ ist, so ist $e^2 \sin^2(u - \vartheta) = e^2 - e^2 \cos^2(u - \vartheta) = e^2 - \frac{a^2\,(1 - e^2)^2}{r^2} + \frac{2a\,(1 - e^2)}{r} - 1$; $e^2 \sin^2(u - \vartheta) = \frac{2a\,(1 - e)^2}{r} - \frac{a^2\,(1 - e^2)^2}{r^2} - (1 - e^2)$; folglich: $\left(\frac{dr}{r^2\,du}\right)^2 = \frac{2}{ar\,(1 - e^2)} - \frac{1}{r^2} - \frac{1}{a^2(1 - e^2)}$.

$$\text{Das Differential hiervon ist: } d\left(\frac{dr}{r^2\,du}\right)^2 = -\frac{2\,dr}{a\,(1 - e^2)\,r^2} + \frac{2\,dr}{r^3}.$$

Diese Werte substituiert liefert: $\varphi = \frac{c^2}{r^3} - \frac{c^2}{2\,dr}\left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{a\,(1 - e^2)\,r^2}\right) 2\,dr = \frac{c^2}{r^3} - \frac{c^2}{r^3} + \frac{c^2}{a\,(1 - e^2)\,r^2}$

$\varphi = \frac{c^2}{a\,(1 - e^2)} \cdot \frac{1}{r^2}$. Setzt man den constanten Ausdruck $\frac{c^2}{a(1 - e^2)} = K$, so folgt $\varphi = \frac{K}{r^2}$.

Es folgt demnach aus dem zweiten Keplerschen Gesetz, daß die auf die Planeten wirkende Kraft umgekehrt proportional ist dem Quadrat der Entfernungen des Mittelpunktes dieser Gestirne von dem der Sonne.

Die Stärke dieser Kraft in Beziehung auf jeden Planeten hängt von der Größe K ab; wir bestimmen dieselbe mit Hülfe des 1. und 3. Keplerschen Gesetzes.

Ist T die Umlaufszeit des Planeten, beschreibt er also in dieser Zeit den ganzen Umfang einer Ellipse, deren Inhalt bekanntlich $\pi ab = \pi a^2 \sqrt{1-e^2}$, da $b = a\sqrt{1-e^2}$ ist, so besteht nach dem ersten Keplerschen Gesetz die Proportion:

$\frac{\frac{1}{2} Ct}{\pi a^2 \sqrt{1-e^2}} = \frac{t}{T}$ und nach dem dritten: $T^2 = m^2 a^3$, wo m einen für alle Planeten constanten Coefficienten bezeichnet; man hat daher: $\frac{\frac{1}{4} C^2 t^2}{\pi^2 a^4 (1-e^2)} = \frac{t^2}{m^2 a^3}$, oder: $C^2 m^2 = 4\pi^2 a (1-e^2)$; daher $K = \frac{C^2}{a(1-e^2)} = \frac{4\pi^2}{m^2}$ und $\varphi = \frac{4\pi^2}{m^2} \cdot \frac{1}{r^2}$.

Vergleichen wir verschiedene solcher beschleunigenden Kräfte miteinander, welche auf verschiedene Planeten in derselben Entfernung wirken, so ist nach der letzten Formel die Kraft, welche in der Einheit der Entfernung vom Mittelpunkt der Sonne wirkt $\varphi = \frac{4\pi^2}{m^2} = \frac{4\pi^2 a^3}{T^2}$. Da aber, wie erwähnt, das Verhältnis $\frac{a^3}{T^2}$ bei allen Planeten dasselbe ist, so ist die Kraft, welche auf die Einheit der Masse eines Planeten in der Richtung nach dem Sonnenmittelpunkte wirkt, immer dieselbe in gleicher Entfernung von dem letzteren, und sie ist der Masse, worauf sie wirkt, proportional und ändert sich mit dem umgekehrten Quadrat der Entfernung. Die auf die Masse M wirkende Kraft würde sein:

$$M\varphi = M \cdot \frac{K}{r^2} = M \cdot \frac{4\pi^2}{m^2} \cdot \frac{1}{r^2} = M \cdot \frac{4\pi^2 a^3}{T^2} \cdot \frac{1}{r^2}.$$

Für einen im Kreise sich bewegenden Körper, wo die Entfernung vom Centrum immer dieselbe, also $a = r$ ist, folgt: $M\varphi = M \cdot \frac{4\pi^2 a}{T^2}$.

In einer Kreisbahn ist nun die Bewegung eine gleichförmige. Ist also die Geschwindigkeit v, und durchläuft der Körper in der Zeit T die Bahn $2a\pi$, so legt er in der Zeit T $vT = 2a\pi$ zurück, also ist $T = \frac{2a\pi}{v}$; setzen wir dies in die letzte Gleichung ein, so folgt: $M\varphi = \frac{Mv^2}{a}$ = Centripetalkraft. Dies ist aber derselbe Ausdruck, welchen wir durch unsere Betrachtungen in § 2 aufgestellt haben.

Der hier gefundene Ausdruck für φ ist also diejenige Beschleunigung, welche ein Körper auf irgend einem Punkte seiner Bahn in Bezug auf die Masseneinheit ausübt. Ist die Masse M, so ist jene $M\varphi$. Wir fanden nun in § 4, Gleichung (38), daß die Bahn eine Ellipse sei, falls: $v^2 < \frac{2K}{r}$ ist. Beide Seiten mit M multipliciert ergiebt: $Mv^2 < M \cdot \frac{2K}{r}$; $\frac{1}{2} Mv^2 < \frac{MK}{r}$. Nun ist K die Beschleunigung in der Einheit der Entfernung: $K = \frac{4\pi^2 \cdot a^3}{T^2}$ und die in beliebiger Entfernung $\varphi = \frac{4\pi^2 a^3}{T^2} \cdot \frac{1}{r^2}$. Also $K = r^2 \varphi$. Diesen Wert für K eingesetzt liefert: $\frac{1}{2} Mv^2 < M\varphi \cdot r$; d. h.: Ist die Bahn des Körpers eine Ellipse, so ist die lebendige Kraft des bewegten Körpers kleiner als das Product des Abstandes vom Centrum mit der Anziehung; und umgekehrt.

Bei der Hyperbel kehrt sich das Verhältnis um. Sind beide gleich, so entsteht als Bahn eine Parabel.

Bei einem Kreis, als speciellen Fall der Ellipse betrachtet, würde das Product $M\varphi \,.\, r$ immer constant sein.

Zugleich finden wir durch diese Beziehungen ein lehrreiches Beispiel über den engen Zusammenhang zwischen lebendiger Kraft und Druckkraft; denn die Centrifugalkraft ist ein Druck, der durch eine lebendige Kraft, durch die Tangentialkraft, hervorgebracht wird.

§. 7. Die Centrifugalkraft.

Wie wir in der Einleitung bemerkten, hat Huygens seine entdeckten Gesetze von der Centrifugal-, Flieh- oder Schwungkraft in der Abhandlung „de vi centrifuga" niedergelegt. Huygens wurde durch seine Untersuchungen in der Lehre vom Pendel auf eine bis dahin noch unbekannte Lehre geleitet, welche mit den Schwingungen der Pendel viel Ähnlichkeit hat; es ist die Lehre von der sogenannten Centrifugalkraft, Flieh- oder Schwungkraft der im Kreise schwingenden Körper. Die Gesetze derselben hat er seinem Werke: „Horologium oscillatorium sive de motu pendulorum ad horologia aptato demonstrationes geometricae", jedoch ohne Beweis, angefügt. In der nach seinem Tode erschienenen Sammlung, opuscula postuma, werden sie mit Beweisen in einer besonderen Abhandlung: „de vi centrifuga" angeführt.

Da indessen die von ihm gegebenen synthetischen Beweise etwas weitläufig sind, so wollen wir die wichtigsten dieser Sätze hier anfügen und dieselben bestätigen mit den aus der vorhergehenden Lehre der Centralbewegung folgenden Resultaten. In dieser Abhandlung heißt

Propositio I: 1) Wenn 2 gleiche Körper ihre Umläufe in verschiedenen Kreisen in gleichen Zeiten vollenden, so verhalten sich ihre Schwungkräfte wie die Halbmesser ihrer Bahnen.

Nach § 6 ist die Schwungkraft eines Körpers, der sich im Kreise bewegt, da dieselbe gleich der Centripetalkraft ist: $\varphi = \frac{4\pi^2 \,.\, a}{T^2}$, wo a der Radius des Kreises ist. Ist die Schwungkraft in einem anderen Kreise $\varphi_1 = \frac{4\pi^2 \,.\, a_1}{T^2}$, so verhält sich $\varphi : \varphi_1 = a : a_1$.

Propositio II: 2) Wenn 2 gleiche Körper mit verschiedenen Geschwindigkeiten einen Kreis durchlaufen, so verhalten sich die Schwungkräfte wie die Quadrate der Geschwindigkeiten. Es ist wieder: $\varphi : \varphi_1 = \frac{4\pi^2 a}{T^2} : \frac{4\pi^2 a}{T_1^2}$. Da nun in einem Kreis die Geschwindigkeit in jedem Augenblicke dieselbe bleibt, so ist für den ersten Körper mit der Geschwindigkeit $v : T = \frac{2a\pi}{v}$, für den zweiten mit der Geschwindigkeit $v_1 : T_1 = \frac{2a\pi}{v_1}$. Diese Werte eingesetzt, giebt*): $\varphi : \varphi_1 = v^2 : v_1^2$.

Propositio III: 3) Bewegen sich zwei gleiche Körper in verschiedenen Kreisen mit gleicher Geschwindigkeit, so verhalten sich die Schwungkräfte umgekehrt wie ihre Halbmesser.

Zum Beweise setzen wir nur in der letzten Entwickelung $v = v_1$ und statt a im letzten Glied a_1, so folgt leicht: $\varphi : \varphi_1 = a_1 : a$.

Propositio IV: 4) Bewegen sich zwei gleiche Körper mit gleichen Schwungkräften in ungleichen Kreisen, so verhalten sich die Umlaufszeiten wie die Quadratwurzeln ihrer Halbmesser. Es folgt dies aus obiger Proportion:

$$\varphi : \varphi_1 = \frac{4\pi^2 \,.\, a}{T^2} : \frac{4\pi^2 \,.\, a_1}{T_1^2}, \text{ oder, da } \varphi = \varphi_1 \text{ ist: } T \,.\, T_1 = \sqrt{a} : \sqrt{a_1}.$$

Proposito V: 5) Wird ein Körper in einem Kreise mit einer solchen Geschwindigkeit herumbewegt, die er durch freien Fall von der Höhe des vierten Teils des Durchmessers erhält, so ist seine

*) Die einfachen Umformungen sind hier wie in den folgenden Entwickelungen dieses §. ausgelassen.

Schwungkraft seiner Schwere gleich; d. h. der Faden wird beim Schwingen mit derselben Kraft gespannt, als es der senkrecht herabhängende Körper thut.

Beweis. Wir haben für die Schwungkraft eines im Kreise bewegten Körpers den Ausdruck

$$\varphi = \frac{4\pi^2 . a}{T^2} = \frac{4\pi^2 . a . v^2}{4\pi^2 . a^2} = \frac{v^2}{a}$$

gefunden. Die Geschwindigkeit eines Körpers beim freien Fall ist aber: $v^2 = 2gs$; da nun $s = \frac{2a}{4}$ sein soll, so folgt: $v^2 = 2g . \frac{2a}{4} = ag$; mithin ist: $\varphi = \frac{ag}{a} = g$.

An diese Sätze knüpft Huygens in seiner erwähnten Abhandlung als eine Anwendung der Schwungbewegung die sog. konischen Schwünge. Wird nämlich ein frei herabhängendes Pendel durch irgend eine Kraft in Bewegung gesetzt, so daß es den Kreis ab beschreiben muß, so beschreibt die Axe OC eine Kegelfläche, und solche Schwünge nennt er konische Schwünge; sodann betrachtet er noch denjenigen Fall, wo ein Körper im vertikalen Kreise geschwungen wird, welche Betrachtungen sich auch aus der Centralbewegung herleiten lassen, indessen nicht direkt in das Gebiet unserer Aufgabe fallen.

Hatten wir bisher immer die Masseneinheit des Körpers vorausgesetzt, so wollen wir jetzt die ganze Masse des Körpers ins Auge fassen; es ergeben sich dann noch folgende Sätze aus dem Ausdruck für die Centripetalkraft:

1) Die Massen zweier ungleich schweren Körper verhalten sich zueinander bei gleichen Geschwindigkeiten und gleichen Entfernungen vom Centrum wie ihre Schwungkräfte. Denn im Kreise ist die Centripetalkraft = Schwungkraft:

$$\varphi = \frac{mv^2}{r} \text{ und } \varphi_1 = \frac{m_1 v^2}{r}, \text{ da } v \text{ und } r \text{ dieselben sind, so folgt: } \frac{\varphi}{\varphi_1} = \frac{m}{m_1}.$$

2) Bei gleichen Massen und gleichen Umlaufszeiten verhalten sich die Schwungkräfte wie die Halbmesser ihrer Bahnen. Dieses folgt aus:

$$\varphi : \varphi_1 = \frac{4\pi^2 . a}{T^2} m : \frac{4\pi^2 a_1}{T^2} m; \text{ d. h.: } \varphi : \varphi_1 = a : a_1.$$

3) Bei gleichen Umlaufszeiten verhalten sich die Schwungkräfte wie die Producte aus den Massen in die Halbmesser. Dieses folgt aus:

$$\varphi : \varphi_1 = \frac{4\pi^2}{T^2} . a . m : \frac{4\pi_2}{T^2} . a_1 m_1 \text{ d. h. } \varphi : \varphi_1 = a . m : a_1 m_1.$$

4) Sind die Massen und Halbmesser einander gleich, so verhalten sich die Schwungkräfte wie die Quadrate der Geschwindigkeiten. Es ergiebt sich dieses aus Huygens Propositio II; denn:

$$\varphi : \varphi_1 = \frac{4\pi^2 . a . m}{4\pi^2 . a^2} . v^2 : \frac{4\pi^2 . a . m}{4\pi^2 . a^2} . v_1^2 \text{ d. h. } \varphi : \varphi_1 = v^2 : v_1^2.$$

5) Bei gleichen Massen und Geschwindigkeiten verhalten sich die Schwungkräfte umgekehrt wie die Halbmesser; denn es geht aus der vorletzten Proportion, für $a = a_1$ im letzten Glied gesetzt, hervor:

$$\varphi : \varphi_1 = \frac{1}{a} : \frac{1}{a_1}.$$

6) Bei gleichen Halbmessern verhalten sich die Schwungkräfte wie die Producte der Massen in die Quadrate der Geschwindigkeiten. Denn:

$$\varphi : \varphi_1 = \frac{4\pi^2 . a}{4\pi^2 . a^2} . m v : \frac{4\pi^2 a}{4\pi^2 . a^2} . m_1 v_1^2 \text{ d. h. } \varphi : \varphi_1 = mv^2 : m_1 v_1^2.$$

7) Sind die Geschwindigkeiten gleich, so verhalten sich die Schwungkräfte wie die Producte der Massen in die umgekehrten Halbmesser.

$$\varphi : \varphi_1 = \frac{4\pi^2 . a}{4\pi^2 a^2} . mv^2 : \frac{4\pi^2 . a_1}{4\pi^2 a_1^2} . m_1 v^2; \text{ d. h. } \varphi : \varphi_1 = m . \frac{1}{a} : m_1 . \frac{1}{a_1}.$$

8) Verhalten sich die Umlaufszeiten wie die Cuben der Entfernungen vom Centrum, so verhalten sich bei gleichen Massen die Schwungkräfte umgekehrt wie die Quadrate der Halbmesser. Das Verhältnis der Kräfte ist hiernach:

$\varphi : \varphi_1 = \frac{4\pi^2 . a}{T^2} : \frac{4\pi^2 . a_1}{T_1^2}$, oder: $\varphi : \varphi_1 = \frac{T_1^2}{T^2} : \frac{a_1}{a}$, da nun $\frac{T_1^2}{T^2} = \frac{a_1^3}{a^3}$ ist, so folgt: $\varphi : \varphi_1 = a_1^2 : a^2$.

9) Setzen wir in voriger Annahme ungleiche Massen voraus, so verhalten sich die Schwungkräfte wie die Producte aus den Massen in die umgekehrten Quadrate der Halbmesser. Denn es ist:

$\varphi : \varphi_1 = \frac{4\pi^2 . a m}{T^2} : \frac{4\pi^2 . a_1 m_1}{T_1^2}$; $\varphi : \varphi_1 = \frac{m T_1^2}{m_1 T^2} : \frac{a_1}{a}$; da aber $\frac{T_1^2}{T^2} = \frac{a_1^3}{a^3}$ ist, $\varphi : \varphi_1 = m a_1^2 : m_1 a^2$.

10) Das Verhältnis der Schwungkräfte ist überhaupt ein zusammengesetztes aus den Massen, dem Halbmesser und dem umgekehrten Verhältnisse der Umlaufszeiten. Denn die Umlaufszeiten zweier verschiedener Körper sind:

$$T = \frac{2\pi a}{v} \text{ und } T_1 = \frac{2\pi . a_1}{v_1}; \text{ demnach: } T : T_1 = \frac{a}{v} : \frac{a_1}{v_1}.$$

Die Schwungkräfte aber stehen in dem Verhältnis:

$$\frac{m v^2}{a} : \frac{m_1 v_1^2}{a_1} = \frac{m v . v}{a} : \frac{m_1 v_1 v_1}{a_1}. \text{ Da aber } \frac{v}{a} : \frac{v_1}{a_1} = \frac{1}{T} : \frac{1}{T_1}, \text{ so ist:}$$

$$\frac{m v^2}{a} : \frac{m_1 v_1^2}{a_1} = m v . T_1 : m_1 v_1 T; \text{ d. h. } \varphi : \varphi_1 = m v T_1 : m_1 v_1 T.$$

11) Die Quadrate der Umlaufszeiten verhalten sich bei gleichen Massen und Schwungkräften wie die Halbmesser. Nach 9) ist:

$$\varphi : \varphi_1 = \frac{m T_1^2}{m_1 T^2} : \frac{a_1}{a}; \text{ da nun } \varphi = \varphi_1 \text{ und } m = m_1, \text{ so folgt: } T^2 : T_1^2 = a : a_1.$$

12) Verhalten sich die Geschwindigkeiten umgekehrt wie die Halbmesser, so verhalten sich die Schwungkräfte umgekehrt wie die Cuben der Halbmesser. Denn es verhält sich:

$$\varphi : \varphi_1 = \frac{4\pi^2 . v^2}{4\pi^2 . a} : \frac{4\pi^2 . v_1^2}{4\pi^2 . a_1}, \text{ oder: da } \frac{v}{v_1} = \frac{a_1}{a} \text{ ist, folgt: } \varphi : \varphi_1 = a_1^3 : a^3.$$

Anmerkung. Der zweite Teil B, welcher die auf der Centralbewegung beruhenden Versuche umfaßt, mußte wegen Raummangels für diesmal zurückgestellt werden.

C. Die mit der Centralbewegung in Verbindung stehenden Erscheinungen.

§. 13. Astronomische Erscheinungen.

1) Die Planetenbewegung. Wir haben in dem Teil der Centralbewegung, in welchem wir die Keplerschen Gesetze anführten, angenommen, daß die Centripetalkraft nur von einem Punkte ausgeübt würde und zwar auf die Masseneinheit des bewegten Körpers. Wären die Massen der Planeten kugelförmig, so könnte man sich wohl die Anziehungskräfte in dem Centrum derselben vereinigt denken; dieses verhält sich aber nicht ganz so; wir müssen daher bei sehr genauen Rechnungen auch der Massen der Planeten Rechnung tragen. Wir hatten uns ferner die Sonne feststehend gedacht. Dieses ist allerdings nicht der Fall, sondern sie beschreibt innerhalb eines Jahres einen größten Kreis, während die Planeten ihre Bahnen um dieselbe beschreiben. Da sich hierdurch aber die Gesetze der Planetenbewegung nicht ändern, so wollen wir die erste Annahme festhalten.

Im Verhältnis zu den großen Entfernungen, in welchen die Planeten von der Sonne und auch von einander stehen, kann man allerdings die Massen derselben als unerheblich betrachten, welche Voraus-

setzung gestattet, die Bewegung für jeden Planeten so zu betrachten, als ob er und die Sonne nur allein vorhanden wären. Es ist indessen die Bahn eines jeden Planeten nur dann bekannt, wenn man die Constanten bestimmt hat. Nach dem Newtonschen Gravitationsgesetz verhalten sich die Anziehungen der Körper direct wie ihre Massen.

Man kann sich nun die Anziehung von je 2 Atomen derselben als unter sich parallel und daher die Anziehungen aller Atome des einen Körpers mit der Masse M auf alle Atome des andern mit der Masse m nach der „Theorie der parallelen Kräfte" in eine einzige Kraft vereint denken, welche zwischen den Schwerpunkten beider Körper wirkt.

Versteht man unter r die Entfernung der beiden Schwerpunkte, unter f die Größe der Attraction zweier Masseneinheiten in der Einheit der Entfernung, d. h. eine Kraft, vermöge deren ein Atom in der Zeiteinheit die Raumeinheit constant durchläuft, so ist die Attractionskraft beider Planeten, da sie ja nahezu Kugelgestalt haben: $= \frac{Mmf}{r^2}$ und dieses um so genauer, je mehr der Radius vector r mit der Schwerpunktsentfernung beider Körper übereinstimmt.

Der Wert von f ist, wie wir in unseren theoretischen Betrachtungen gefunden und die Beobachtungen gezeigt haben, für alle Planeten derselbe.

Die zwischen beiden Planeten bestehende Anziehungskraft $\frac{Mmf}{r^2}$ teilt jedem Atom desselben eine beschleunigende Kraft mit, welche für die Atome des einen $= \frac{1}{M} \cdot \frac{Mmf}{r^2} = \frac{mf}{r^2}$, für die Atome des anderen dagegen: $= \frac{1}{m} \cdot \frac{Mmf}{r^2} = \frac{Mf}{r^2}$ ist. Mit diesen beschleunigenden Kräften würden sich die beiden Körper gegen einander bewegen. Nehmen wir nun aber an, daß der eine Körper feststehe, so muß der andere Wege durchlaufen, welche aus der gemeinschaftlichen Anziehung beider hervorgehen. Bei der Bewegung beider Körper werden sich die in einem Zeitelement durchlaufenen Wege verhalten wie die beschleunigenden Kräfte, also wie $\frac{mf}{r^2} : \frac{Mf}{r^2}$; d. h. wie $\frac{1}{M} : \frac{1}{m}$, also umgekehrt wie ihre Massen. Soll aber die sog. relative Bewegung eines Planeten m um die Sonne M betrachtet werden, wobei der Planet beide Wege beschreiben muß, um nach Ablauf jenes Zeitelementes in derselben Entfernung von der Sonne zu sein, so muß auf jedes Atom des Planeten eine beschleunigende Kraft gleich der Summe jener beiden wirken; d. h. eine Kraft von der Größe: $\frac{mf}{r^2} + \frac{Mf}{r^2} = \frac{(m + M) f}{r^2}$. Diese Kraft hatten wir nun früher mit $\frac{K}{r^2}$ bezeichnet, woraus jetzt $K = (M + m) f$ sich ergiebt.

Wir wollen mit Hülfe dieses Wertes das dritte Keplersche Gesetz prüfen. Wir fanden im §. 6 diese beschleunigende Kraft: $K = \frac{4\pi^2 . a^3}{T^2}$. Setzen wir nun für K den gefundenen Wert:

$$(M + m) f = \frac{4\pi^2 . a^3}{T^2} \text{ oder } \frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{f(M + m)}.$$

Ebenso folgt für einen anderen Planeten mit der Masse m' $\frac{T'^2}{a'^3} = \frac{4\pi^2}{f(M + m')}$.

Aus diesen beiden letzten Gleichungen folgt, daß, wie es nach dem 3. Keplerschen Gesetze sein sollte, nicht: $\frac{T^2}{a^3} = \frac{T'^2}{a'^3}$ ist; d. h. das 3. Keplersche Gesetz findet nicht genau statt; denn es müßte alsdann auch $1 + \frac{m}{M} = 1 + \frac{m'}{M}$ oder $\frac{m}{M} = \frac{m'}{M}$ sein. Da nun die Beobachtungen gezeigt haben, daß jene Größen $\frac{T^2}{a^3}$ und $\frac{T'^2}{a^3}$ sehr nahe einander gleich sind, so folgt auch, daß die Größen $\frac{m}{M}$ und $\frac{m'}{M}$ sehr nahe

einander gleich sein müssen; wenn also m und m' von einander verschieden sind, so muß die Masse der Sonne gegen die der Planeten sehr groß sein. Dieses ist auch der Fall. So ist z. B. die Masse des Jupiters, der unter allen Planeten die größte Masse hat, kleiner als $\frac{1}{1000}$ der Masse der Sonne. Aus diesem Grunde kann man also das Problem der Planetenbewegung behandeln, ohne Rücksicht auf die Anziehung anderer Planeten zu nehmen. Es werden allerdings hierdurch Störungen, sogenannte Perturbationen, in der elliptischen Bewegung der Planeten hervorgerufen, die indessen sehr langsam und unbedeutend sind.

Es sei hierbei bemerkt, daß diese Störungen weder die mittleren Entfernungen des Planeten von der Sonne, noch die mittleren Bewegungen derselben ändern, und ebenso bleibt die Umlaufszeit $T^2 = \frac{4\pi^2 . a^3}{f(M+m)}$ dieselbe.

Dieses gilt bei der Bewegung der Planeten um die Sonne. Anders verhält es sich bei der Bewegung der Trabanten um ihre Hauptplaneten. Denn während z. B. der Mond sich um die Erde bewegt, so würde derselbe, nur von ihr beeinflußt, eine Ellipse beschreiben, von deren Brennpunkten der eine die Erde ist. Allein durch die gewaltige Anziehung der Sonne und die Verschiedenheit der Masse der Erde und des Mondes sowie ihrer Entfernung von der Sonne werden Störungen in der Mondbahn verursacht, die sehr bedeutend sind. Durch diese störenden Einwirkungen der Sonne erklärt sich der sogenannte Rückgang der Knoten der Mondbahn.

Das Problem der Planetenbewegung ist schon im §. 4 gelöst. Um hier genauere Resultate zu erzielen, setze man in die in §. 4 gefundenen Gleichungen für die Umlaufszeit, Geschwindigkeit ꝛc. den oben für K gefundenen Wert ein. Zur Bestimmung der Bewegung und der Lage der Planeten müssen sieben Größen, die sogenannten Elemente der elliptischen Bewegung, gegeben sein. Fünf beziehen sich auf die Bewegung in der Ellipse; sie sind: 1) Die Dauer T der siderischen Umlaufszeit; 2) die halbe große Axe a der Bahn, oder die mittlere Entfernung des Planeten von der Sonne; 3) die Excentricität; 4) die mittlere Länge des Planeten für eine gegebene Epoche, um V zu bestimmen; 5) die Länge φ des Periheliums für dieselbe Epoche. Die beiden anderen Elemente beziehen sich auf die Lage der Bahn; sie sind: 1) die Länge der Knoten der Bahn für eine gegebene Epoche; 2) die Neigung der Bahn.

2) Berechnung der Massen der Planeten aus den Störungen. Sind die Massen zweier Planeten m und m' und ϱ die Entfernung ihrer Schwerpunkte, so ist die Attractionskraft zwischen beiden $\frac{m m' f}{r^2}$, und für den Planeten mit der Masse m ist die beschleunigende Kraft $= \frac{m' f}{\varrho^2}$. Sie ist also mit der Masse des störenden Planeten direct proportional und von seiner eigenen Masse gänzlich unabhängig. Man kann daher aus den beobachteten Störungen auf die Masse m' zurückschließen.

Auf diese Weise ist die Masse des Jupiters aus den Störungen, welche dieser auf den Saturn ausübt, als $\frac{1}{1070}$ der Masse der Sonne gefunden worden.

Auch auf folgende Weise lassen sich die Massen der Planeten bestimmen: Gesetzt, es sei m' ein Mond des Planeten m, deren Schwerpunktsentfernung r' sei. Ferner sei M die Masse der Sonne. Da nun der Einfluß dieser auf beide ungefähr gleich stark ist, so kann man ihn unberücksichtigt lassen. So haben wir die schon einmal angestellte Betrachtung, daß, indem wir uns den Planeten m vorerst unbeweglich denken, die beschleunigende Kraft K' des Mondes aus der gemeinschaftlichen beschleunigenden Kraft beider besteht; es ist also zu setzen: $K' = (m + m') f$.

Bedeutet nun T' die Umlaufszeit des Mondes um den Planeten in seiner elliptischen Bahn und ist a' die mittlere Entfernung des Satelliten von seinem Planeten, d. h. die halbe große Axe der Bahn,

$$\text{so ist: } \frac{T'^2}{a'^3} = \frac{4\pi^2}{f(m+m')}$$

Denken wir uns nun den Planeten sich um die Sonne bewegend, so ist:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{f(M+m)}, \text{ d. h. } \frac{T^2}{T'^2} \cdot \frac{a'^3}{a^3} = \frac{m+m'}{M+m}.$$

Ist nun m' so klein, daß man es gegen m vernachlässigen kann, wie beispielsweise bei den Monden des Jupiters, so folgt:

$$\frac{T^2}{T'^2} \cdot \frac{a'^3}{a^3} = \frac{m}{M+m} = \frac{\frac{m}{M}}{1 + \frac{m}{M}}.$$

Kennt man also die Umlaufszeiten und die halben großen Axen der Bahnen, so hat man sofort das Verhältnis $\frac{m}{M}$. So fand Newton die Masse des Jupiters als $\frac{1}{1067}$ der Masse der Sonne.

Es lassen sich noch verschiedene andere Arten dieser Bestimmungen angeben, welche wir indessen, außer noch einer, übergehen wollen.

Newton hat gezeigt, daß die Schwerkraft der Erde in nichts anderem als in jener allgemeinen Anziehung besteht. Es ist demnach: $g = \frac{f \cdot m}{r^2}$. Setzen wir den hieraus folgenden Wert von f in:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{f(M+m)} \text{ ein, so folgt: } \frac{m}{M+m} = \frac{g\,T^2 \cdot r^2}{4\pi^2 \cdot a^3},$$

aus welcher Gleichung sich das Verhältnis der Masse m der Erde zu der Masse M der Sonne bestimmen läßt. Es bedeutet alsdann in der Gleichung r den Erdhalbmesser, T die Umlaufszeit desselben um die Sonne; a die halbe große Axe der Erdbahn und g die Schwerkraft. Genauere Resultate erhält man, wenn man die Schwerkraft unter einer bestimmten Breite und den zu dieser Breite gehörigen Erdhalbmesser wählt und das g um so viel vermehrt, als die Centrifugalkraft unter jener Breite die Schwere vermindert. Auf diese Weise hat man das Verhältnis der Erdmasse zur Sonnenmasse gefunden als:

$$\frac{m}{M} = \frac{1}{354592}.$$

Hat man die Masse eines Weltkörpers bestimmt, so läßt sich auch leicht weiterhin noch die Dichtigkeit bestimmen.

3) Die Kegelbewegung der Erdaxe. Der Versuch mit dem Bohnenbergerschen Apparat giebt uns Aufschluß über die Kegeldrehung der Erdaxe. Denn aus ähnlichen Gründen wie dort die Rotation der Kugel, wird hier die Erdaxe durch Kräfte gezwungen eine langsame Kegelbewegung zu vollziehen. Dieselbe erklärt sich, wie folgt:

Die Erdaxe bildet bekanntlich mit der Ebene der Erdbahn einen Winkel von 66°; ferner kann man die sphäroidische Gestalt der Erde sich denken als eine Kugel, die um den Äquator herum einen Wulst trägt (Fig. 18), welcher nach den Polen zu immer dünner wird. Dieser Wulst bildet nun mit der Ebene der Ekliptik einen Winkel von 23° und die in der Ekliptik stehende Sonne übt auf den ihr zugewandten Teil des Wulstes, wie bei m, eine größere Anziehung aus als auf den ferner liegenden Teil desselben, wie bei m'. Infolge dessen strebt die Anziehung der Sonne auf den Wulst dahin, die Erde in der Richtung des Pfeils um eine Axe zu drehen, welche in der Ebene der Ekliptik liegt und senkrecht auf der Verbindungslinie des Sonnen- und Erdmittelpunktes steht. Dieses würde auch stattfinden, wenn die Erde sich nicht drehte. Da dieses aber der Fall ist, so gilt hier der 2. Teil des für die freien Axen gültigen 2. Satzes; d. h. die Erdaxe muß sich in unveränderter Richtung in einer Kegeloberfläche um die Axe der Ekliptik drehen.

4) Präcession und Nutation. Eine solche Drehung bedarf indessen einer Zeit eines Platonischen Jahres oder 26000 Jahre; es zeigt demnach die Erdaxe Jahrhunderte lang nach einem und demselben Punkte. Der Nordpol des Himmels beschreibt also in 26000 Jahren einen Kreis von 23°

Halbmesser um den Pol der Ekliptik. Wenn indessen auch der Nordpol des Himmels sich im Laufe der Zeit ändert, so ist hiermit nicht eine Veränderung der Jahreszeiten verbunden, da die Neigung der Erdaxe gegen die Ekliptik unverändert bleibt. Anders verhält es sich mit dem Himmels-Äquator AQ. Die Lage desselben ist durch die Richtung der Erdaxe bestimmt, auf welcher derselbe senkrecht steht. Da nun die Erde sich von Westen nach Osten dreht und ihre Umdrehungsaxe eine dieser Richtung entgegengesetzte Kegelbewegung in der genannten Zeit vollzieht, so folgt hieraus, daß die Stellung des Äquators zu der Ekliptik im Laufe der Zeit eine andere wird, indem nämlich hierdurch die 2 Schnittpunkte der Erdbahn mit der Ekliptik andere werden.

Die Betrachtung der Figuren 19 und 20 wird uns hierüber belehren. Es bedeuten hierin PP' die Verlängerung der Erdaxe oder die Weltaxe, AQ der auf dieser senkrecht stehende Äquator HF die Ekliptik, EE' die Axe derselben. In Fig. 19 schneidet der Himmelsäquator die Ekliptik in den Sternbildern ♈ und ♎. Durch die Kegelbewegung der Erdaxe von Ost nach West nimmt nun die Weltaxe PP' im Laufe der Zeit auch einmal die Stellung P_1P_1' in Fig. 20 ein. Damit muß aber der auf ihr senkrecht stehende Äquator die Ekliptik in den Punkten ♓ und ♍ schneiden; woraus folgt, daß diese Schnittpunkte immer weiter nach Westen rücken müssen. Bekanntlich nennt man diese Punkte den Frühlingspunkt (♈) und den Herbstpunkt (♎) oder die Äquinoctialpunkte. Die in diesem Rückgang bestehende Erscheinung nennt man die Präcession der Äquinoctialpunkte. Dieselbe beträgt im Laufe eines Jahrhunderts 1° 23′ 30″, also in einem Jahre 50″. Es ist dieses bei astronomischen Bewegungen von großer Wichtigkeit. So müssen z. B. ältere Sternmessungen, um sie mit den heutigen zu vergleichen, um den Betrag der seitdem stattgehabten Präcession corrigiert werden, und umgekehrt.

Die Präcession der Äquinoctialpunkte ist indessen nicht ganz gleichförmig, sondern es treten hierbei Schwankungen auf, deren Periode ungefähr 18½ Jahre beträgt. An diese gleiche Periode ist auch der Winkel gebunden, welchen die Erdaxe mit der Axe der Ekliptik bildet; derselbe ist nicht constant, sondern kleinen Variationen unterworfen, indem sich die Erdaxe der Axe der Ekliptik abwechselnd etwas nähert und sich dann wieder von ihr entfernt. Dieses Wanken der Erdaxe nennt man die Nutation derselben.

Die Erklärung hierfür liegt darin, daß die Präcession nicht nur von der Sonne, sondern auch von dem Monde und den Planeten herrührt. Da diese letzteren Einflüsse aber veränderlich sind, so muß es auch die Präcession sein. Der Nordpol des Himmels beschreibt also nicht einen reinen Kreis um den Pol der Ekliptik, sondern eine wellenförmige Curve. Es erklärt sich eine solche Bewegung durch die Annahme, daß der Pol sich auf einer kleinen Ellipse bewege, deren Mittelpunkt sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit um den Pol der Ekliptik bewegt. Der Umlauf in dieser Ellipse wird dann in jenen 18½ Jahren vollendet sein. Die große Axe derselben ist 9,6″, die kleine 8″.

§. 14. Wirkungen der Schwungkraft bei astronomischen Erscheinungen.

1) Die Entfernung der Planeten und Monde von ihren Centralkörpern. Da sich die Planeten um die Sonne und ebenso die Monde um ihre Hauptplaneten in Ellipsen von sehr kleiner Excentricität bewegen, so kann man, um nur angenäherte Resultate zu erhalten, annehmen, daß diese Bahnen Kreise sind, in deren Mittelpunkt das betreffende Attractionsgestirn sich befindet. Da nun diese krummlinigen Bahnen entstehen durch die Eigenbewegung des kreisenden Gestirns und durch die Einwirkung der Attractionskraft des Centralkörpers, so ist diese Attractionskraft oder Centripetalkraft genau an Größe gleich der Schwungkraft des betreffenden Gestirns, durch welche weder die Entfernung z. B. eines Planeten von der Sonne noch seine Geschwindigkeit geändert wird; sie bewirkt nur die Krümmung der Bahn in einen Kreis.

Kennt man nun ϱ, den Radius des kugelförmigen anziehenden Gestirns, und g, die auf seiner Oberfläche stattfindende Schwerkraft; ferner t, die Umlaufszeit des kreisenden Planeten, und x, die Entfernung des letzteren vom Mittelpunkte des Centralkörpers, so ist unter der Berücksichtigung, daß die

Attractionskraft an der Oberfläche des Centralkörpers direct proportional der Entfernung vom Mittelpunkte ist, die diesem Planeten eigene Schwungkraft nach §. 6: $\frac{4\pi^2 . x . \varrho}{t}$.

Dieselbe Attraction erfährt aber auch der Planet durch die auf dem Centralkörper herrschende Schwerkraft, welche in der Entfernung x die Größe $\frac{g}{x^2}$ hat. Es folgt also die Entfernung x in Längeneinheiten des Radius ϱ aus der Gleichung:

$$\frac{g}{x^2} = \frac{4\pi^2 . x . \varrho}{t^2}, \text{ d. h. } x = \sqrt[3]{\frac{g t^2}{4\pi^2 \varrho}}.$$

Beispiel. Will man die Entfernung des Mondes von der Erde berechnen, so ist, das Meter zu Grunde gelegt, $g = 9{,}8126$, Erdumfang $2\pi\varrho = 40000000$, t (27 Tage $7^h 43' 12''$) $= 2360592''$. Hiermit ergiebt sich: $x = 60{,}14442$ Erdradien oder ungefähr 51694,13 geogr. Meilen.

2) Höhe der Erdatmosphäre. Wenn wir unter der Erdatmosphäre diejenige Höhe verstehen, bis zu welcher sich die Luftatome gleichzeitig mit der Erde in 24 Stunden einmal um die Erdaxe drehen, so wird auch den in der Ebene des Erdäquators liegenden Luftatomen, die wir hier berücksichtigen wollen, eine Schwungkraft verliehen, welche sie zwingt, Kreise um die Erdaxe zu beschreiben und sich gleichfalls nach dem Gravitationsgesetz ändert. Diese Schwungkraft rührt von der Attractionskraft der Erde her, deren Sitz wir uns im Mittelpunkte denken können. Es leuchtet ein, daß bei der Abnahme jener Schwungkraft mit der Entfernung diese Kraft in einer bestimmten Höhe nicht mehr im Stande ist, die Luftatome zu zwingen, gleichzeitige Rotationen mit der Erde zu vollziehen.

Nehmen wir an, die gesuchte Höhe sei gleich x Erdradien, so haben wir analog dem vorigen:

$$\frac{4\pi^2 x . \varrho}{t^2} = \frac{g}{x^2}, \text{ d. h. } x = \sqrt[3]{\frac{g t^2}{4\pi^2 . \varrho}},$$

wo t natürlich hier die Umdrehungszeit der Erde, also ein Sterntag = 86164 Secunden, ist. Es folgt: $x = \sqrt[3]{\frac{9{,}8126 . 86164^2}{80{,}000{,}000\,\pi}}$ oder $x = 6{,}61808$ Erdradien vom Mittelpunkte der Erde aus gerechnet.

Von der Oberfläche der Erde würde diese Höhe ungefähr 5,61808 Erdradien oder 4828,739 geogr. Meilen betragen. Da aber die Luft in immer größeren Höhen leichter wird, so hat man aus dem Barometerstande die Höhe der Atmosphäre als 10 Meilen berechnet; d. h. also nur, daß die Luft in dieser Höhe das Quecksilber im Barometerrohre nicht mehr merklich hebt. Entsprechend läßt sich die Höhe der Atmosphäre für jeden anderen Weltkörper berechnen, wenn man nur die in der Formel vorkommenden Größen ausdrücken kann.

3) Die Masse der Sonne. Die Attractionskraft der Sonne, welche ebenfalls dem allgemeinen Gravitationsgesetz unterworfen ist, bewirkt, daß die Erde eine, wie wir hier annehmen, kreisförmige Bahn um dieselbe beschreibt. Vermittelst der für die Schwungkraft gewonnenen Ausdrücke wollen wir nun die Masse der Sonne bestimmen.

Es betrage die Entfernung der Erde vom Mittelpunkt der Sonne n Erdradien und die Masse der Sonne x Erdkugeln, während wir die Masse der Erde als Einheit annehmen. Es wird alsdann die Erde von der Sonne nach dem Gravitationsgesetz angezogen mit einer Stärke: $\frac{x . g}{n^2}$, welche Kraft nur dazu dient, die Erde in ihrer Kreisbahn zu erhalten. Ist nun t die Umlaufszeit der Erde in Secunden und ϱ die Länge des Erdradius, so bringt die Schwungkraft der Erde: $\frac{4\pi^2 n \varrho}{t^2}$ dieselbe Wirkung als jene Kraft hervor. Es ist daher: $\frac{x . g}{n^2} = \frac{4\pi^2 . n\varrho}{t^2}$, oder $x = \frac{4\pi^2 . n^3 \varrho}{g t^2}$.

Da nun die Zeit t des Umlaufs 1 Jahr = 365,2422 Tage zu 86400 Secunden beträgt und die Entfernung der Erde von der Sonne n = 24000 Erdradien ist, so folgt:

$x = \frac{80000000\,\pi\,.\,24000^3}{9{,}8126\,.\,(365{,}2422\,.\,86400)^2}$, d. h. x = 355,550 Erdkugeln würden die Masse der Sonne ergeben.

Hieraus läßt sich wiederum leicht die Dichtigkeit und fernerhin die Schwerkraft auf der Sonnenoberfläche berechnen, was jedoch nicht in das Gebiet unserer Aufgabe fällt.

4) Der Mond kehrt der Erde stets dieselbe Seite zu. Werden zwei gegeneinandergeneigte Glasröhren, welche Wasser und Quecksilber enthalten, vermittelst eines Gestelles auf der Schwungmaschine befestigt, so wird bei der Rotation das Quecksilber infolge seines größeren specifischen Gewichts die äußere, und das Wasser die innere Stelle einnehmen.

Hierauf gestützt, können wir die Stellung des Mondes zur Erde erklären. Infolge der großen Geschwindigkeit und des kleinen Krümmungsradius der Mondbahn gelangt die Centrifugalkraft in derselben zu großer Geltung; es müßten daher die schwereren Massen nach der jenseitigen Hälfte des Mondes gehen und nun den Mond durch ihre Centrifugalkraft in dieser Stellung erhalten. Zugleich erhellt hieraus, daß der Schwerpunkt des Mondes jenseits seines Mittelpunktes liegt. Nach Hansen folgt hieraus, daß der Mond der Erde immer dieselbe Seite zukehrt und daß seine Rotationszeit gleich der Umlaufszeit desselben um die Erde ist. Nach ihm beträgt die Entfernung des Schwerpunktes vom Mittelpunkt 8 Meilen.

§. 15. Die Schwungkraft auf der Erdoberfläche.

1) Verminderung der Schwerkraft durch die Rotation. Infolge der Rotation der Erde sind alle an deren Oberfläche befindlichen Körper gezwungen, je nach ihrem Ort größere oder kleinere Parallelkreise um die Erdaxe innerhalb 24 Stunden zu beschreiben. Hierdurch wird denselben eine Schwungkraft verliehen, welche der Schwerkraft der Erde entnommen wird. Je größer daher die Schwungkraft eines Körpers an irgend einem Orte ist, um so kleiner muß die Schwere desselben sein. Die Körper, welche sich nun am Äquator befinden, beschreiben in jenen 24 Stunden größere Kreise als jene, welche mehr nach den Polen der Erde hin liegen. Daher muß den ersteren, um in gleicher Zeit mit den letzteren einen größeren Weg zurücklegen zu können, eine größere Schwungkraft verliehen werden, um welchen größeren Betrag alsdann die Schwerkraft vermindert wird. Daher kommt es, daß diese am Äquator am kleinsten, an den Polen hingegen am größten ist.

Diese Erscheinung läßt sich leicht an einer Spiralfeder wahrnehmen, an welcher ein Gewicht befestigt ist. Dieselbe wird sich nach den Polen hin mehr ausdehnen, während sie sich nach dem Äquator hin zusammenzieht.

a) Um die Größe der Schungkraft unter dem Äquator zu berechnen, setzen wir den Erdradius gleich r und die Umdrehungszeit der Erde t = 86164 Secunden. Alsdann ist die unter dem Äquator herrschende Schwungkraft fo:

$$fo = \frac{4\,\pi^2\,.\,r}{t^2} = \frac{80000000\,\pi}{86164^2} \text{ Meter; d. h. } fo = 3{,}385 \text{ cm.}$$

Um also einen Körper unter dem Äquator in einer Kreisbahn zu erhalten, genügt eine Kraft, welche am Ende der ersten Secunde demselben die Geschwindigkeit von 3,385 cm verleiht.

Da nun die Schwerkraft der Erde 9,8126 m ist, so ist die Schwungkraft 3,385 cm, der 289,87te Teil derselben; es ist also $c_0 = \frac{g}{289{,}87}$, welches Resultat, wie wir in der Einleitung bemerkten, schon Huygens gefunden hat. Es wird also die Erdschwere unter dem Äquator um den 289,87ten Teil durch die Schwungkraft vermindert; und das Gewicht der Körper ist hier um so viel kleiner, als es sein würde, wenn die Erde nicht rotierte. Diese Verminderung der Erdschwere steigt von den Polen bis zum Äquator von $\frac{1}{289}$ bis auf $\frac{1}{200}$.

Aus der letzten Gleichung können wir leicht bestimmen, mit wievielmal größerer Geschwindigkeit die Erde rotieren müßte, daß unter dem Äquator die gesamte Schwerkraft durch die Schwungkraft aufgezehrt würde.

Berücksichtigen wir, daß bei constantem Radius die Schwungkraft dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional ist, so folgt, da $289 = 17^2$, daß jenes eintreten wird, sobald die Erde mit ungefähr 17 mal größerer Geschwindigkeit rotierte. Denn ist die Rotation 17mal so groß, so ist die Schwungkraft 17^2 mal so groß. Dieses liefert aber aus obiger Formel:

$$C_o = (17^2 . c_o) = \frac{g}{17^2} . 17 \ , \ C_o = g.$$

Unter diesen Umständen würde ein Tag nur $\frac{86164}{17} = 5068'' = 1{,}408$ Stunden dauern. Es würde also dann auf dem Äquator keine Schwere mehr geben; und bei weiterem Wachsen der Geschwindigkeit würden die Körper durch die Schwere nicht mehr auf der Erde zurückgehalten werden können. Auch dieses hatte schon Huygens berechnet.

b) Größe und Wirkung der Schwungkraft unter der Breite von φ^0. In Fig. 21 stelle $NQSA$ einen Erdmeridian, AQ den in ihm liegenden Äquitorialdurchmesser und NS die Erdaxe vor. Der Winkel φ ist die dem Parallelkreis zugehörige geographische Breite, dessen Radius $r \cos \varphi$ ist, wenn der Erdradius r ist. Ist nun wieder A die Umdrehungszeit der Erde, so ist die in B herrschende Schwungkraft $c_\varphi = \frac{4\pi^2 . r \cos \varphi}{t^2}$. Führen wir hier die soeben gefundene Schwungkraft unter dem Äquator: $c_o = \frac{4\pi^2 r}{t^2}$ ein, so folgt: $c_\varphi = c_o \cos \varphi$.

Dieser Wert ist um so kleiner, je größer φ ist; d. h. je näher B den Polen liegt. Da nun diese Schwungkraft nach dem Mittelpunkt C des Parallelkreises gerichtet ist und von der Schwerkraft der Erde entnommen wird, so erfährt letztere außer einer Verminderung auch eine Richtungsveränderung. Denn es sei BD auf dem Kugelradius BM ein unendlich kleiner Impuls der Schwerkraft der Erde für B und BE auf dem Radius des Parallelkreises ein Impuls der Schwungkraft, (also kleiner als der 289te Teil von jenem der Erde), so zerfällt BD in die beiden Componenten BE und BF. Es bleibt also von dem Impuls der Schwerkraft BD nur $BF \# ED$ übrig, welche nur, wenn B auf dem Äquator liegt, nach dem Mittelpunkte der Erde gerichtet sein kann. Um die Größe dieser übrig gebliebenen Schwerkraft zu berechnen, beschreiben wir mit BF um B einen Kreisbogen, welcher BD in K schneidet. Wegen der vorausgesetzten Kleinheit der Strecken können wir den Bogen FK als geradlinig und den Winkel bei K als einen Rechten betrachten. Es ist nun $\sphericalangle FDB = \varphi$; und somit: $DK = DF \cos \varphi$; $FK = DF \sin \varphi$. Es sei nun $DF = BE = \frac{c_\varphi}{n}$, also der nte Teil der gesamten Schwungkraft und $DB = \frac{g}{n}$, der nte Teil der Schwerkraft; dann ist $DK = \frac{c_o \cos^2 \varphi}{n}$; $FK = \frac{c_o \sin 2\varphi}{2n}$. Darnach ist: $BF = BK = DB - DK = \frac{g}{n} - \frac{c_o \cos^2 \varphi}{n}$; mithin die gesamte Schwerkraft unter der Breite φ^o: $g_\varphi = g - c_o \cos^2 \varphi = g \left(1 - \frac{\cos^2 \varphi}{289{,}87}\right)$. Bezeichnen wir den Winkel FBD, um welchen die Schwerkraftsrichtung abgelenkt ist mit x, so ist: $FK = BF . x$; folglich: $x = \frac{c_o \sin 2\varphi}{2 g_\varphi} = \frac{\sin 2\varphi}{579{,}73}$.

Es folgt hieraus, daß die Ablenkung am größten unter einer Breite von 45^0 ist, während sie an den Polen und dem Äquator Null ist. Diese Ablenkung gibt zugleich die Ablenkung eines frei fallenden Körpers von der Vertikalen an, was also seinen Grund in der Wirkung der Schwungkraft hat.

Um dieses experimentell zu ermitteln und nachzuweisen, sind mehrfache Fallversuche z. B. von Benzenberg im Jahre 1802 und 1803 im Michaelisturm zu Hamburg angestellt worden, wobei sich für die geogr. Breite dieser Stadt eine östliche Abweichung von 3''',95 Par. herausstellte. Ein anderer Versuch wurde von Reich im Jahre 1831 im Dreibrüderschacht zu Freiberg ausgeführt. Besonders sind es Gauß und Olbers gewesen, die diese Aufgabe der höheren Mathematik unterworfen haben.

2) Die Correction des Secundenpendels. Ein Secundenpendel bedarf für Orte verschiedener geographischer Breiten einer gewissen Correction in Bezug auf seine Länge, welche durch die infolge der Rotation der Erde um ihre Axe entstehende Schwungkraft begründet ist.

Um daher die wahre Länge des einfachen Pendels zu bestimmen, welche notwendig wäre, wenn die Erde ruhte, muß man den Bruch $\frac{1}{289}$ (als das Verhältnis der Schwungkraft zur Schwere unter dem Äquator) mit dem Quadrate des Cosinus der geographischen Breite des Orts multiplicieren und die gefundene Größe zu der beobachteten Länge des Pendels zusetzen. Die Richtigkeit hierfür ergiebt sich schon aus den oben angestellten Betrachtungen.

3) Die sphäroidische Gestalt der Erde läßt sich ebenfalls durch die Einwirkung der Schwungkraft erklären, wenn man annimmt, daß dieselbe in ihrem Anfange aus einer feurig-flüssigen Masse bestand. Sehr schön und belehrend zeigt dieses wie überhaupt das Kant-Laplace'sche Weltbildungssystem der Plateausche Versuch: (Rotierende Ölkugel in einer Wasser-Weingeistmischung von gleichem specifischen Gewicht. Dieselbe plattet sich ab, nimmt Ringform an und löst sich in kreisende Kugeln auf.) Die Cohäsion der Ölteilchen stellt uns hierbei die Erdschwere dar.

Da nun die Schwungkraft von der Erdschwere entnommen wird und dieses, wie wir gesehen haben, am meisten unter dem Äquator geschieht, so muß sich hier, um den Gegendruck herzustellen, eine größere Wassermenge anhäufen.

4) Die Wirbel, welche wir im fließenden Wasser beobachten, hängen auch von der Wirkung der Schwungkraft ab. Sie sind auf folgende Weise zu erklären: Die mit ziemlich bedeutender Geschwindigkeit um einen Mittelpunkt laufenden Wasserteilchen streben, sich vom Mittelpunkt zu entfernen. Da aber das umgebende Wasser dieses nicht gestattet, so steht das Wasser am Rande des Wirbels höher, in der Mitte tiefer und hier oft sehr viel tiefer, wo der Platz nur mit Schaum, welches Luft ist, die nur sehr wenig Wasser zwischen sich hat, angefüllt ist. Die Wirbel entstehen dadurch, daß verschiedene Strömungen zusammenstoßen. Auch die durch die Luftströmungen erzeugten Wirbel entstehen oft durch analoge Einflüsse.

§. 16. Physikalische Wirkungen der Schwungkraft.

1) Die Kreisbewegung einer an einem Faden herumgeschwungenen Masse. Ist die Länge des Fadens, an welchem eine Masse im Kreise herumgeschwungen wird, gleich l, so ist dazu nach dem Früheren die auf die Masseneinheit wirkende, beschleunigende Kraft $\frac{4\pi^2 l}{t^2}$ nötig, wenn die Masse in t Secunden einmal herumgeschwungen wird. Besteht der Körper nun aus μ solcher Masseneinheiten, so muß diese Kraft: $\frac{4\pi^2 \mu l}{t^2}$ sein.

Wollen wir nun diejenige Umdrehungszeit wissen, bei welcher entstehenden Geschwindigkeit der Faden, welcher, wie bekannt sein muß, im ruhenden Zustande m solcher Masseneinheiten zu tragen vermag, reißen wird, so haben wir zur Bestimmung die größte Kraft des Fadens $= mg$. Dieses muß aber auch das Maximum der Schwungkraft sein. Es besteht daher die Gleichung:

$$\frac{4\pi^2 \mu l}{t^2} = mg \text{ oder: } t = 2\pi \sqrt{\frac{\mu l}{mg}}.$$

2) Die Bewegung eines schweren Atoms auf einer Kugeloberfläche. Ein sich auf einer Kugeloberfläche bewegendes Atom A ist zunächst dem Einfluß der Schwere unterworfen, welche in der Richtung der Verticalen AB (Fig. 22) wirkt; dadurch wird sich dasselbe zunächst auf den durch den Punkt A und den Radius MN gehenden Meridian der Kugel bewegen. Es sei AB ein Impuls der Schwere gleich dem n^{ten} Teil derselben, also $= \frac{g}{n}$. Derselbe zerlegt sich in die Componente AD, nach dem Radius der Kugel gerichtet, und die darauf senkrecht stehende, in der Berührungsebene liegende Componente AC, welche 3 Kräfte in einer Ebene liegen müssen. Durch die auf der Kugel normal stehende Componente erhält das Atom eine Geschwindigkeit, vermittelst welcher es im Meridan weiter geht, bis es vielleicht bei E die Kugel verläßt. Ist nun der Winkel $AMN = \alpha$, so ist: $AC = \frac{g}{n} \sin \alpha$. Die sich bei dieser Bewegung entwickelnde Schwungkraft, welche nach M gerichtet sein muß, wird nun von der Schwerkraftscomponente $AD = \frac{g}{n} \cos \alpha$ entnommen. Durch die sich immer erneuernden Impulse der Erdschwere empfängt das Atom auch eine größere Geschwindigkeit, und da die Schwungkraft dem Quadrat dieser Geschwindigkeit proportional ist, so wird dieses auch immer größer, so daß die Componente $AD = \frac{g}{n} \cos \alpha$ immer kleiner und schließlich gänzlich als Schwungkraft verbraucht wird, wo alsdann das Atom von der Kugel abfliegen wird.

Bekanntlich ist nun die Geschwindigkeit eines Körpers in jedem Augenblicke dieselbe, gleichgültig ob es die Strecke AE oder die Verticalrichtung $A'E'$ durchfällt. Es ist also: $v = \sqrt{2 g A'E'}$. Ist nun $\sphericalangle EMN = x$, so ist: $A'E' = r(\cos \alpha - \cos x)$ und die normale Componente in E, entsprechend der in A, ist: $\frac{g}{n} \cos x$, welche der im Punkte E herrschenden Schwungkraft des Atoms $\frac{v^2}{n r}$ gleich sein muß. Es ist daher:

$\frac{g}{n} \cos x = \frac{v^2}{n r} = \frac{2 g \,.\, A'E'}{nr} = \frac{2 g r (\cos \alpha - \cos x)}{nr}$; also ist $\cos x = 2 \cos \alpha - 2 \cos x$; oder: $\cos x = \frac{2}{3} \cos \alpha$; d. h. das Atom fliegt an der Stelle ab, für die $A'E'$ die Hälfte von $E'M$ ist. Die Geschwindigkeit des Atoms ist alsdann: $v = \sqrt{\frac{2 g r \cos \alpha}{3}}$.

Ist $\alpha = o$, d. h. beginnt das Atom seine Bewegung in dem Scheitel der Kugel, so folgt:

$$\cos x = \tfrac{2}{3}, \text{ d. h. } x = 48^0\ 11'\ 23'' \text{ und } v = \sqrt{\tfrac{2}{3} g r}.$$

Es legt daher in diesem Falle das Atom einen Weg auf der Kugel zurück, der etwas größer ist als die Hälfte des Quadranten, und verläßt dieselbe mit der Geschwindigkeit $v = \sqrt{\frac{2}{3} g r}$.

3) In einem Gefäße rotierende Flüssigkeit. Die Dynamik flüssiger Körper lehrt, daß eine in einem Gefäße befindliche Flüssigkeit mit ebener Oberfläche im Zustande der Ruhe bei der Rotation des Gefäßes um seine verticale Axe ein Rotationsparaboloid bildet.

Dieses als bekannt voraussetzend, begnügen wir uns damit, zu zeigen, daß die Flüssigkeit, wenn sie einmal eine solche Fläche gebildet hat, durch jene weitere Rotation dieselbe beibehält.

Die Fig. 22 stelle uns einen Mediandurchschnitt eines Paraboloids von dem Parameter $2p$ und dem Scheitel A vor. Auf der inneren Fläche desselben befinde sich ein Atom G, dessen Lage durch die Coordinaten x, y bestimmt ist. Im Ruhezustand der Fläche würde das Atom von G nach A herabgleiten nach G aufsteigen, wieder nach A herunterfallen, kurz es würde diese Oscillation fortsetzen. Soll nun nach unserer Annahme das Paraboloid um seine verticale Axe AB rotieren und ferner das Atom G an seiner Stelle der Oberfläche verharren, so muß das Atom bei der Rotation einen Kreis vom Radius FG um die Axe AB beschreiben. Hierzu ist eine gewisse Schwungkraft erforderlich, welche in

der Richtung FG wirken muß und erzeugt wird durch die Vereinigung aller auf das Atom wirkenden Kräfte. Diese sind nun in jedem unendlich kleinen Zeitteilchen der Impuls der Schwere $GD = \frac{g}{n}$ vertical abwärts und der Widerstand des Paraboloids, nach der Richtung der Normalen GE wirkend. Sind diese Kräfte nun der Art, daß ihre Resultante in die Richtung GF fällt, so verharrt das Atom auf der rotierenden Oberfläche. Es stellt uns daher in der Figur GJ den für die Kreisbewegung des Atoms erforderlichen Widerstand des Paraboloids vor und GH den Impuls der Schwungkraft.

Es sei nun $\sphericalangle EGF = \alpha$, so ist: $GH = \frac{g}{n} \cot g\, \alpha = \frac{g}{n} . \frac{y}{p}$, oder: $\cot g\, \alpha = \frac{y}{p}$, wo p den halben Parameter bedeutet, welcher bei der Parabel stets gleich der Subnormalen EF ist.

Drückt man die Schwungkraft durch die Winkelgeschwindigkeit aus, so ist ein Impuls jener: $GH = c = \frac{\omega^2}{n} . y$; es folgt daher, da $\frac{\omega^2}{n} y = \frac{g}{n} . \frac{y}{p}$ ist: $\omega^2 = \frac{g}{p}$ und $t = 2\pi \sqrt{\frac{p}{g}}$; d. h. rotiert das Paraboloid mit der Winkelgeschwindigkeit $\sqrt{\frac{g}{p}}$, so bleibt das Atom an seiner Stelle.

Aus der Unabhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit $\omega^2 = \frac{g}{p}$ von den Coordinaten x und y folgt, daß bei dieser Geschwindigkeit alle auf dem Paraboloid lose sitzenden Atome an ihrer Stelle verharren.

Es ist hiermit gezeigt, daß eine Flüssigkeit, welche einmal infolge der Rotation die Gestalt eines Paraboloids angenommen hat, dieselbe bei geeigneter Winkelgeschwindigkeit beibehält. Bei Änderung der letzteren ändert sich auch das Paraboloid. Aus der für die Winkelgeschwindigkeit erhaltenen Formel läßt sich für jede Umdrehungszeit der Parameter des zugehörigen Paraboloids berechnen; die Formel:

$$\omega^2 = \frac{g}{p} \text{ liefert: } p = \frac{g}{\omega^2} = \frac{g\, t^2}{4\pi^2}.$$

Wir knüpfen hieran noch folgende interessante Betrachtung: Befindet sich die Flüssigkeit in dem geraden Cylinder $DBCF$ (Fig. 24), welchen dieselbe im Ruhezustande bis LM erfüllt, so bildet sie bei einer bestimmten Umdrehungszeit die parabolische Oberfläche QOR mit dem Scheitel O auf der Axe GA des Cylinders. Da das Volumen der Flüssigkeit im ruhenden wie im rotierenden Zustande dasselbe ist, so muß der parabolisch begrenzte Teil des Cylinders $QORTOSQ$ gleich der Schicht $LMTS$ sein.

Zur Bestimmung des Inhalts dieser Körper dient bekanntlich die Formel: $V = \frac{h}{6}(G + O + 4M)$, wo h die Höhe, G und O die beiden Grundflächen und M den in der Mitte der Höhe senkrecht zu derselben geführten Schnitt bedeuten.

Für das Rotationsparaboloid ist nun: $O = o$, M ein Kreis, dessen Radiusquadrat $y^2 = 2p : \frac{h}{2}$ ist; es ist daher der Schnitt $M = \pi y^2 = \pi p . h$, und die Grundfläche G, für welche $y_1^2 = 2p . h$ ist, $G = \pi y_1^2 = 2\pi p h$; d. h. es ist: $M = \frac{1}{2} G$, woraus aus obiger Formel der Inhalt des Paraboloids QOR mit der Höhe $PO = h$ folgt als: $V = \frac{h}{6}\left(G + o + 4 . \frac{G}{2}\right)$; $V = \frac{h}{2} . G$.

Das Paraboloid ist demnach halb so groß als der auf gleicher Grundfläche stehende Cylinder von gleicher Höhe; d. h. $QOR = \frac{1}{2} QSTR$ und, wie zu Anfang gezeigt, ist $QOR = LSTM$; d. h. $LSTM = \frac{1}{2} QSTR$ oder $OK = KP$.

Die rotierende Flüssigkeit steigt also eben so viel in die Höhe, als sie sich unter den ursprünglichen Spiegel senkt.

Um zu berechnen, wann der Scheitel des Paraboloids die Grundfläche des Cylinders berühren wird, setzen wir die Höhe KA, bis zu welcher das Wasser im Ruhezustand reicht, gleich h. Um diese hebt sich das Wasser bei der Rotation, damit der Scheitel A herabsinke.

Es sei noch $AC = r$, so folgt aus der Gleichung der Parabel: $y^2 = 2px$; da alsdann $x = 2h$ wird: $r^2 = 2p \,.\, 2h = 4ph$, also: $p = \frac{r^2}{4h}$.

Da nun die Umdrehungszeit $t = 2\pi\sqrt{\frac{p}{g}}$ ist, so ergiebt sich: $t = \frac{\pi r}{\sqrt{gh}}$. Bei einer solchen Umdrehungszeit würde also der erwähnte Fall eintreten.

Eine entsprechende Erscheinung bietet sich dar, wenn sich Wasser in einer um ihren verticalen Durchmesser rotierenden Kugel befindet.

Die Verallgemeinerung dieses Problems sowie die schon erwähnten Schwünge der conischen Pendel, da solche einer ausführlicheren Behandlung bedürfen, übergehen wir und knüpfen hieran noch einige Erscheinungen, die auf derjenigen Centralbewegung beruhen, bei welcher die Schwungkraft im directen Verhältnis der Entfernung steht.

§. 17. Erscheinungen, beruhend auf der der Entfernung proportionalen Centripetalkraft.

1) Bewegungen der in ihrem Gleichgewichte gestörten Atome elastischer Flüssigkeiten. Eine beliebige Gruppe von Atomen befinde sich im Gleichgewichte, so daß also die Resultante aller anziehenden und abstoßenden Molekularkräfte gleich Null sei. Man stelle sich eine Anzahl benachbarter Atome $A, B, C \ldots$ vor, welche in unendlich kleinen aber dennoch miteinander vergleichbaren Entfernungen um das Atom M gelagert sind. Wird nun durch die Einwirkung irgend einer äußeren Kraft das Atom M um eine kleine Strecke bis M' entfernt, die jedoch im Vergleich zu MA, MB unendlich klein, also ein unendlich Kleines höherer Ordnung ist, so ist demnach hierdurch die Gleichgewichtslage des Atoms gestört. Es leuchtet nun ein, daß dasselbe durch die Wirksamkeit der umgebenden Atome zurückgetrieben wird und ferner auch, daß dieses mit einer der jedesmaligen Entfernung des Atoms von M proportionalen Kraft geschehen muß. Denn, bezeichnen wir die Stärke jener das Atom afficierenden Kräfte, welche unbedingt eine Function der Entfernung sein muß, mit x, so ist sie, wenn $a, \alpha, \beta, \gamma \ldots$ beliebige Constanten bedeuten, $a + \alpha x + \beta x^2 + p x^3 + \ldots$

Es folgt hieraus, daß $a = o$ sein muß, weil die Stärke der Kräfte für $x = o$, also im Ruhezustande der Atome Null ist. Ferner sind die höheren Potenzen der unendlich kleinen Entfernungen der Atome zu vernachlässigen, und wir haben als Ausdruck für jene Kraft: $\alpha \,.\, x$, also eine der Entfernung direct proportionale Kraft. Die hier stattfindende Bewegung des Atoms ist daher den in §. 5 aufgestellten Gesetzen unterworfen. Besitzt demnach das Atom eine anfängliche, seitliche Geschwindigkeit, so wird es geradlinige Schwingungen durch M ausführen, zu diesen kürzeren Wegen indessen dieselbe Zeit wie zur Beschreibung jener Ellipsen gebrauchend.

Hiermit ist zugleich die Vorstellung von den Bewegungen der Atome einer im Gleichgewichte gestörten Luftmasse, wodurch der Schall, sowie des schwingenden Aethers, wodurch das Licht erzeugt wird, gegeben.

2) Bewegung eines Körpers in einem durch die ganze Erde diametral gelegten Schachte. Betrachten wir die Erde als eine Kugel, so wird jedes Atom derselben nach dem Mittelpunkte derselben hingezogen und zwar mit einer Kraft $\frac{4}{3}\pi \,.\, \lambda k a$, wo a die Entfernung des Atoms vom Mittelpunkte, λ die Dichte der Erde und k die Größe der in der Entfernung wirkenden Kraft angiebt. Da die Kraft also nach einem Punkte hin und proportional der Entfernung wirkt, so muß die Bewegung eines Körpers in einem diametral durch die Erde gegrabenen Schachte den im §. 5 erwähnten Gesetzen unterworfen sein. Der Körper wird wegen der in seiner Richtung wirkenden Geschwindigkeit ewig durch die ganze Länge des Schachtes in gleichen Zeiten hin und her oscillieren, im Mittelpunkte der Erde die größte Geschwindigkeit erreichen, von hier aus mit verzögerter Geschwindigkeit fortgehen, bis dieselbe auf der entgegengesetzten Oberfläche zu Null geworden ist, und genau in derselben Weise wieder zurückgehen.

Es sei noch $AC =$ Parabel: $y^2 = 2px$; da alsdann $x = 2h$ wird: $r^2 = 2p$.

Da nun die Umdret ch: $t = \frac{\pi r}{\sqrt{gh}}$. Bei einer solchen Umdrehungszeit würde also

Eine entsprechende (asser in einer um ihren verticalen Durchmesser rotierenden Kug

Die Verallgemeiner erwähnten Schwünge der conischen Pendel, da solche einer aus gehen wir und knüpfen hieran noch einige Erscheinungen, die , bei welcher die Schwungkraft im directen Verhältnis der Ent

§. 17. Erscheinun pportionalen Centripetalkraft.

1) Bewegunge gestörten Atome elastischer Flüssigkeiten. Eine b h im Gleichgewichte, so daß also die Resultante aller anziehender Null sei. Man stelle sich eine Anzahl benachbarter Atome A n aber dennoch miteinander vergleichbaren Entfernungen um d durch die Einwirkung irgend einer äußeren Kraft das Atom t, die jedoch im Vergleich zu MA, MB unendlich klein, also ein un t demnach hierdurch die Gleichgewichtslage des Atoms gestört. die Wirksamkeit der umgebenden Atome zurückgetrieben wird und fe maligen Entfernung des Atoms von M proportionalen Kraft g Stärke jener das Atom afficierenden Kräfte, welche unbedingt ei nit x, so ist sie, wenn $a, \alpha, \beta, \gamma \ldots$ beliebige Constanten bedeut

Es folgt hieraus, der Kräfte für $x = o$, also im Ruhezustande der Atome Null er unendlich kleinen Entfernungen der Atome zu vernachlässigen, raft: $\alpha \cdot x$, also eine der Entfernung direct proportionale Kraft s Atoms ist daher den in §. 5 aufgestellten Gesetzen unterwo nfängliche, seitliche Geschwindigkeit, so wird es geradlinige Schw kürzeren Wegen indessen dieselbe Zeit wie zur Beschreibung jene

Hiermit ist zugl gen der Atome einer im Gleichgewichte gestörten Luftmasse, wodu n Aethers, wodurch das Licht erzeugt wird, gegeben.

2) Bewegung die ganze Erde diametral gelegten Schachte. Bet wird jedes Atom derselben nach dem Mittelpunkte derselben hi λka, wo a die Entfernung des Atoms vom Mittelpunkte, λ die n der Entfernung wirkenden Kraft angiebt. Da die Kraft also l der Entfernung wirkt, so muß die Bewegung eines Körpers in Schachte den im §. 5 erwähnten Gesetzen unterworfen sein. Der g wirkenden Geschwindigkeit ewig durch die ganze Länge des Sch cillieren, im Mittelpunkte der Erde die größte Geschwindigkeit er schwindigkeit fortgehen, bis dieselbe auf der entgegengesetzten Ober in derselben Weise wieder zurückgehen.

Um über die Geschwindigkeit, mit welcher sich der Körper bewegt, einige Kenntnis zu erlangen, brauchen wir nur zu berücksichtigen, daß ein Körper zum Durchlaufen eines Meridians dieselbe Zeit gebraucht wie zum Durchfallen jener Verticallinie. Es ergiebt sich durch Berechnung, daß die Geschwindigkeit des Körpers im Mittelpunkt der Erde ungefähr eine Meile ist und daß er auf der anderen Seite der Oberfläche nach 42 Minuten erscheint und nach $1^2/_5$ Stunden wieder an seinen Ausgangspunkt zurückgekehrt ist.

3) Longitudinalschwingungen einer Spiralfeder. Für die Zug- und Druckelasticität besteht nach den genauesten Versuchen und der Theorie das Grundgesetz: Die Verlängerung oder Verkürzung steht innerhalb der Elasticitätsgrenzen im geraden Verhältnis zu der Belastung und der Länge des Körpers. Sind demnach die Verlängerungen der Spiralfeder a und a' und m und m' die dieselben bewirkenden Gewichte, so ist: $\frac{a}{a'} = \frac{m}{m'}$.

Es werde nun die Spiralfeder AB durch die Belastung von m Atomen um die Strecke $BC = a$ verlängert und alsdann noch mit der Hand bis D ausgezogen, so ist klar, daß das bewegliche Ende D der Feder auf und nieder schwingen wird. Um über die Art dieser Schwingungen zu entscheiden, müssen wir zunächst den Wert der afficierenden Kraft ermitteln.

Da die Ausdehnung proportional dem Gewicht ist, so wird sich die Feder durch das Anbringen von noch m Atomen um eine gleiche Strecke $a = CC'$ verlängern, welche Wirkung auch hervorgebracht werden würde, wenn die Erde mit doppelter Anziehungskraft auf die m Atome in C wirkte. Denn es ist offenbar dieselbe Wirkung, wenn eine Kraft g auf $2\,m$ Atome wirkt oder wenn eine Kraft $2\,g$ auf die in C befindlichen m Atome wirkt Analog kann man sich die weitere Ausdehnung $CC'' = 2\,a$ eben so gut durch das Wirken von $2\,m$ in C befestigten Atomen hervorgebracht denken als durch eine Kraft $= 2\,g$; dieses allgemein ausgesprochen heißt: Jede Ausdehnung $\mu\,a$ kann durch eine Kraft $\mu\,g$ bewirkt werden.

Zieht man also die Feder AC, welche in C m Atome trägt mit der Hand um eine Strecke $CD = \mu\,a$ aus, so wird sie, sich selbst überlassen, mit einer Kraft $\mu\,g$ zurückgetrieben, d. h. mit einer der Entfernung des Punktes D von C proportionalen Kraft. Das Ende der Feder wird daher geradlinige Schwingungen um C als Mittelpunkt ausführen. Die Dauer der einzelnen Schwingungen ist gleich der halben Umlaufszeit eines Atoms, das sich in einem Kreise vom Radius CD bewegt und von einer Schwungkraft getrieben wird, welche der Kraft gleich ist, welche jene m Atome in D nach C zurücktreibt.

Die Schwungkraft K eines Atoms, welches einen Kreis vom Radius r durchläuft, ist aber:

$$K = \frac{4\,\pi^2 \,.\, r}{t^2};\ \text{also}\ t = 2\,\pi \sqrt{\frac{r}{K}}.$$

Nun ist für unseren Fall $r = \mu\,a$ und $K = \mu\,g$. Hiermit ergiebt sich die Schwingungsdauer der Feder als $T = \pi \sqrt{\frac{a}{g}}$. Sie ist also unabhängig von der Schwingungsweite $2\,CD$ und ändert sich nur mit der ursprünglichen Ausdehnung a, welche die Feder durch die angehängten m Atome erfahren hat. Wird also die Feder durch m' Atome um eine Strecke a' ausgezogen, so ist die Schwingungsdauer: $T' = \pi \sqrt{\frac{a'}{g}}$, während a und a' obiger Relation $\frac{a}{a'} = \frac{m}{m'}$ unterworfen ist.

Aus der Formel für die Schwingungsdauer läßt sich der Wert von g bestimmen, wenn man die Ausdehnung der Feder mißt und die Schwingungsdauer T beobachtet, welches Resultat sehr gut mit dem übereinstimmt, welches Eisenlohr bei einem Versuche experimentell fand.

Inhalt.

Seite

Einleitung. Entwicklungsgeschichte der Centralbewegung 9

A. Theoretischer Teil.

§. 1. Begriff der Centralbewegung 11
§. 2. Allgemeines über Centralkräfte 12
§. 3. Die Centralbewegung ohne Rücksicht auf die Abhängigkeit von P und r 15
§. 4. Die Centralbewegung für $P = \frac{K}{r^2}$; Keplersche Gesetze 20
§. 5. Die Centralbewegung für $P = K.r$ 25
§. 6. Bestimmung der Centripetalkraft aus Keplers Gesetzen 26
§. 7. Die Centrifugalkraft 29

B. Experimenteller Teil (wegen Raummangels hier nicht angeführt).

§. 8. Die kreisförmige Centralbewegung.
§. 9. Versuche über die Schwungkraft.
§. 10. Anwendungen der Schwungkraft.
§. 11. Freie Axen und die Erhaltung der Rotationsebene.
§. 12. Unfreie Axen, stabile, labile und indifferente Axen.

C. Die auf der Centralbewegung beruhenden Erscheinungen.

§. 13. Astronomische Erscheinungen 31
1) Die Planetenbewegung 31
2) Berechnung der Massen der Planeten aus den Störungen 33
3) Kegelbewegung der Erdaxe 34
4) Präcession und Nutation 34
§. 14. Die Schwungkraft bei astronomischen Erscheinungen 35
1) Entfernung der Planeten und Monde von ihren Centralkörpern 35
2) Höhe der Erdatmosphäre 36
3) Masse der Sonne 36
4) Stellung des Mondes zur Erde 37
§. 15. Die Schwungkraft auf der Erdoberfläche 37
1) Verminderung der Schwere durch die Rotation 37
a) Größe derselben unter dem Äquator 37
b) Größe derselben unter einer Breite von φ^o; Abweichung eines frei fallenden Körpers von der Verticalen 38
2) Correction des Secundenpendels 39
3) Sphäroidische Gestalt der Erde 39
4) Die Wirbel 39
§. 16. Physikalische Wirkungen der Schwungkraft 39
1) Kreisbewegung einer am Faden herumgeschwungenen Masse 39
2) Bewegung eines schweren Atoms auf einer Kugeloberfläche 40
3) Bewegung einer in einem Gefäße rotierenden Flüssigkeit 40
§. 17. Erscheinungen beruhend auf der der Entfernung proportionalen Centripetalkraft 42
1) Bewegungen der in ihrem Gleichgewichte gestörten Atome elastischer Flüssigkeiten 42
2) Bewegung eines Körpers in einem durch die ganze Erde diametral gelegten Schachte 42
3) Longitudinalschwingungen einer Spiralfeder 43