Das entschiedene Eintreten Ohms für die alte Definition des Tones veranlafste Seebeck zu einer Erwiderung und führte zu einem interessanten wissenschaftlichen Streite[1]) zwischen diesen beiden Physikern, der wegen seiner Wichtigkeit für die ganze Entwickelung der Akustik hier nicht übergangen werden darf. Interessant ist dieser Streit schon in rein sachlicher Beziehung, da es sich um die Entscheidung der Frage handelte, ob unser Ohr nur dann einen einzigen Ton wahrnehme, wenn eine pendelartige Bewegung allein vorhanden sei, und ob jede andere periodische Bewegung nur eine Zusammensetzung mehrerer Töne sei; oder ob auch bei anderen Gesetzen der periodischen Bewegung nur ein einziger Ton wahrgenommen werden könne. Interessant ist dieser Streit aber auch in Rücksicht auf die Persönlichkeiten der beiden Männer, welche sich als Gegner gegenüberstanden. Seebeck, der jüngere von beiden, hatte sich bereits durch Arbeiten auf dem Gebiete der theoretischen und Experimentalphysik hinreichend bekannt gemacht, und, von Natur mit einem feinen musikalischen Gehör begabt, war er als geschickter Experimentator berechtigt, die Resultate seiner akustischen Versuche für zuverlässig anzusehen. Ohm, der um einundeinhalb Dezennien ältere Forscher, hatte als Entdecker und Begründer des nach ihm benannten elektrischen Fundamentalgesetzes wenigstens schon im Auslande die ihm gebührende Anerkennung gefunden, indem ihm die Royal Society of London wegen seiner bedeutsamen Entdeckung die Copley-Medaille verliehen hatte: eine Auszeichnung, die vor Ohm nur einem einzigen Deutschen, dem grofsen Gaufs, zu teil geworden war. Im diametralen Gegensatz zu Seebeck war aber Ohm von Hause aus so unmusikalisch, dafs er zur Beurteilung der Ergebnisse einfacher akustischer Versuche fremder Hülfe bedurfte; jedoch wurde dieser Mangel reichlich aufgewogen durch eine mit ungewöhnlichem Scharfsinn gepaarte Genialität, die ihn zur meisterhaften Handhabung des Rüstzeuges der Analysis befähigte. Interessant ist aber auch endlich dieser Streit mit Rücksicht auf seinen Ausgang: beide Gegner sanken vor der endgültigen Entscheidung ins Grab und mufsten frischen in ihre Stellen einrückenden Kräften die Fortsetzung des unentschiedenen Kampfes überlassen.

[1]) Eine Übersicht über diesen Streit giebt Seebeck selbst von seinem Standpunkte aus in Dove, Repert. d. Phys. VIII, 2. Teil, p. 1—25 (1849), eine kürzere A. Terquem in seiner Abhandlung „Etude sur le timbre des sons produits par des chocs continus et en particulier par la sirène.“ (Ann. scient. de l'Ecole Norm. Sup. t. VII, p. 272—278). Die endgiltige Entscheidung hat v. Helmholtz gefällt. (Lehre von den Tonempfindungen, 1. Abteilung, 4. Abschnitt.)

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

In erster Linie handelt es sich hier um die Besprechung folgender vier Abhandlungen, die sich in Poggendorffs Annalen vom Jahre 1843 und 1844 finden:

1) A. Seebeck, Über die Sirene. (Pogg. Ann. LX, p. 449—481).

2) G. S. Ohm, Noch ein paar Worte über die Definition des Tones. (Pogg. Ann. LXII, p. 1—18.)

3) A. Seebeck, Über die Definition des Tones. (Pogg. Ann. LXIII, p. 353—368.)

4) A. Seebeck, Über die Erzeugung von Tönen durch getrennte Eindrücke, mit Beziehung auf die Definition des Tones. (Pogg. Ann. LXIII, p. 368—380.)

Der von Ohm gegebenen einfachen Erklärung für die Ursache der gleichzeitigen Wahrnehmung mehrerer Töne glaubte Seebeck[1]) nicht beistimmen zu können, und zwar aus folgenden Gründen: Die Hauptschwierigkeit der Untersuchung liege einerseits in unserer Unkenntnis über die nähere Beschaffenheit der Sirenenstöfse, andererseits in der Ungewifsheit über das, was als wesentlich zur Wellenform eines Tones gehörend zu betrachten sei. Diesen Schwierigkeiten sei nun Ohm dadurch ausgewichen, dafs er als das Wesen der Tonwellen die nur für gewisse Schwingungsbewegungen als richtig nachgewiesene Form $a \cos 2\pi (mt + \vartheta)$ als allgemein-gültig vorausgesetzt habe unter der Annahme, dafs die Intensität des Tones durch die Gröfse $\frac{a}{m}$ bestimmt werde; während er in Betreff der Sirenenstöfse nur die entschieden einseitige Form $\alpha \cdot \sin 2\pi \frac{t}{4\lambda}$ gewählt habe, auf welche allerdings mittels des Fourierschen Theorems diese Eindrücke stets zurückgeführt werden könnten. Ausgehend von dem Grundsatze, dafs die Haltbarkeit einer physikalischen Theorie nur durch den Versuch geprüft werden könne, und dafs in dem vorliegenden Falle nur dem Gehörorgane die Entscheidung zustehe, stellte Seebeck von neuem Versuche mit einer einfachen Sirene, d. h. einer Sirene mit äquidistanten Löchern an. Er fand jetzt in der That, dafs neben dem Haupttone bisweilen der eine oder der andere Ton seiner harmonischen Oberreihe hörbar war; und dieselbe Beobachtung machte er auch, wenn er, anstatt die Scheibe anzublasen, mit einer Kartenblattspitze die Löcher anschlug. Aber diese Thatsache glaubte Seebeck nicht als eine Bestätigung der Ohmschen Theorie gelten lassen zu dürfen, weil die wahrgenommenen Nebentöne eine ungemein geringe Intensität hatten. Zwar hatte Ohm[2]) bei seinen Untersuchungen über die Stärke der Sirenentöne den Satz gefunden, dafs die Beitöne, welche bei sehr kurzen, getrennten Eindrücken äufserst stark sein müssen, unter Umständen gegen den Hauptton verschwindend schwach werden könnten; allein diesem Satze lag, wie Seebeck[3]) zeigte, ein Versehen zu Grunde, dessen Verbesserung aber gerade im vorliegenden Falle zu irrigen, mit der Erfahrung in starkem Widerspruche stehenden Resultaten führte, und das auch seinen Einflufs auf andere Rechnungen ausübte, welche Ohm[4]) zur Ermittelung von Intensitätsbestimmungen für einige Seebecksche Versuche durchgeführt hatte.

Um nun zu entscheiden, ob diese Nichtübereinstimmung nicht etwa auf der von Ohm angenommen Form der Sirenenstöfse beruhe, und um gleichzeitig die Ansicht zu widerlegen, dafs man ohne weiteres bei jeder beliebigen Form der Eindrücke zu denselben Intensitätsbestimmungen

---

[1]). Pogg. Ann. LX, p. 452. [2]) Pogg. Ann. LIX, p. 558, 564. [3]) Pogg. Ann. LX, p. 455—458. [4]) Pogg. Ann. LIX, p. 560—565.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

gelangen müsse, entwickelte Seebeck[1]) im engsten Anschlusse an die Ohmsche Theorie eine allgemeine Methode der Behandlung der Sirenenstöfse von beliebiger Form; und er kam zu dem Resultate, dafs zwar die von Ohm gewählte Form zulässig, dafs aber auch die Stärke des Eindruckes stets von der Schwingungszahl des betreffenden Tones abhängig sei. Seebeck schliefst diesen Teil seiner Abhandlung mit folgenden Worten: „Der Zweck dieser Andeutungen ist, nur zu zeigen, dafs, wenn vorhin einige Widersprüche zwischen der Erfahrung und Ohms Theorie aufgedeckt wurden, dieselben doch eine Widerlegung der von ihm über die Form der Tonwellen gemachten Voraussetzung nicht begründen, dafs aber auch andrerseits die Bestätigung, welche für jene Voraussetzung aus meinen Versuchen hervorzugehen schien, auf ein sehr viel kleineres Mafs zusammenschwinden dürfte."

Um die eben erwähnten Widersprüche zu lösen, verallgemeinerte Seebeck[2]) unter Zugrundelegung der Ohmschen Definition des Tones die von Ohm gewählte Methode und stellte dann solche Sirenenversuche an, dafs sie der theoretischen Behandlung bequem unterworfen werden konnten. Er fand hierbei, dafs die den einzelnen Gliedern der Fourierschen Reihe entsprechenden Beitöne nach der Theorie eine beträchtlich gröfsere Stärke hatten, als wie die Versuche ergaben, indem nur selten der eine oder der andere Beiton deutlich, in der Regel schwach, die aber höheren Gliedern der Reihe entsprechenden Töne gar nicht wahrgenommen wurden.

Da diese Untersuchungen einen gröfseren als rein historischen Wert beanspruchen dürfen, so sei es gestattet, die Grundzüge der Seebeckschen Methode nebst Anwendung auf einige Beispiele wiederzugeben.

Die periodische Luftbewegung, wie sie in der Zeit $2l$ beim Anblasen einer Sirenenscheibe mit äquidistanten Löchern hervorgebracht wird, kann nach dem Fourierschen Satze in folgender Form dargestellt werden:

$$F(t) = A_0 + \alpha_1 \cos \pi \left(\frac{t - \vartheta_1}{l}\right) + \alpha_2 \cos \pi \left(\frac{2t - \vartheta_2}{l}\right) + \alpha_3 \cos \pi \left(\frac{3t - \vartheta_3}{l}\right) + \ldots \quad (A)$$

wo die Gleichungen

$$\tan \pi \frac{\vartheta_i}{l} = \frac{A_i}{B_i}, \quad \alpha_i^2 = A_i^2 + B_i^2$$

den Zusammenhang zwischen der Ohmschen[3]) und der Seebeckschen Darstellungsform vermitteln. Dem konstanten Gliede A_0 entspricht kein Ton; aber jedes der folgenden veränderlichen Glieder stellt einen Ton von der resp. Schwingungszahl $\frac{1}{2l}, \frac{2}{2l}, \frac{3}{2l}$ u. s. w. dar, deren Stärke durch die Werte der Faktoren $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \ldots$ bestimmt wird, und zwar ohne Rücksicht auf das Zeichen; dem ersten veränderlichen Gliede entspricht der Hauptton, den folgenden Gliedern die Reihe der harmonischen Beitöne. Die Gröfsen $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3 \ldots$ üben auf die Höhe und Stärke der Töne keinen Einflufs aus. Werden auf einer zweiten Löcherreihe Eindrücke erzeugt, welche zwar dieselbe Periode und Stärke haben, aber um die Zeit $\frac{l}{n}$ später resp. früher erfolgen, so wird dementsprechend die beim Anblasen erzeugte Bewegung dargestellt durch die Reihen:

---

[1]) Pogg. Ann. LX. p. 458—460. [2]) Pogg. Ann. LX, p. 461—472. [3]) II. Teil, p. 25, 26.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

$$F\left(t+\frac{l}{n}\right)=A_0+\alpha_1\cos\left(\pi\left(\frac{t-\vartheta_1}{l}\right)+\frac{\pi}{n}\right)+\alpha_2\cos\left(\pi\left(\frac{2t-\vartheta_2}{l}\right)+\frac{2\pi}{n}\right)$$
$$+\alpha_3\cos\left(\pi\left(\frac{3t-\vartheta_3}{l}\right)+\frac{3\pi}{n}\right)+\ldots \quad (B)$$

$$F\left(t-\frac{l}{n}\right)=A_0+\alpha_1\cos\left(\pi\left(\frac{t-\vartheta_1}{l}\right)-\frac{\pi}{n}\right)+\alpha_2\cos\left(\pi\left(\frac{2t-\vartheta_2}{l}\right)-\frac{2\pi}{n}\right)$$
$$+\alpha_3\cos\left(\pi\left(\frac{3t-\vartheta_3}{l}\right)-\frac{3\pi}{n}\right)+\ldots \quad (B_1)$$

Soll nun eine Bewegung dargestellt werden, welche durch gleichzeitiges Anblasen beider Löcherreihen entweder von derselben oder von entgegengesetzten Seiten erzeugt wird, so hat man nur die den komponierenden Bewegungen entsprechenden Reihen zu addieren resp. zu subtrahieren, um die Reihe für die resultierende Bewegung zu erhalten.

Seebeck wandte nun diese Reihen auf seine Sirenenversuche folgendermafsen an:

1) Eine einzige Löcherreihe wurde angeblasen. Nach (A) müssen der Hauptton und alle Töne der harmonischen Oberreihe entstehen; deutlich gehört wurde nur der Hauptton, die harmonische Oberreihe sehr schwach, sowohl bei kleinen als bei grofsen Abständen der Löcher, d. h. sowohl bei weniger als auch bei mehr getrennten Eindrücken. Daraus folgt, dafs die Gröfsen α_2, α_3, α_4 . . . sehr viel kleiner als α_1 sein müssen.

2) Beide Löcherreihen wurden von derselben Seite her so angeblasen, dafs die Stöfse der einen mitten zwischen die Stöfse der anderen fielen. Man hat dann in (B) $n=1$ zu setzen, diesen Ausdruck zu (A) zu addieren, und erhält dann für die resultierende Bewegung:

$$F(t)+F(t+l)=2A_0+2\alpha_2\cos\pi\left(\frac{2t-\vartheta_2}{l}\right)+2\alpha_4\cos\pi\left(\frac{4t-\vartheta_4}{l}\right)+2\alpha_6\cos\pi\left(\frac{6t-\vartheta_6}{l}\right)+\ldots$$

In dieser Reihe fehlen alle ungeraden, veränderlichen Glieder; aber das konstante Glied, sowie die Intensitätsfaktoren aller übrigen Glieder sind verdoppelt: d. h. alle ungeraden Töne fallen weg und alle geraden sind verstärkt. Deutlich gehört wurde nun der erste Ton mit der Schwingungszahl $\frac{2}{2l}$, welcher dem Gliede mit dem Koeffizienten $2\alpha_2$ entspricht; alle übrigen Töne waren sehr schwach. Daraus folgt, dafs die Gröfsen α_4, α_6, α_8 . . . . sehr viel kleiner als α_2 sein müssen. Da nun nach der in Nr. 1 gezogenen Folgerung α_2 weit kleiner als α_1 ist, so hätte jetzt der Ton $\frac{2}{2l}$ nur schwach gehört werden müssen, was aber nicht der Fall war. Blies nun Seebeck beide Löcherreihen so an, dafs die Stöfse nicht mehr abwechselten, sondern zusammenfielen, dafs also eine Bewegung von der Form

$$2.F(t)=2A_0+2\alpha_1\cos\pi\left(\frac{t-\vartheta_1}{l}\right)+2\alpha_2\cos\pi\left(\frac{2t-\vartheta_2}{l}\right)+2\alpha_3\cos\pi\left(\frac{3t-\vartheta_3}{l}\right)+\ldots$$

erzeugt wurde, dann konnte er wohl deutlich den Grundton $\frac{1}{2l}$, nicht aber den Beiton $\frac{2}{2l}$ wahrnehmen, der doch immerhin hätte so stark sein müssen, dafs er trotz aller Mangelhaftigkeit der

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Intensitätsbestimmungen durch das Ohr nicht hätte überhört werden können. Blies endlich Seebeck eine einzige Löcherreihe von doppelter Löcherzahl an, so wurde der Ton $\frac{2}{2l}$ nicht eben stärker gehört als bei den beiden abwechselnd angeblasenen Löcherreihen.

3) Beide Löcherreihen wurden von entgegengesetzten Seiten her so angeblasen, dafs die Stöfse der einen mitten zwischen die Stöfse der andern fielen. Die erzeugte periodische Bewegung wird dann dargestellt durch die Reihe

$$F(t) - F(t+l) = 2\alpha_1 \cos\pi\left(\frac{t-\vartheta_1}{l}\right) + 2\alpha_3 \cos\pi\left(\frac{3t-\vartheta_3}{l}\right) + 2\alpha_5 \cos\pi\left(\frac{5t-\vartheta_5}{l}\right) + \ldots$$

In dieser Reihe fehlen das konstante Glied und alle geraden veränderlichen Glieder, dagegen sind die Intensitätsfaktoren aller ungeraden Glieder verdoppelt: d. h. alle geraden Töne fallen weg, alle ungeraden sind verstärkt. Gehört wurde der Hauptton $\frac{1}{2l}$ mit dem Koeffizienten $2\alpha_1$ noch ziemlich deutlich, und zwar deutlicher als beim Anblasen „einer" Löcherreihe, seine Duodezime $\frac{3}{2l}$ mit dem Koeffizienten $2\alpha_3$, alle übrigen Töne waren unmerklich. Daraus folgt, dafs die Gröfsen α_3, α_5, α_7 . . . viel kleiner als α_1 sein müssen.

4) Beide Löcherreihen wurden von derselben Seite her so angeblasen, dafs die Eindrücke der einen Reihe auf $\frac{1}{3}$ des Intervalles der anderen Reihe fielen; oder mit anderen Worten: es wurde eine Reihe von Stöfsen erzeugt, deren Zwischenräume abwechselnd $2/3\,l$ und $4/3\,l$ betrugen. Um die jetzt entstandene Bewegung als Reihe zu erhalten, addiert man (B_1) und (B); so wird nach einer einfachen Umwandlung:

$$F\left(t-\frac{l}{n}\right) + F\left(t+\frac{l}{n}\right) = 2A_0 + 2\alpha_1 \cos\frac{\pi}{n}\cos\pi\left(\frac{t-\vartheta_1}{l}\right)$$

$$+ 2\alpha_2 \cos\frac{2\pi}{n}\cos\pi\left(\frac{2t-\vartheta_2}{l}\right) + 2\alpha_3 \cos\frac{3\pi}{n}\cos\pi\left(\frac{3t-\vartheta_3}{l}\right) \ldots (C)$$

Setzt man hierin $n = \frac{3}{2}$, so erhält man speziell für die oben erwähnte Bewegung:

$$F\left(t-\frac{2}{3}l\right) + F\left(t+\frac{2}{3}l\right) = 2A_0 - \alpha_1 \cos\pi\left(\frac{t-\vartheta_1}{l}\right) - \alpha_2 \cos\pi\left(\frac{2t-\vartheta_2}{l}\right)$$

$$+ 2\alpha_3 \cos\pi\left(\frac{3t-\vartheta_3}{l}\right) - \alpha_4 \cos\pi\left(\frac{4t-\vartheta_4}{l}\right) - \alpha_5 \cos\pi\left(\frac{5t-\vartheta_5}{l}\right) + 2\alpha_6 \cos\pi\left(\frac{6t-\vartheta_6}{l}\right) - \ldots$$

Der Ton $\frac{3}{2l}$ und seine harmonische Oberreihe haben eine doppelt so grofse Schwingungsweite als mit „einer" Löcherreihe, die übrigen Töne haben nur dieselbe Stärke. Deutlich gehört wurden neben dem Haupttone $\frac{1}{2l}$ dessen Duodezime $\frac{3}{2l}$, wenn auch etwas schwächer. Daraus folgt, dafs $2\alpha_3 < \alpha_1$, und dafs $\alpha_2, \alpha_4, \alpha_5$ . . . sehr viel kleiner als α_1 sein müssen.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

5) Drei gleiche Löcherreihen wurden von derselben Seite her so angeblasen, dafs die Stöfse das Intervall 2l in drei gleiche Teile teilten. Die erzeugte Bewegung wird als Reihe erhalten, wenn man zu der in Nr. 4 erhaltenen Reihe (A) addiert:

$$F\left(t-\frac{2}{3}l\right)+F(t)+F\left(t+\frac{2}{3}l\right)=3A_0+3\alpha_3\cos\pi\left(\frac{3t-\vartheta_3}{l}\right)$$
$$+3_6\alpha\cos\pi\left(\frac{6t-\vartheta_6}{l}\right)+3\alpha_9\cos\pi\left(\frac{9t-\vartheta_9}{l}\right)+\ldots$$

In dieser Reihe kommen das konstante Glied und das 3., 6., 9. . . . veränderliche Glied mit verdreifachten Intensitätsfaktoren vor, alle übrigen Glieder fehlen. Fast ganz ohne höhere Beitöne wurde nur der Ton $\frac{3}{2l}$, die Duodezime, gehört; daraus folgt, dafs α_6, α_9 α_{12} . . . sehr viel kleiner als α_3 sein müssen. Nach Nr. 1 war aber α_3 viel kleiner als α_1, und es hätte also der Ton $\frac{3}{2l}$ nur schwach gehört werden müssen, was aber nicht der Fall war. Jetzt blies Seebeck die drei Löcherreihen so an, dafs die Stöfse nicht mehr abwechselten, sondern zusammenfielen, so dafs also die Bewegung $3\,F(t)$ entstand; dann konnte er deutlich nur den Grundton $\frac{1}{2l}$, nicht aber mehr seine Duodezime $\frac{3}{2l}$ hören, wie man immerhin noch hätte erwarten können. Wurde endlich eine einzige Löcherreihe mit dreifacher Löcheranzahl angeblasen, so wurde der Ton $\frac{3}{2l}$ nicht eben viel deutlicher als bei den drei abwechselnd angeblasenen Löcherreihen gehört.

Nachdem Seebeck noch gezeigt hatte, dafs die Wirkung ungleich abstehender Eindrücke stets auf die Wirkung gleichabstehender zurückgeführt werden könne, unterwarf er solche Fälle der theoretischen Untersuchung, in welcher die Stöfse in abwechselnd gröfseren und kleineren Intervallen aufeinander folgten, wie in seinem 3., 6. und 7. Versuche[1]) angegeben worden ist. Und wenngleich Seebeck als vorsichtiger Forscher sich nicht verhehlte, dafs Intensitätsschätzungen mittels des Ohres ebenso unzuverlässig und mangelhaft seien dürften als Schätzungen von Lichtstärken durch das Auge, so kam er doch zu dem Schlusse, dafs, wenn auch die meisten Erfahrungsresultate sich mit der Ohmschen Definition des Tones soweit in Einklang bringen liefsen, dafs sie der Richtigkeit dieser Annahme nicht entgenenstünden, dieses doch nicht mit allen der Fall sei, wie namentlich bei den obenerwähnten Beispielen Nr. 2 und 5 sich zeige. Seebeck hielt diese Versuche für entscheidend genug, um sich gegen die Ohmsche Auffassung zu erklären, wenn er auch nicht verkannte, dafs „das Ohr ein schwaches Mitklingen höherer Töne um so leichter überhören könne, da es durch Blase- und Saiteninstrumente an ein solches Mitklingen gewöhnt sei".

Um nun eine vollständige Übereinstimmung zwischen Erfahrung und Theorie herzustellen, hielt Seebeck eine Erweiterung der Ohmschen Definition des Tones für unerläfslich,

---

[1]) II. Teil, p. 15.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

und er glaubte dieses Ziel auf folgende Weise zu erreichen[1]). Alle Glieder der Reihe (A), vom s ten an gerechnet, bezeichne man mit f(t), so ist:

$$f(t) = \alpha_s \cos \pi \left(\frac{st - \vartheta_s}{l}\right) + \alpha_{s+1} \cos \pi \left(\frac{(s+1)\,t - \vartheta_{s+1}}{l}\right)$$
$$+ \alpha_{s+2} \cos \pi \left(\frac{(s+2)\,t - \vartheta_{s+2}}{l}\right) + \ldots \qquad \text{(D)};$$

Diese Reihe ist periodisch, denn sie nimmt denselben Wert wieder an, so oft t um 2l zunimmt, sie hat also dieselbe Länge der Periode wie in (A) das Glied $\alpha_1 \cos \pi \left(\frac{t - \vartheta}{l}\right)$, welches dem Tone $\frac{1}{2l}$ entspricht. Nun nimmt Seebeck an, dafs diejenigen Beitöne, welche sehr hohen Gliedern der Fourierschen Reihe entsprechen, für das Ohr unmerklich bleiben könnten, teils weil sie bereits die Grenzen der Hörbarkeit überschritten hätten, teils weil ihre Schwingungszahlen bei sehr kleinen Intensitätsfaktoren α sehr nahe bei einander lägen; dafs diese Töne aber, wenn sie auch einzeln nicht mehr hörbar wären, dennoch in ihrer Gesamtwirkung eine merkliche Bewegung hervorbringen und auf das Gehörorgan einwirken könnten. Umfafst zunächst die Reihe (D) alle diese einzeln nicht mehr wahrnehmbaren Töne $\frac{s}{2l}$, $\frac{s+1}{2l}$, $\frac{s+2}{2l}$ u. s. w., so läfst sich vermuten, dafs f(t), welches dieselbe Periode wie das Glied $\alpha_1 \cos \pi \left(\frac{t - \vartheta_1}{l}\right)$ der Reihe (A) hat, auch denselben Ton $\frac{1}{2l}$ erzeugt, nur wahrscheinlich „mit einer Verschiedenheit im Klange". Wenn aber diese Annahme für den Fall richtig ist, dafs die Glieder der Reihe (D) einzeln nicht hörbar sind, so läfst sich dasselbe allgemein auch dann vermuten, wenn das Letztere nicht der Fall ist, wenn also die Gröfsen s so klein und die Intensitätsfaktoren α so grofs sind, dafs wenigstens die ersten Glieder der Reihe (D) auch einzeln hörbar sind und die Töne $\frac{s}{2l}$, $\frac{s+1}{2l}$ .... erkennen lassen.

Seebeck wollte auf diese Weise gezeigt haben, dafs jedem höheren Gliede der Fourierschei. Reihe nicht notwendig ein getrennt wahrnehmbarer Ton zu entsprechen brauche, sondern dafs die höheren Glieder zur Verstärkung des dem ersten Gliede entsprechenden Eindruckes beitragen könnten Er wandte nun diese Theorie auf die oben[2]) erwähnten und noch einige andere Sirenenversuche an, wodurch er besonders die Versuche Nr. 2 und Nr. 5, welche gerade der Ohmschen Theoren entgegenstanden, vollständig erklärt zu haben glaubte. Die aus den Versuchen gezogenen Folgerungen über die Verschiedenheit der Intensitätsfaktoren α wurden nämlich nun hinfällig; denn wenn nur der dem Gliede $\alpha_i \cos \pi \left(\frac{t - \vartheta_i}{l}\right)$ der Reihe (A) entsprechende Ton deutlich gehört wurde, so lag nach Seebeck jetzt der Grund nicht mehr darin, dafs α_i sehr viel gröfser als die α der folgenden Glieder ist, sondern vielmehr darin, dafs alle folgenden Glieder, indem sie in ihrer Gesamtheit als Reihe (D) dieselbe Periode wie das zu α_i gehörende Glied geben, ebenfalls

[1]) Pogg. Ann. LX, p. 472—480. [2]) p. 6—8.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

zur Erzeugung dieses Tones mitwirken. Seebeck schliefst diesen Teil seiner Abhandlung mit folgenden Worten: „Da der Sirenenton nicht ganz einfach, sondern von Beitönen noch eben merklich begleitet ist, so folgt hieraus allerdings nur, dafs ein Ton wenigstens durch „hörbare" Obertöne verstärkt werden kann. Ist dies aber der Fall, so scheint mir die Vermutung sehr nahe zu liegen, dafs das Gleiche auch auf einen Ton, der gar keine Beitöne erkennen läfst, Anwendung finden kann, dafs also der einfache Ton m nicht notwendig von der Form $a \cos 2\pi(mt + \vartheta)$ sein mufs, sondern aufserdem noch eine Anzahl Glieder von der Form $a_1 \cos 2\pi(smt + \vartheta_s)$ enthalten kann, wenn s sehr grofs und a_s sehr klein ist. Ja es ist sogar die Vermutung nicht ausgeschlossen, dafs diese letzteren Glieder zusammengenommen allein den Ton m erzeugen können, wenn auch gar kein Glied von der Form $a \cos 2\pi(mt + \vartheta)$ vorhanden ist."

Zum Schlusse berührte Seebeck noch kurz die Frage nach dem Unterschiede der objektiven Wellenbewegung, d. h. der der Luftteilchen, und der subjektiven Wellenbewegung, d. h. der der Gehörswerkzeuge, bei der Entstehung und Fortpflanzung eines Tones. Da es sich jedoch hierbei nur um Vermutungen handelt, ist ein näheres Eingehen auf diese Darlegung an dieser Stelle nicht erforderlich; wohl aber beansprucht die Schlufsbemerkung eine gewisse Wichtigkeit[1]): „Immerhin dürfte, auch subjektiv genommen, das Glied $\alpha_1 \cos \pi\left(\frac{t - \vartheta_1}{l}\right)$ nicht allein die Empfindung des Tones $\frac{1}{2l}$ begründen, denn es scheint mir unabweislich, dafs die übrigen Glieder der Cosinusreihe die Verschiedenheit des Klanges bedingen müssen; und ich halte es für sehr glaublich, dafs gerade hieran auch diejenigen Glieder einen Anteil haben können, welche einzeln nicht wahrnehmbar sein würden, und nur in ihrer Gesamtheit, durch die ihnen gemeinsame Periode 2l einen hinlänglichen Eindruck auf das Gehörorgan ausüben."

Ohm[2]) liefs nicht lange mit einer Entgegnung, die stellenweise unverkennbare Spuren persönlicher Verstimmung zeigte, auf die Seebeckschen Einwendungen warten. Zunächst betonte er, dafs er bei seinen Untersuchungen unter Vermeidung einer allgemeinen Behandlungsweise absichtlich[3]) nur einseitige und das ganze Intervall nicht ausfüllende Eindrücke angenommen habe, und dann wies er darauf hin, dafs Seebeck bei der Ausdehnung der Untersuchung auf Eindrücke von ganz beliebiger Form zu denselben Folgerungen über die Sirenentöne wie er selbst gelangt sei, wodurch die Richtigkeit der in den ersten zwölf Paragraphen seiner Abhandlung[4]) gefundenen Resultate über diese Töne zugegeben sei. Seebeck hatte als Hauptargument gegen Ohms Theorie die Intensitätsbestimmungen benutzt, welche Ohm[5]), ohne selbst einen besonderen Wert darauf zu legen, gewissermafsen nur anhangsweise hinzugefügt hatte. Letzterer bestritt die Wichtigkeit, welche Seebeck dem in den Berechnungen über die Stärke der Sirenentöne enthaltenen Fehler beigemessen hatte, und damit auch die Zulässigkeit der daraus gezogenen Folgerungen, doch machte er seinem Gegner das Zugeständnis, dafs die von ihm für die Eindrücke gewählte besondere Form auf numerische Intensitätsbestimmungen an der Sirene im allgemeinen nicht anwendbar sei.

Seinen Hauptangriff richtete aber Ohm gegen die von Seebeck[6]) neu aufgestellte Definition des Tones, welche schon durch ihre unbestimmte Fassung einen augenscheinlichen Mangel verriet.

---

[1]) Pogg. Ann. LX, p. 480.
[2]) Pogg. Ann. LXII, p. 1—18.
[3]) Pogg. Ann. LXII, p. 12—13, Fufsnote.
[4]) Pogg. Ann. LIX, p. 522—555.
[5]) Pogg. Ann. LIX, p. 555—565; LXII, p. 3.
[6]) oben, Z. 2—10.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Ohm sagt[1]): „Die Frage: 'ob ein Ton von der Schwingungsmenge m ausschliefslich gebildet werde durch eine Bewegung von der Form $a \cdot \cos 2\pi (mt + \vartheta)$ oder nicht', scheint mir von der äufsersten Wichtigkeit zu sein, denn sie impliziert die andere, ob man die festen Punkte, von welchen aus bisher alle wichtigen Erscheinungen der Tonlehre ermessen worden sind, aufgeben müsse, ohne, wenigstens gleich jetzt, für dieselben andere feste Punkte setzen zu können; daher werde ich den von Seebeck in seiner Kritik meiner Abhandlung gegen die Zulässigkeit jener festen Punkte beigebrachten Thatsachen Schritt für Schritt nachgehen, um so wenigstens durch innere Beschauung des Gegenstandes ihr Gewicht zu prüfen, da ich mit dem Ohre in dieser Sache nichts zu thun vermag, weil mir die Natur ein musikalisches Gehör ganz und gar versagt hat. Dabei habe ich durchaus keinen andern Zweck, als durch meine Einreden eine fortgesetzte, tiefere Untersuchung des Gegenstandes herbeizuführen, bin dagegen ganz unbekümmert darüber, ob meine persönliche Ansicht in diesem Kampfe siege oder falle."

Um die Unhaltbarkeit der Seebeckschen Theorie nachzuweisen, ging Ohm von folgendem, für Eindrücke von der Form $\alpha \sin 2\pi \frac{t}{4\lambda}$ früher bewiesenen Satz aus[2]): „Wenn die in jedem Intervall $2l$ vorkommenden n Eindrücke um den nten Teil des Intervalles von einander abstehen, so kann aus ihnen kein anderer Ton entstehen, als die, deren Schwingungsmengen $\frac{1}{d}, \frac{2}{d}, \frac{3}{d} \ldots$ sind, wobei $d = \frac{2l}{n}$ den gegenseitigen Abstand zweier Eindrücke vorstellt." Daraus folgt, dafs äquidistante Eindrücke von der angenommenen Form zu allen jenen Tönen nichts beitragen können, deren Schwingungsdauer nicht dem gegenseitigen Abstande dieser Eindrücke gleich oder ein aliquoter Teil dieses Abstandes ist. Nun besteht aber jeder beliebige, in dem Intervall $2l$ regelmäfsig wiederkehrende Eindruck, welcher durch die Reihe (A) dargestellt werden kann, aus Teilen, welche sämtlich aus je zwei Reihen entgegengesetzter Eindrücke von der oben angegebenen besonderen Art zusammengesetzt sind; daher gilt von jeder solchen Reihe von Eindrücken die in obigem Satze ausgesprochene Eigenschaft. Es kann daher das Glied $\alpha_1 \cos \pi \left(\frac{t - \vartheta_1}{l}\right)$ der Reihe (A) nur auf die Töne $\frac{1}{2l}, \frac{2}{2l}, \frac{3}{2l}, \frac{4}{4l} \ldots$ Einflufs haben, das Glied $\alpha_2 \cos \pi \left(\frac{2t - \vartheta_2}{l}\right)$ nur auf die Töne $\frac{2}{2l}, \frac{4}{2l}, \frac{6}{2l}, \frac{8}{2l} \ldots$, das Glied $\alpha_3 \cos \pi \left(\frac{3t - \vartheta_3}{l}\right)$ nur auf die Töne $\frac{3}{2l}, \frac{6}{2l}, \frac{9}{2l}, \frac{12}{2l} \ldots$, und so ohne Ende fort. Erwägt man nun noch, dafs jedes Glied der Reihe (A) lauter Paare aneinander hängender entgegengesetzter und gleicher Eindrücke von der angenommenen besonderen Form in sich trägt, und beachtet man ferner den früher bewiesenen Satz[3]): „Wenn die aneinander hängenden entgegengesetzten Eindrücke das ganze Intervall ausfüllen, so verschwinden alle höheren Töne ganz und gar, und der tiefste hat zur Schwingungsweite α", — wonach jede solche doppelseitige Tonwelle nichts zu jenen Tönen beitragen kann, deren Schwingungsmenge ein Vielfaches von der durch die Länge dieser doppelten Tonwelle bestimmten ist, — so folgt daraus sofort, „dafs zur Erzeugung eines Tones von der Schwingungsmenge $\frac{m}{2l}$ nur das eine Glied der Reihe (A), welches dieselbe

[1]) Pogg. Ann. LXII, p. 6—7. [2]) Pogg. Ann. LIX, p. 543. [3]) Pogg. Ann. LIX, p. 560.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Schwingungsmenge in sich trägt, beitragen kann.“ Mit diesem Satze ist aber zugleich auch die Theorie der Sirene für beliebige Eindrücke gegeben; denn er setzt fest, dafs man den Einflufs von beliebig vielen, in jedem Intervalle 2 l sich regelmäfsig wiederholenden und daher durch Reihen, wie (A) ist, darstellbaren Eindrücken auf die Erzeugung des Tones $\frac{m}{2l}$ erhält, wenn man die Summe derjenigen Glieder dieser Reihe nimmt, die sich auf den gleichen Ton beziehen.

Obschon nun Ohm die Seebecksche Theorie des Tones durch diese Beweisführung widerlegt hatte, so begnügte er sich nicht damit, sondern ging, um gewissen Einwürfen und Ausstellungen von vornherein vorzubeugen, noch einen Schritt weiter. Da man mittels der Reihe (A) nicht jede mögliche Aufeinanderfolge von Eindrücken darstellen kann, sondern nur eine solche, in welcher von Intervall zu Intervall immer dieselben Eindrücke in derselben Weise wiederkehren, so ist sie zur Darstellung einer Folge von Eindrücken, in welchen irgend eine Unregelmäfsigkeit auftritt, unbrauchbar, und deshalb lassen sich umgekehrt ebensowenig aus dieser Reihe solche unregelmäfsigen Folgen ableiten. Nun wäre es aber denkbar, — und das Auftreten der Kombinationstöne spricht dafür — dafs doch die folgenden Glieder der Reihe (A) den im ersten Gliede enthaltenen Ton durch solche unregelmäfsige Folgen verstärken könnten; dann würde allerdings der oben geführte Beweis seine Beweiskraft verlieren. Was würde aber aus einer solchen als möglich zugegebenen Verstärkung folgen? Der Ton $\alpha_1 \cos \pi\left(\frac{t-\vartheta_1}{l}\right)$ der Reihe (A) würde durch die im 2., 3., 4.... Gliede enthaltenen Töne verstärkt werden; der Ton $\alpha_2 \cos \pi\left(\frac{2t-\vartheta_2}{l}\right)$ würde in gleicher Weise durch das 4., 6., 8.... Glied verstärkt werden; der Ton $\alpha_3 \cos \pi\left(\frac{3t-\vartheta_3}{l}\right)$ würde durch das 6., 9., 12... Glied verstärkt werden, und so ohne Ende fort. Es würde also jeder Ton der Reihe (A) stets durch diejenigen Töne verstärkt werden müssen, deren Ordnungszahl ein ganzes Vielfaches der Ordnungszahl des zu verstärkenden Tones ist, ja man müfste sogar die Verstärkung der in den folgenden Gliedern enthaltenen Töne relativ für gröfser annehmen, als die des im ersten Gliede enthaltenen Tones, so lange wenigstens als nicht erwiesen ist, dafs nicht auch jene Glieder der Reihe dazu beitragen können, die in vorstehender Betrachtung hierfür nicht in Anspruch genommen worden sind. Eine solche gleichmäfsige Verstärkung aller Töne der Reihe (A) würde aber zu neuen Annahmen zwingen, die kaum in etwas anderem als darin bestehen könnten, als dafs dieselben Ursachen unter den gleichen Umständen bald so und bald auch wieder anders wirken könnten. „Ehe ich aber“, fährt Ohm[1]) fort, „zu solchen Annahmen meine Zuflucht nehme, stelle ich lieber, keck wie Columbus, das Ei gleich auf die Spitze und behaupte: Jene von Seebeck wahrgenommenen Widersprüche beruhen auf einer Gehörstäuschung, in welcher unser Ohr befangen ist, auf ähnliche Weise, wie unser Auge in einer Gesichtstäuschung da befangen ist, wo es eine Mitteltinte an dunkler Grenze für heller, an heller Grenze für dunkler hält, als sie wirklich ist. Ich nehme nämlich an, dafs unser Ohr unwillkürlich den Hauptton für stärker ansieht, als er wirklich ist, und seine Beitöne für schwächer, als sie wirklich sind, es unentschieden lassend, ob diese Täuschung daher rühre, dafs es die Beitöne in den meisten Fällen gar nicht von dem Hauptton

---

[1]) Pogg. Ann LXII, p. 15.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

trennt, und dann notwendig, und sich selber unbewufst, die in jenen liegende Kraft bei diesem mit in Anschlag bringt, und ob selbst da, wo eine solche Trennung durch unser Ohr bewirkt worden ist, diese doch immer nur teilweise erfolgt, so dafs noch immer der andere Teil zur scheinbaren Verstärkung des Haupttons seinen Beitrag liefert; oder ob dabei noch andere Momente zu Rate gezogen werden müssen."

Ohm glaubte auf diese Weise den Schlüssel zur Lösung manches akustischen Rätsels gefunden zu haben. So wies er auf die Thatsache hin, dafs man die Beitöne, wenigstens da, wo der Hauptton nicht ganz oder fast ganz verschwindet, immer nur verhältnismäfsig schwach höre, während doch anzunehmen sei, dafs bei den mannigfaltigen Arten der Tonerzeugung der Fall eintreten müfste, dafs eines oder mehrere höhere Glieder der Reihe (A) Töne von gröfserer Stärke, als der Hauptton selbst hat, geben müfsten. Ferner erinnerte er daran, dafs das ungeübte Ohr die Beitöne meistens gänzlich überhöre, während das darauf aufmerksam gemachte dieselben dann auf einmal und zwar deutlich wahrnehme. Auch der Umstand, dafs das Ohr in einem Konzerte einen falschen Ton sofort höre, der von einem Instrument herrühre, dafs selbst vorher gar nicht bemerkt worden sei, spreche für seine Ansicht, ebenso die Einrichtung der Mixturregister der Orgel, wo bekanntlich jede Taste mit einer Reihe von Pfeifen verbunden ist, die sich gleichzeitig öffnen und den Hauptton, sowie eine Anzahl Töne seiner harmonischen Oberreihe geben. Um nun die Richtigkeit seiner Erklärung durch das Experiment zu bestätigen, ersuchte Ohm, der ja selbst ganz unmusikalisch war, seinen Freund, den Dr. Kellermann, auf der Violine einige Versuche anzustellen. Letzterer fand, dafs, wenn man einen einzelnen Ton angiebt und dann seine tiefere Oktave hinzufügt, der erste Ton mit merklicher Stärke weiterklingt; dafs, wenn man aber einen tiefen Ton angiebt, zuerst allein, dann begleitet von seiner höheren Oktave, der erste Ton erheblich verstärkt, der zweite dagegen geschwächt gehört wird; und dafs endlich diese Verstärkung nicht wahrgenommen wird, wenn die hinzugefügte Oktave unrein ist.

Ohm schlofs seine Abhandlung mit folgenden Worten: „Der Stand der Sache läfst sich nun kurz so fassen: Die alte Definition des Tones enthält alles in sich, was die neueren Versuchsweisen hinsichtlich der Art der dabei auftretenden Töne an die Hand gegeben haben; Seebeck setzte es jedoch in seiner jüngsten Abhandlung aufser Zweifel, dafs die bei diesen Versuchen beobachtete Stärke der Töne mit den Rechnungsergebnissen durchaus nicht übereinstimme, und ist deshalb geneigt, die Schuld davon auf jene alte Definition des Tones zu werfen. Mir scheint es geratener, weil die von Seebeck vorgeschlagene Änderung an der Definition des Tones in ein neues Labyrinth zu führen scheint, lieber gleich die Schuld daran auf unser Ohr zu schieben, das einer Täuschung, oder wenn man lieber will, Verwöhnung in der Art ausgesetzt ist, dafs es zu dem tiefsten Tone solche höhere Töne, welche zu ihm das Verhältnis eines Beitones haben, ganz oder teilweise herüberzieht und als zu ihm gehörig ansieht, aber darum unwillkürlich ein falsches Urteil über die relative Stärke solcher Töne fällt."

Seebeck[1]) antwortete in zwei unmittelbar aufeinander folgenden Abhandlungen. In der ersten versuchte er, gestützt auf seine Erfahrungen, seine auf p. 10 präzisierte Ansicht über die Natur des Tones aufrecht zu erhalten und die von Ohm dagegen erhobenen Einwürfe durch ein

[1]) Über die Definition des Tones. (Pogg. Ann. LXIII, p. 353—368). Über die Erzeugung von Tönen durch getrennte Eindrücke, mit Beziehung auf die Definition des Tones. (ibid. p. 368—380.)

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

scharfsinniges Raisonnement der Reihe nach zu entkräften. Bezeichnet man mit Seebeck die Ohmsche Definition des Tones, wonach ein Ton von der Schwingungsmenge m ausschliefslich durch eine Bewegung von der Form $a \cos 2\pi (m t + \vartheta)$ gebildet wird, als die engere; seine eigene, welche das Wesen des Tones nur in die periodische Wiederkehr beliebiger, aber gleicher Eindrücke setzt, als die weitere, so kann nach dieser der Ton von der Schwingungsmenge m auch durch die Reihe $a_1 \cos 2\pi (m t + \vartheta_1) + a_2 \cos 2\pi (2 m t + \vartheta_2) + a_3 \cos 2\pi (3 m t + \vartheta_3) + \ldots + a_0$ dargestellt werden. Dann sieht man sofort, dafs die zweite Annahme die erste nicht ausschliefst, sondern als einen besonderen Fall in sich begreift. Hierbei sei aber zu bemerken, sagt Seebeck, dafs die weitere Form „nur behufs der analytischen Behandlung" in Gestalt einer Cosinusreihe dargestellt werde, an sich aber eines einfacheren Ausdruckes fähig sein möge, auch sei sie in Gestalt dieser Reihe wegen der Willkürlichkeit der Werte der Gröfsen a und ϑ offenbar zu weit, sie müsse aber in dieser unbestimmten Form beibehalten werden, so lange die für die Beschränkung notwendigen Bedingungen unbekannt seien.

Zunächst wendete sich Seebeck gegen den Ohmschen[1]) Beweis des Satzes, dafs zur Erzeugung eines Tones von der Schwingungsmenge i m nur dasjenige Glied der Reihe, welche dieselbe Schwingungsmenge in sich trägt, beitragen kann. Hierzu bemerkt Seebeck: „Da jener Satz nur unter der Voraussetzung der engeren Form bewiesen ist, so kann derselbe nur den Sinn haben, dafs die Reihe keine Umformung zuläfst, vermöge welcher aus den übrigen Gliedern, mit Ausnahme des iten, ein Glied von der Form $a \cos 2\pi (i m t + \vartheta)$ hervorginge. Dieser Satz ist von Bedeutung innerhalb der Annahme der engeren Form, denn aus ihm fliefsen zum Teil Ohms nachfolgende Schlüsse; allein er beweist durchaus nichts gegen die weitere Form. Jener Satz kommt also für die Prüfung der weiteren Form nicht, oder doch nur indirekt, insofern er zur Kritik der engeren dient, in Betracht." Nach dieser Widerlegung des gewichtigsten Gegenargumentes seines Gegners wendete sich Seebeck natürlich gegen die von Ohm daraus gezogenen Folgerungen; am nachdrücklichsten richtete er aber seinen Angriff gegen einen allerdings schwachen Punkt in dessen Ausführungen. Denn wenn Ohm es für eine „Gehörstäuschung" erklärt hatte, dafs das Ohr die Töne der harmonischen Oberreihe ganz oder zum Teil als Verstärkung des Haupttones auffast, so hatte er in der That einen nicht ganz richtigen Ausdruck gebraucht, wenngleich er Richtiges meinte.

„Indem Ohm zugiebt", sagt Seebeck[2]), „dafs der erste der in der Reihe (A) enthaltenen Töne durch die folgenden Glieder verstärkt wird, ist er in der Hauptsache im Thatsächlichen mit mir einverstanden und es handelt sich jetzt noch um die Auslegung dieser Thatsache. Ich sage: Unser Ohr empfindet den Eindruck einer periodischen Bewegung als Ton; alle Glieder, welche an dieser Periode teilnehmen, können (wenigstens unter geeigneten Umständen) zur Stärke des Tones beitragen. Ohm sagt: Nur „ein" Glied bildet eigentlich den Hauptton, aber unser Ohr täuscht sich, indem es seine Beitöne mit zu ihm hinüberzieht und ihn selbst dadurch für stärker hält. Allein ich entgegne: Wodurch kann über die Frage, was zu einem Tone gehöre, entschieden werden, als eben durch das Ohr? Auf jede andere Weise erkennen wir nur Bewegung; das Ohr allein empfindet diese Bewegung als Ton, und was dasselbe stets zum Ton zieht, das gehört auch wirklich zu demselben, sowie das nicht Ton ist, was nicht als solcher

[1]) p. 11—12. [2]) Pogg. Ann. LXIII, p. 360—363.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

empfunden wird. — Und was folgt aus dem von Ohm angeführten Versuche eines Freundes anderes als eine Bestätigung der von mir behaupteten Thatsache, dafs der Hauptton durch die höheren Glieder der Reihe verstärkt werden kann, während dann natürlich der höhere Ton, den diese Glieder vorher erkennen liefsen, eine entsprechende Schwächung erleiden mufs.[1]) Dieser Versuch kann daher ebenso gut für meine Auffassung als für Ohms Vermutung geltend gemacht werden. Mit der Wirkung der Mixtur verhält es sich ganz ebenso; und die Frage, wie es komme, dafs wir an unseren Instrumenten die Beitöne so wenig bemerken, habe ich mir längst zu Gunsten meiner Ansicht beantwortet. An einer schwingenden Saite ist im allgemeinen nichts bestimmt als jene Hauptperiode, welcher sich alle Glieder der Reihe (A) anschliefsen, und die einfachste Form, welche Taylor voraussetzte, kommt gewifs, streng genommen, nie, und in der Regel kaum angenähert vor; will man sich davon durch den Augenschein überzeugen, so braucht man nur mit dem Mikroskope die Figuren zu betrachten, welche ein Punkt der Saite beim Schwingen beschreibt. Bei den Blaseinstrumenten ist der Fall fast ebenso. Dennoch hören wir in der Regel sehr wenig von den Beitönen. Sollte dies von einer blofsen Täuschung herrühren, so würde wohl die Wirkung unserer Musik in den meisten Fällen auf dieser Täuschung beruhen müssen. — Die beiden Fragen, warum das minder geübte Ohr die Beitöne leichter überhört, und warum sich ein falscher Ton im Konzert so laut ankündigt, scheinen mir, in Ohms Sinne beantwortet, auf eine eigene Schwierigkeit zu führen. Denn wenn das geübte Ohr an sich schon die Beitöne mehr vom Haupttone trennt, so sollte man meinen, es müfste von einem falschen Tone, d. h. von einem, der sich nicht herüberziehen läfst, eher weniger beleidigt werden als das ungeübte. In der That aber sind gewifs diese beiden Wahrnehmungen mehr aus einem physischen, die erstere vielleicht aus einem physiologischen Grunde zu erklären. — Was aber besonders die Sirene betrifft, so wiederhole ich, dafs, wenn auch bei gleich abstehenden Löchern Beitöne gehört werden können, diese stets nur äufserst schwach sind, obgleich sich andererseits aus den Versuchen, wenn sie im Sinne der engeren Annahme ausgelegt werden, ergiebt, dafs die bezüglichen Intensitätsfaktoren keineswegs klein sind. Die Annahme einer Gehörstäuschung müfste demzufolge so weit ausgedehnt werden, dafs selbst ziemlich starke Beitöne nicht oder kaum als solche gehört werden, sondern vom Ohre zum Grundtone gezogen werden: ein Satz, dem, in dieser Ausdehnung genommen, wohl die Erfahrung jedes einigermafsen musikalischen Ohres widersprechen dürfte."

Seebeck fafste schliefslich sein Urteil über die Frage, ob die engere Definition des Tones notwendig und hinreichend sei, dahin zusammen, dafs, wenn auch in gewissen besonderen Fällen die Schwingungsform $a \cos 2\pi (m t + \vartheta)$ existiere, daraus nur folge, dafs ein Ton von jener Form sein „könne", aber nicht, dafs „jeder" Ton derselben genügen „müsse". Es läge kein Grund vor, anzunehmen, dafs nicht Wellen von beliebiger Form ebensogut und frei von Beitönen denselben Ton geben könnten, wie die Wellenform $a \cos 2\pi (mt + \vartheta)$ von derselben Periode. So lange also nicht bewiesen sei, dafs bei jeder mit der engeren Definition nicht

[1]) In einer Note macht Seebeck folgende Bemerkung: „Der Erfolg dieses Versuches scheint übrigens, wie zu erwarten war, nicht unter allen Umständen gleich zu sein; ich habe bei einigen Versuchen mit Saiten und Orgelpfeifen weder jene Verstärkung des tieferen, noch eine Schwächung des höheren Tones mit einiger Deutlichkeit bemerken können, indem ich immer beide Töne noch zu kenntlich unterschied."

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

übereinstimmenden Wellenform Beitöne vorhanden seien, dürfe man nicht behaupten, dafs die Annahme dieser engeren Form notwendig sei. Ebensowenig könne aber die engere Definition zur Erklärung des Wesens des Tones für hinreichend erachtet werden. Denn abgesehen von den Erfahrungen an der Sirene, welche Ohm durch seine kaum haltbare Hypothese von der Gehörstäuschung erklärt zu haben glaube, und abgesehen von den Bedenken, welche sich der engeren Definition entgegenstellten, wenn man a veränderlich annehmen müsse, wie es ja beim Anschwellen und Verhallen des Tones der Fall sei, könne diese Definition schon deshalb nicht ausreichend sein, weil sie keine Verschiedenheit des „Klanges" zulasse. „Denn in dem Ausdrucke $a \cos 2\pi(mt + \vartheta)$", fährt Seebeck fort, „bestimmt m die Höhe, a die Stärke des Tones und ϑ ist offenbar für die Beschaffenheit desselben von keiner Bedeutung; also bleibt nichts übrig, was eine Verschiedenheit des Klanges begründen könnte. Man müfste also, bei jener Annahme, alle diese Verschiedenheiten entweder der Beimischung von Geräuschen oder dem unvermerkten Mitklingen von Beitönen, kurz, solchen Eindrücken, die nicht mit zum Ton selbst gehören, zuschreiben, was gewifs nicht für alle jene Unterschiede, namentlich für die der Vokale, ausreichend ist. Dies führt darauf, dafs zur Erklärung der Klangverschiedenheit noch eine veränderliche Gröfse, etwa ein Faktor $\varphi(t)$, in den Ausdruck der engeren Schwingungsform aufzunehmen ist. Ist dieser Faktor periodisch, und ist seine Periode der von $a \cos 2\pi mt$ gleich oder ein aliquoter Teil davon, so würde dieses nichts anderes geben als eben die weitere Form. Sollte aber jener Faktor eine andere, längere oder gar inkommensurable Periode haben können, so würde daraus folgen, dafs selbst die weitere Definition noch zu eng ist; ein Fall, dessen Möglichkeit ich für jetzt weder behaupten noch bestreiten will."

Man ersieht hieraus, wie nahe der scharfsinnige Seebeck daran war, das Wesen des Klanges zu erklären. Aber da er sich von der Schwierigkeit der Hörbarkeit der Obertöne keine Rechenschaft geben konnte, und da er in der Fourierschen Reihe, wie sie von Ohm gedeutet worden war, nicht etwas finden konnte, was den Veränderungen des Klanges entsprechen könnte, so war und blieb er der Meinung, dafs die ganze Funktion, in eine Reihe entwickelt oder nicht, nur einen einzigen Ton von veränderlichem Klange darstellen könne.

Auf die schon oben erwähnte Erscheinung der veränderlichen Intensität eines Tones eingehend, äufserte sich Seebeck dahin, dafs dieselbe nach der engeren Definition gar nicht erklärt werden könne; aber auch die weitere Definition, wie sie in der Cosinusreihe (p. 14) dargestellt ist, reiche nicht aus, denn diese Reihe könne, wenn man die Gröfsen a_0, a_1, $a_2 \ldots$ konstant nimmt, den Ton von der Schwingungsmenge m nur darstellen, insofern seine Stärke sich nicht ändere. Es sei deshalb die weitere Definition in dieser Form auch noch zu eng, und sie müsse deshalb erweitert werden in der Weise, dafs ein Ton nicht blofs durch die periodische Wiederkehr eines gleichen, sondern auch eines „ähnlichen" Bewegungszustandes erzeugt werden könne. „Wie diese Bewegung aber beschaffen sein müsse, damit der Ton einfach (frei von Beitönen) sei, ist uns noch unbekannt."

Zum vollständigen Beweise der Richtigkeit seiner Ansicht über die Natur des Tones unterzog Seebeck in seiner letzten Abhandlung[1]) die Tonbildung bei der Sirene einer abermaligen theoretischen und experimentellen Untersuchung, in welcher er besonders den Einflufs des Verhältnisses der Dauer

[1]) Pogg. Ann. LXIII, p. 368—380.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

der Eindrücke zu der Dauer der Periode auf die Intensität der erzeugten Töne darzulegen versuchte. Er beschränkte sich auf die einfache Sirene, weil die Wirkung ungleich abstehender Eindrücke daraus abgeleitet werden kann.[1]) Indem er die Beschaffenheit der einzelnen Eindrücke ganz unbestimmt liefs, untersuchte er die durch die Stöfse entstehende periodische Luftbewegung in folgender Weise:

Bezeichnet man die Dauer jener Periode mit 2l, die Geschwindigkeit der Luft an irgend einer Stelle mit v, so kann man stets setzen:

$$\left.\begin{aligned} v = \frac{1}{2} C_0 + C_1 \cos \pi \frac{t}{l} + C_2 \cos \pi \frac{2t}{l} + C_3 \cos \pi \frac{3t}{l} + \ldots + C_i \cos \pi \frac{it}{l} \\ + D_1 \sin \pi \frac{t}{l} + D_2 \sin \pi \frac{2t}{l} + D_3 \sin \pi \frac{3t}{l} + \ldots + D_i \sin \pi \frac{it}{l} \end{aligned}\right\} \text{(E)}$$

$$\text{wo } C_i = \frac{1}{l} \int_{-l}^{+l} v \cos \pi \frac{it}{l} \, dt, \; D_i = \frac{1}{l} \int_{-l}^{+l} v \sin \pi \frac{it}{l} \, dt \text{ ist.}$$

Die Gleichung (E) kann auch geschrieben werden:

$$\left.\begin{aligned} v = \frac{1}{2} C_0 + E_1 \cos \pi \left(\frac{t - \vartheta}{l}\right) + E_2 \cos \pi \left(\frac{2t - \vartheta_2}{l}\right) + \ldots \\ + E_i \cos \pi \left(\frac{it - \vartheta_i}{l}\right) \end{aligned}\right\} \text{(F)}$$

wo $\tan \pi \frac{\vartheta_i}{l} = \frac{C_i}{D_i}$, $E_i^2 = C_i^2 + D_i^2$ ist, und der letzte Wert nach Ohms Ansicht die Stärke des Tones von der Schwingungsmenge $\frac{i}{2l}$ darstellt[2]).

Wenn die Eindrücke getrennt sind, wie dieses bei hinreichend grofsen Zwischenräumen der Löcher der Fall ist, so findet wirkliche Bewegung nicht während der ganzen Periode 2l statt, sondern nur während eines Teiles derselben, welcher 2λ heifsen mag. Die während dieser letzteren Zeit stattfindende Geschwindigkeit heifse $\varphi(t)$. Wie nun aber auch diese periodischen Eindrücke beschaffen sein mögen, so kann stets, wenn man die Zeit von der Mitte des Eindruckes an rechnet,

$$\left.\begin{aligned} \varphi(t) = c_0 + c_1 \cos \pi \frac{t}{\lambda} + c_2 \cos \pi \frac{2t}{\lambda} + c_3 \cos \pi \frac{3t}{\lambda} + \ldots \\ + d_1 \sin \pi \frac{t}{\lambda} + d_2 \sin \pi \frac{2t}{\lambda} + d_3 \sin \pi \frac{3t}{\lambda} + \ldots \end{aligned}\right\} \text{(G)}$$

gesetzt werden, wo die Konstanten c_0, c_1, $c_2 \ldots d_1$, $d_2 \ldots$ von der Beschaffenheit jener Eindrücke abhängen. Indem v von $-l$ bis $-\lambda$ und wieder von $+\lambda$ bis $+l$ gleich Null ist, gehen die obigen Werte von C_i und D_i in folgende über:

$$C_i = \frac{1}{l} \int_{-\lambda}^{+\lambda} \varphi(t) \cdot \cos \pi \frac{it}{l} \, dt; \; D_i = \frac{1}{l} \int_{-\lambda}^{+\lambda} \varphi(t) \cdot \sin \pi \frac{it}{l} \cdot dt.$$

---

[1]) cfr. p. 8; Pogg. Ann. LX, p. 461. [2]) Seebeck untersucht hier nicht die Ablenkung im Gehörorgan (cfr. Teil II, p. 25), sondern die Geschwindigkeit der Luft, weil letztere dem Versuche zugänglicher ist.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Setzt man für $\varphi(t)$ seinen Wert aus (G) ein, so erhält man:

$$\left.\begin{aligned} C_i &= \frac{2\lambda^2 i}{\pi}\cdot\sin\pi\frac{\lambda i}{l}\cdot\left\{\frac{c_0}{\lambda^2 i^2}+\frac{c_1}{l^2-\lambda^2 i^2}-\frac{c_2}{4l^2-\lambda^2 i^2}+\frac{c_3}{9l^2-\lambda^2 i^2}-\ldots\right\} \\ D_i &= \frac{2\lambda l}{\pi}\cdot\sin\pi\frac{\lambda i}{l}\cdot\left\{\frac{d_1}{l^2-\lambda^2 i^2}-\frac{2d_2}{4l^2-\lambda^2 i^2}+\frac{3d_3}{9l^2-\lambda^2 i^2}-\ldots\right\} \end{aligned}\right\}\ (H).$$

Hiernach würden nun alle Glieder der Gleichungen (E) und (F), folglich auch v bekannt sein, wenn die Werte der Gröfsen c und d bekannt wären. Da aber die zuverlässige Ermittelung dieser Werte sowohl auf theoretischem als auch auf experimentellem Wege bei der Unzulänglichkeit unserer Kenntnisse von den hierbei auftretenden mechanischen Vorgängen so gut wie unmöglich ist, so versuchte Seebeck aus den für C_i und D_i gefundenen Ausdrücken wenigstens annäherungsweise die Werte der Gröfsen c und d zu bestimmen.

Nach Voraussetzung ist stets $\lambda \gtreqless l$. Ist $\lambda = l$, d. h. sind die Eindrücke nicht getrennt, dann wird $c_i = C_i$, $d_i = D_i$; dieser Fall bietet kein besonderes Interesse. Ist aber $\lambda < l$, d. h. sind die Eindrücke getrennt, worauf es hier besonders ankommt, so findet Seebeck durch Untersuchung der Gröfsen C_i und D_i, welche nach (H) drei resp. zwei von i, d. h. der Gliederzahl abhängige Faktoren enthalten, dafs C_i und D_i, so lange i etwa über das Mafs $\frac{l}{2\lambda}$ hinaus nicht wächst, mit wachsendem i höchst wahrscheinlich zunehmen. Nimmt man nun mit Ohm an, dafs $C_i^2 + D_i^2$ das Mafs für die Stärke des Tones $\frac{i}{2l}$ ist, so mufs, wenigstens für die vier oder fünf ersten Glieder der Reihe (F), voraussichtlich die Stärke des Tones mit wachsendem i zunehmen. Allerdings könnte durch besondere Umstände auch das Gegenteil herbeigeführt werden, und Seebeck leugnete nicht die Möglichkeit, dafs bei dem einen oder dem anderen Sirenenversuche zufällig diese Umstände eintreten könnten; höchst unwahrscheinlich aber wäre es, dafs man bei den verschiedenartigsten Abänderungen des Versuches immer diesen Fall in gleichem Mafse treffen sollte.

Bei den interessanten Versuchen, die Seebeck zur Prüfung dieser theoretischen Folgerungen anstellte, kam es in erster Linie darauf an, den Einflufs der mehr oder weniger scharfen Trennung der Eindrücke hervortreten zu lassen. Zu diesem Zwecke änderte er zunächst die Löcherabstände, indem er sie erst dem Löcherdurchmesser gleich, dann immer gröfser bis zum mehr als sechzigfachen dieses Durchmessers machte; dadurch änderten sich bei kleinen Abständen die Werte von c und d, bei gröfseren das Verhältnis $\frac{\lambda}{l}$. Um λ sehr viel kleiner als l zu machen, um also die einzelnen Eindrücke durch eine verhältnismäfsig lange Ruhe zu trennen, führte Seebeck das enge Windrohr möglichst nahe an die Sirenenscheibe heran, und noch mehr erreichte er diese Absicht dadurch, dafs er den Löchern einen erhöhten Stand gab oder in dieselben ganz kurze Röhrenstückchen einsetzte. Setzte er dann, um die Periode der Ruhe erheblich gröfser als die der Bewegung zu machen, nur wenige Löcher, etwa sechs, auf eine Scheibe von 9 bis 12 Zoll (24,4 bis 32,5 cm) Durchmesser, so hörte er den Sirenenton noch ganz deutlich, wenn $\lambda < \frac{1}{20} l$ war. Um die Gröfse 2λ zu messen, führte er nach dem Vorgange von Ohm[1]) ein Loch der Sirene, vor welches eine Licht-

[1]) Pogg. Ann. LIX, p. 565.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

flamme gehalten wurde, langsam vor dem Anblaseröhrchen vorüber; befand sich das Loch vor dem Röhrchen, so wurde der Luftstofs so stark, dafs die Flamme verlöschte; wurde aber das Loch weiter geführt, so verschwand bald jede Spur von Bewegung an der Flamme. Der Abstand, wo dieses Verschwinden eintrat, wurde zu beiden Seiten gemessen und mit dem Löcherabstande[1]) verglichen; der letztere Abstand ist $2\,l$, der erstere $2\,\lambda$, sofern wenigstens angenommen werden darf[2]), dafs auch bei schneller Drehung der jedesmalige Luftstofs nur so lange dauert, als Wind durch die Öffnung selbst strömen kann.

Da Seebeck die Form der Luftstöfse als ganz beliebig vorausgesetzt hatte, so suchte er Änderungen der Werte der Gröfsen c und d durch Änderungen der Form der Luftstöfse hervorzubringen, indem er den Löchern verschiedene Gestalt gab. An Stelle der bis dahin gewöhnlich angewendeten runden Löcher setzte er längliche oder nach einer Seite spitz zulaufende, letzteres, um die beiden Hälften des Eindruckes unsymmetrisch zu machen. Um diese Asymmetrie noch zu steigern, wurde die Öffnung des Anblaseröhrchens abgeändert und ebenfalls nach der einen Seite spitz zulaufend gemacht, und dann die Scheibe so gedreht, dafs zuerst die spitzen und zuletzt die breiten Seiten der beiderlei Öffnungen einander gegenüberkamen, oder umgekehrt. Auch bei diesen in der Form abgeänderten Löchern machte er, wie früher bei den runden, die Abstände kleiner und gröfser.

Schliefslich ersetzte Seebeck die Luftstöfse noch durch die Schläge einer Kartenblattspitze gegen die Löcher der rotierenden Scheibe; auch hier waren natürlich die Werte der Gröfsen c und d ganz andere, und das Verhältnis $\frac{\lambda}{l}$ noch viel kleiner als in den anderen Fällen.

Die Ergebnisse seiner Versuche fafste Seebeck folgendermafsen zusammen[3]): „Man kann nicht umhin, anzunehmen, dafs unter diesen vielfachen Abänderungen des Versuches es sich sehr häufig getroffen haben müsse, dafs $C_i^2 + D_i^2$ für den einen oder den anderen Wert von i, vielleicht für viele Werte zugleich, gröfser war als für $i = 1$, so dafs, wenn jene Quadratsumme das Mafs für die Stärke des Tones $\frac{i}{2\,l}$ wäre, man den Grundton mit einer sehr auffallenden Beimischung von harmonischen Obertönen hätte hören müssen. Allein dieses war nie der Fall, und ich konnte bei allen Versuchen, welche ich teils früher, teils jetzt hundertfältig angestellt habe, nie mehr als ein „äufserst" schwaches Mitklingen eines oder des anderen Beitones erkennen, und dieses nur bei sehr geschärfter Aufmerksamkeit. Ich wiederhole hierbei, dafs wenn ein solcher Beiton gehört wird, er zu verschwinden pflegt, wenn man die Stellung des Ohres verändert. Der einzige Unterschied, der bei allen jenen Abänderungen bemerkt werden kann, bezieht sich auf den „Klang", welcher bei getrennten Eindrücken mehr schnarrend, und bei solchen, welche ineinander fliefsen, mehr pfeifenartig ist[4]). In diesem Verhalten, dafs nämlich an der Sirene die Beitöne, welche, der engeren Definition zufolge, in der Regel vorhanden sein und oft sehr stark zu erwarten sein würden, der

---

[1]) Der Löcherabstand ist immer die Entfernung der Mittelpunkte zweier benachbarter Löcher.

[2]) Diese Annahme ist nicht ganz gerechtfertigt, wie Ohm a. a. O. gezeigt hat.

[3]) Pogg. Ann. LXIII, p. 374—375.

[4]) In einer diesem Passus hinzugefügten Fufsnote berührt Seebeck, und zwar nur dieses einzige Mal, die Untersuchungen Cagniards de la Tour über den Klang der Sirenentöne. (cf. Teil I, p. 17, Note 2; Teil II, p. 16, Note 3. Ferner Ann. de chim. et de phys. LVI, p. 255; Dove, Repert. d. Phys. VIII, Akustik, p. 15.)

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Erfahrung zufolge jederzeit entweder fehlen oder nur ganz schwach vernommen werden können, scheint mir ein sehr starker Grund gegen die Annahme jener engeren Form zu liegen."

Durch die erhaltenen Resultate noch nicht ganz befriedigt, unterzog Seebeck[1]) die Tonerregung durch sehr getrennte Eindrücke einer weiteren theoretischen Untersuchung. Ausgehend von der Annahme, dafs nicht nur die Gröfse $\frac{\lambda}{l}$ sehr klein, sondern dafs auch $\frac{\lambda i}{l}$ für niedrigere Werte von i ziemlich klein sei, formte er die in (H) entwickelten Werte für C_i und D_i so um, dafs der Einflufs der Gröfse i schon für kleine i recht merklich hervortrat: mit anderen Worten, dafs aus dieser Umformung zulässige Schlüsse über die Stärke der ersten harmonischen Beitöne gezogen werden konnten. Seebeck fand, dafs bei hinreichend getrennten Eindrücken die Quadratsumme $C_i^2 + D_i^2$, welche nach Ohm das Mafs für die Intensität des i ten Tones der Reihe (F) ist, unter der gegebenen Voraussetzung entweder immer nahezu gleiche Werte hat, oder dafs sie mit i wächst, oder dafs sie überhaupt nur einen höchst geringen Wert hat. Nur für den letzten Fall wäre bei einem Zusammentreffen ganz besonderer Umstände die Möglichkeit nicht ausgeschlossen, dafs die Gröfse $C_i^2 + D_i^2$ mit wachsendem i abnehmen könnte. Angewendet auf die Ohmsche Theorie, würde der Satz aber so lauten, dafs bei hinreichend getrennten Eindrücken entweder der erste, zweite, dritte . . . Ton nahezu gleich stark sein müfsten; oder dafs der erste schwächer als der zweite, der zweite schwächer als der dritte sein müfste; oder dafs diese ersten Töne überhaupt nur äufserst schwach sein könnten. „Ganz das Gegenteil hiervon beweist die Erfahrung", fährt Seebeck fort, „denn nicht nur ist an den Sirenen, in Fällen, wo die vorhergehende Rechnung auf den zweiten, und selbst auf den dritten Ton mit hinreichender Annäherung anwendbar zu sein scheint, das Verhalten ganz ebenso wie bei wenig oder gar nicht getrennten Eindrücken, sondern es gilt dasselbe auch bei den Savartschen Zahnrädern, bei den Klirrtönen, beim Trevelyan-Instrument u. dergl., wo höchst wahrscheinlich die Eindrücke noch getrennter sind. In allen diesen Fällen ist von allen Beobachtern nur der „eine" Ton gehört worden, welcher der Anzahl der Schläge entspricht, und von den Beitönen, welche nach der engeren Definition hier stets in beträchtlicher Stärke hätten vorhanden sein müssen, kann nur zuweilen eine Spur bemerkt werden. Auf diese Weise steht der engeren Definition des Tones eine grofse Anzahl von Erfahrungen entgegen."

Zum Schlusse kommt Seebeck noch einmal auf die Ohmsche Hypothese zu sprechen, wonach das Ohr die Beitöne nur überhöre und zum Grundtone ziehe. Diese Annahme würde jetzt so auszudrücken sein, dafs Töne, wenn auch in beträchtlicher Stärke vorhanden, stets als solche ganz oder fast ganz unhörbar würden, sobald ein Ton ihrer harmonischen Unterreihe hinzuträte; dafs sie aber zur Verstärkung dieses Untertones beitrügen. Abgesehen davon, dafs diese Annahme der Erfahrung zu widersprechen scheine, würde jetzt zwischen dem Seebeckschen und dem Ohmschen Erklärungsversuche nur der Unterschied bestehen, dafs das Verschwinden der höheren Töne als solche und ihr Anteil an der Erzeugung des Grundtones nach des ersteren Ansicht an gewisse, wenn auch unvollständig bekannte Bedingungen geknüpft sei, während es nach des letzteren Meinung unbedingt stattfinden müsse. Dieses würde schliefslich darauf hinauslaufen, dafs die weitere Definition des Tones noch zu eng sei. „So würde man also durch jene Hypothese, mit der Absicht, die Definition des Tones zu beschränken, vielmehr zu einer noch gröfseren, und gewifs zu grofsen Erweiterung derselben gelangt sein."

[1]) Pogg. Ann. LXIII, p. 375—380.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Ohm antwortete nicht mehr. Mochte er vielleicht hierzu durch die Überzeugung bestimmt worden sein, dafs er sich mit seinem Gegner in einem prinzipiellen, unüberbrückbaren Gegensatze befinde, oder dafs er die Ergebnisse der exakten, scharfsinnigen und mit so vortrefflicher Sachkenntnis angestellten Untersuchungen Seebecks auf demselben Wege nicht zu widerlegen vermochte: kurz und gut, er blieb die Antwort schuldig, weshalb auch sein Widersacher nicht mehr irgendwie Veranlassung hatte, seine unwiderlegt gebliebene Ansicht weiter zu verteidigen. Vollends, als Seebeck im Jahre 1849 plötzlich von einer ansteckenden Krankheit dahingerafft wurde, und Ohm ihm fünf Jahre später im Tode nachfolgte, somit beide Gegner vom Kampfplatze für immer abgetreten waren, erschien der Streit vollständig geschlichtet, und zwar zu Gunsten Seebecks. Diese Thatsache unterliegt keinem Zweifel, denn man findet mit einer einzigen Ausnahme[1]) weder in inländischen noch in ausländischen Fachzeitschriften aus der Zeit von 1845 bis 1855 die geringste Notiz über Ohms akustische Arbeiten. F. Zamminer[2]) hob noch 1855 unter ausdrücklicher Berufung auf Seebeck hervor, dafs „ein unbedingter Isochronismus der Eindrücke zur Tonbildung nicht wesentlich sei.“ Und Lamont[3]) erwähnte in der Gedächtnisrede, welche er in der bayrischen Akademie auf den grofsen Physiker gehalten hat, dessen akustische Arbeiten mit keinem einzigen Worte, während er doch allen übrigen wissenschaftlichen Leistungen dieses Gelehrten die gebührende Würdigung zu Teil werden liefs.

So hatte es den Anschein, als wenn Ohms Arbeiten auf akustischem Gebiete irgendwelche Anerkennung nicht finden sollten; indessen war die Zeit nicht mehr fern, wo dieselben, gleichwie seine epochemachende Arbeit über die galvanische Kette, endlich in ihrer vollen Bedeutung erkannt und in ihren Konsequenzen weiter verfolgt werden sollten. Denn ungelöst war immer noch das Problem des Klanges; was man darüber wufste, war das, dafs der Klang von der Schwingungsform abhängen müsse, aber die Frage nach der Art dieser Abhängigkeit blieb unbeantwortet. Zwar war Seebeck, der wiederholentlich[4]) auf die Verschiedenheit des Klanges der Sirenentöne hingewiesen hatte, schon etwas weiter gekommen, indem er ausdrücklich bemerkt hatte, dafs die veränderlichen Glieder der Fourierschen Reihe, vom zweiten an gerechnet, auf den Klang des Grundtones von Einflufs sein müfsten; aber bei seiner Auffassung vom Wesen des Tones war es für Seebeck durchaus unmöglich, diesen Einflufs nachzuweisen. Damit aber hatte er wenigstens die Richtung angedeutet, in welcher sich die Forschungen zu bewegen hätten, wenn sie zu einem befriedigenden Ergebnisse führen sollten. Der erste Physiker, welcher diesen Weg mit gutem Erfolge[5]) betreten hat, ist der Insterburger Gymnasiallehrer A. Brandt[6]) gewesen,

---

[1]) Man vgl. die kurze, aber treffliche Charakterisierung der wissenschaftlichen Bedeutung Ohms durch seinen Kollegen Prof. Seydel in den Münchener Gel. Anz., Bd. XL, Bulletins der drei Klassen, Nr. 4, p. 31.

[2]) Die Musik und die musikalischen Instrumente in ihrer Beziehung zu den Gesetzen der Akustik. (Giefsen, 1855). cfr. p. 19—20, 28—30, Fig. 6, 9.

[3]) Denkrede auf die Akademiker Dr. Thaddaeus Siber und Dr. Georg Simon Ohm. (München, 1855).

[4]) p. 9, 10, 16, 19.

[5]) Ich will hier wenigstens einen Versuch zur Lösung des Klangproblems nicht unerwähnt lassen, den 1851 der französische Physiker Ch. N. Al. de Haldat du Lys veröffentlicht hat: „Recherches sur le timbre ou la qualité du son dans les corps sonores.“ (Mém. Soc. Royale de Nancy, 1851, p. 76—95; Compte Rendu des travaux de l'Acad. pend. 1851, p. IX). Diese Arbeit zeigt nicht den geringsten Zusammenhang mit den Ohm-Seebeckschen Untersuchungen und kann überhaupt nur bibliographisch-historischen Wert beanspruchen.

[6]) Über Verschiedenheit des Klanges (Klangfarbe). (Pogg. Ann. CXII (1861), p. 324—336. — Ref. von

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

der in einer bereits 1855 für Professor Helmholtz in Königsberg geschriebenen, aber erst 1861 auf dessen besonderen Wunsch veröffentlichten Abhandlung die im Ohmschen Sinne aufgefafste Fouriersche Reihe zur Erklärung des Klanges der Saitentöne benutzt und exakt bewiesen hat, dafs die Verschiedenheit der Schwingungsform einer gespannten Saite sich in der Verschiedenheit der „mitklingenden Töne" zu erkennen gebe. Da diese Arbeit in den Kreisen der Physiker wenig bekannt sein dürfte, wird ein näheres Eingehen auf dieselbe gerechtfertigt erscheinen.

Brandt ging von der durch die Opeltsche Sirene[1]) bewiesenen Thatsache aus, dafs das Ohr ohne weiteres im Stande sei, eine periodische Bewegung in ihre isochronen Partialbewegungen zu zerlegen. Indem er nun erwog, dafs jede Verschiedenheit der Schwingungsform von dem Ohr verschieden empfunden werden müsse, weil die Bewegung der das Ohr treffenden Luftteilchen die Resultante derjenigen Bewegungen sei, welche sie von der in unmittelbarer Nähe des Tonerregers entstehenden Welle empfingen, so schlofs er daraus, dafs das Ohr auch die durch die Form $A \cos \frac{n \pi t}{T}$ oder $B \sin \frac{n \pi t}{T}$ dargestellten Glieder als Partialeindrücke von der Schwingungsmenge $\frac{n}{2T}$ werde empfinden müssen, wenn dieselben in der periodischen Bewegung von der Periode $2T$ enthalten seien. Denn wenn man zugebe, dafs ein einziges Glied von obiger Form den entsprechenden Ton erzeugen könne, so sei nicht einzusehen, wie die Wirkung von zwei oder mehreren solchen Gliedern sich anders als durch Intensitätsverhältnisse von einem Intervalle oder von einem Akkorde unterscheiden solle, die das Ohr doch in seine einzelnen Bestandteile zerlege. Da in der Zahl der Beitöne, in ihrer Intensität, in den Verhältnissen ihrer Schwingungszahlen so mannigfache Elemente gegeben seien, so sei die Annahme, dafs die Verschiedenheit der Klangfarbe von der Kombinierung und Änderung dieser Elemente abhänge, von vornherein nicht unwahrscheinlich. Freilich verhehlte Brandt sich nicht, dafs der genaue Nachweis der Beitöne mittels der Fourierschen Reihe in den verschiedenen Fällen seine Schwierigkeiten haben würde, sogar unmöglich sei für die Töne der Stäbe, Scheiben und Glocken, weil hier die Beitöne zu dem Grundtone unharmonisch seien; günstiger lägen aber die Bedingungen der Untersuchung bei schwingenden Saiten und Luftsäulen. So hatte er mit blofsem Ohre bei gehöriger Aufmerksamkeit bei Messingsaiten deutlich getrennte Beitöne bis zum 13., bei Darmsaiten 7 oder 8 gehört; in Betreff der ersteren machte er die Bemerkung, dafs die deutliche Wahrnehmung noch höherer Beitöne wahrscheinlich durch die nahe Aufeinanderfolge derselben verhindert werde, und dafs auf diesem Gemische hörbarer, aber nicht mehr unterscheidbarer hoher Beitöne vielleicht der spezifische Charakter des metallischen Klanges beruhe. Ein ähnlicher Unterschied dürfte auch zwischen den Tönen der Holz- und Metallpfeifen stattfinden, und sicherlich beruhten auch die verschiedenen Klänge der Vokale auf ähnlichen Bedingungen. Wenn nun auch Brandt mehrere darauf bezügliche, durch Versuche gefundene Beobachtungen anführte, so glaubte er ihnen doch nicht absolute Zuver-

---

Roeber in Fortschr. d. Phys. XVII, p. 151—156.) — Vgl. auch Helmholtz, Die Lehre von den Tonempfindungen, 2. Ausg., p. 89—92; Beilage II: Die Bewegung gezupfter Saiten, p. 563—564; aufserdem Pogg. Ann. XCIX, p. 523—525. Über den Grund des verspäteten Erscheinens dieser Abhandlung giebt eine Fufsnote in Pogg. Ann. CXII, p. 324 die nötige Aufklärung.

[1]) Teil II, p. 12.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

lässigkeit zuschreiben zu dürfen wegen der Schwierigkeit, das Intensitätsverhältnis der den Grundton leise begleitenden Beitöne mittels des Ohrs genau zu bestimmen, eine Schwierigkeit, welche derjenigen vergleichbar sei, wenn man über das Intensitätsverhältnis von Kerzenflammen bei Tageslicht entscheiden wolle.

Den exakten Beweis für seine Ansicht über das Wesen des Klanges hat aber Brandt für die Schwingungen einer gezupften Saite erbracht, indem er an einen bekannten Versuch von Thomas Young[1]) anknüpfte. Dieser scharfsinnige Physiker hatte nachgewiesen, dafs, wenn man eine Saite zupft oder anschlägt in einem solchen Punkte, welcher Knotenpunkt irgend eines ihrer Flageolettöne ist, dann diejenigen einfachen Schwingungsformen der Saite, welche in dem angegriffenen Punkte einen Knoten haben, in der Gesamtbewegung der Saite nicht enthalten sind. Brandt ging von der Differentialgleichung für die Saitenschwingungen[2])

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \alpha^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

aus, wo, wenn S die Spannung und μ die Masse der Längeneinheit bezeichnet, $\alpha^2 = \frac{S}{\mu}$ ist. Ist die Saite von der Länge l an beiden Enden befestigt, und soll für $t = 0$ die Geschwindigkeit $\frac{\partial y}{\partial t} = 0$ sein, dann ist nach der Lösung von Lagrange:

$$y = \sum_{n=1}^{n=\infty} C_n \sin \frac{n \pi x}{l} \cdot \cos \frac{n \pi \alpha t}{l}.$$

Daraus folgt für $t = 0$:

$$y_0 = \sum_{n=1}^{n=\infty} C_n \sin \frac{n \pi x}{l}, \text{ und demnach:}$$

$$C_n = \frac{2}{l} \int_0^l y_0 \sin \frac{n \pi x}{l} \, dx.$$

Nimmt man nun an, dafs bei dem Youngschen Versuche die Saite für $t = 0$ die Gestalt einer gebrochenen Linie hat, deren Scheitel durch die Koordinaten $x = a$ und $y = k$ gegeben ist, so ergiebt sich:

$$C_n = \frac{2}{l} \int_0^a \frac{k}{a} x \cdot \sin \frac{n \pi x}{l} \, dx + \frac{2}{l} \int_a^l \frac{k}{l - a} (l - x) \sin \frac{n \pi x}{l} \, dx.$$

$$C_n = \frac{2 l^2 k}{a (l - a) n^2 \pi^2} \cdot \sin \frac{n \pi a}{l}.$$

Die Ausbiegung der Saite ist demnach zur Zeit t:

$$y = \frac{2 l^2 k}{a (l - a) \pi^2} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n^2} \sin \frac{n \pi a}{l} \cdot \sin \frac{n \pi x}{l} \cdot \cos \frac{n \pi \alpha t}{l}.$$

---

[1]) On the vibrations of chords. (London Philos. Transactions, 1800, t. I, p. 134—140, Plate VI, Fig. 47, 48.)
[2]) II. Teil, p. 25.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Der Intensitätsfaktor C_n der Beitöne nimmt mit wachsendem n schnell ab. Diese Abnahme ist jedoch anfänglich geringer für kleine Werte von a, weil für diese und für nicht zu grofse Werte von n die Gröfse C_n nahezu proportional $\frac{1}{n}$ ist, worin der Grund des scharfen, grellen Klanges liegen mag, den die Saite hören läfst, wenn sie nahe an einem Endpunkte gezupft wird. Wird das Verhältnis $\frac{a}{l} = \frac{p}{q}$ gemacht, wo p und q zwei relative Primzahlen sind, so fallen die Beitöne q, 2q, 3q . . . aus. Zupft man z. B. die Saite in der Mitte, so dafs $\frac{a}{l} = \frac{1}{2}$, so fallen die Töne 2, 4, 6, 8 . . . aus, während die Töne 1, 3, 5 . . . bleiben, und dieses Wegfallen der höheren Oktaven mag der Grund für die Leere des Tones sein. Ist $\frac{a}{l} = \frac{1}{3}$, so fallen die Töne 3, 6, 9 . . . aus, und es bleiben hörbar die Töne 1, 2, 4, 5, 7, 8 . . . . Ist $\frac{a}{l}$ irrational, so findet kein Ausfallen von Tönen statt. Mit diesen theoretischen Resultaten waren nun die Ergebnisse der Versuche in so vollständiger Übereinstimmung, als es nur irgend erwartet werden konnte.

Ferner machte Brandt noch folgende Beobachtungen: Bei schwachen Schwingungen waren die der Theorie nach fehlenden Töne gänzlich unhörbar; bei stärkeren Schwingungen stellte sich, wenn die Saite in der Mitte gegriffen wurde, die Oktave allmählich ein, und zwar bei Metallsaiten stärker als bei Darmsaiten; den Grund suchte Brandt in den durch die Steifigkeit der Saite und durch Reibung an den Enden verursachten Störungen. Um die Beitöne deutlich zu hören, mufste man die schwingende Saite in einem entsprechenden Knoten berühren; hatte man so den Beiton isoliert gehört, so wurde er hernach leichter unter den anderen herausgefunden. Am schwierigsten war das Unterscheiden der nächst höheren Oktave vom Grundton, weil man eigentlich keinen Ton ohne dieselbe hört.

Auf diese Weise hatte Brandt zum ersten Male die Richtigkeit der Ohmschen Theorie durch den Versuch bestätigt und so die Grundbedingung erfüllt, welche Seebeck[1]) von einer physikalischen Theorie verlangt hatte. Aufserdem hatte er auch noch, im Gegensatz zu Seebeck, die Beitöne an der Sirene ganz deutlich gehört, und, um dieselben nach Belieben stärker und schwächer hervortreten zu lassen, folgenden Versuch angestellt: Verklebte er einzelne äquidistante Löcher einer einfachen Sirene, so trat neben dem ursprünglichen Tone ein tieferer, dessen Schwingungsdauer der Zahl der Unterbrechungen entsprach, mit seinen Nebentönen hervor. Dauerte die Unterbrechung nur kurze Zeit, so war der Grundton fast nicht zu hören, sondern nur die höheren Beitöne; vergröfserte er die Dauer der Unterbrechung, so nahm die Intensität der Beitöne ab, und der Grundton trat deutlicher hervor.

Derjenige Physiker, welcher der Ohmschen Theorie durch seine scharfsinnigen Untersuchungen allgemeine Anerkennung verschafft und durch die daraus gezogenen Folgerungen die Entwickelung der physikalischen und physiologischen Akustik in ganz neue Bahnen gelenkt hat, ist Hermann von Helmholtz. Im Jahre 1856 trat er zum ersten Male in seiner Abhandlung über die Kombinationstöne[2]) mit gewichtigen Gründen für diese Theorie ein, und da er

[1]) p. 4. [2]) Pogg. Ann. XCIX, p. 495—540. (Ref. von Roeber, Fortschr. d. Physik, XII, p. 203—216.)

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

aufserdem in diesem Aufsatze die Grundgedanken seiner bahnbrechenden akustischen Arbeiten zum ersten Male ausgesprochen hat, so dürfte die wörtliche Anführung einiger hierauf bezüglicher Stellen in dieser historischen Skizze hinlänglich gerechtfertigt sein.

Um sich bei seinen Untersuchungen der Kombinationstöne von dem störenden Einflusse der Obertöne freizumachen und zuverlässigere Resultate als seine Vorgänger zu erhalten, erkannte er die Notwendigkeit, nach dem Vorschlage von Ohm, der sich ebenfalls mit diesen Tönen beschäftigt hatte[1]), von Obertönen freie Töne, oder, wie er sie nannte, „einfache Töne" herzustellen. Mit Ohm definierte er als einfache Schwingungsbewegung jede Bewegung, bei welcher die Entfernung eines jeden schwingenden Teilchens als Funktion der Zeit durch ein einziges Glied von der Form $A \sin(2\pi mt + c)$ ausgedrückt wird. Jede andere Bewegung dagegen, bei welcher die Elongationen der schwingenden Teilchen andere periodische Funktionen der Zeit sind, und daher nicht durch ein einziges Glied von dieser Form, sondern stets durch eine Summe solcher Glieder dargestellt werden können, nannte er eine zusammengesetzte Schwingungsbewegung. Über die Zulässigkeit dieser Definition und die daraus sich ergebenden Folgerungen spricht sich Helmholtz folgendermafsen aus[2]):

„G. S. Ohm hat bekanntlich eine bestimmte Annahme über die Art, wie das Ohr die periodische Bewegung in einzelne Töne zerlegt, aufgestellt, eine Annahme, die stillschweigend wohl schon vor ihm von den meisten mathematischen Physikern, die akustische Probleme behandelt haben, gemacht worden war. Er nimmt nämlich an, dafs das Ohr in seiner Empfindung die Luftbewegung genau ebenso in einfache Schwingungsbewegungen zerlege, wie es der Mathematiker mittels der Sätze von Fourier in der Rechnung thut, und dafs das Ohr den einer jeden solchen einfachen Schwingungsbewegung entsprechenden Ton hört. Dieses von Ohm ausgesprochene Gesetz scheint mir in der That die alleraufallendste Bestätigung zu erhalten durch die Genauigkeit, mit welcher ein geübtes Ohr die theoretisch geforderten Töne zu hören im Stande ist." Diese Bestätigung liefert der oben erwähnte und schon von Brandt der Rechnung unterworfene Youngsche Versuch, den Helmholtz in folgender Weise zu weiteren Schlüssen benutzt:

„Ist l die Länge der Saite, T die Schwingungsdauer, y die Elongation des um x von der Mitte entfernten Punktes der Saite zur Zeit t, so ist

$$y = A\left\{\cos\frac{\pi x}{l}\sin\frac{2\pi t}{T} + \frac{1}{9}\cos\frac{3\pi x}{l}\sin\frac{6\pi x}{T} + \frac{1}{25}\cos\frac{5\pi x}{l}\sin\frac{10\pi t}{T} + \ldots\right\}.$$

Wenn der Grundton tief ist, hört ein etwas geübtes Ohr alle in dieser Reihe enthaltenen Obertöne selbst bis zum elften Tone der Saite, entsprechend dem Gliede $\frac{A}{121}\cos\frac{11\pi x}{l}\sin\frac{22\pi t}{T}$, dessen Amplitude nur der 121. Teil von dem des Grundtones ist. Nehmen wir an, die letztere sei ein halber Zoll (= 1,35 cm) in der Mitte der Saite, was bei hörbaren Tönen vielleicht vorkommen kann, so würde die Amplitude des elften Tones $\frac{1}{20}$ Linie (= 0,11 mm), also dem Auge nicht mehr wahrnehmbar sein. Das Ohr unterscheidet demnach in diesem Falle die kleinen Glieder, die in der Bewegung enthalten sind, genauer als das Auge. Man

[1]) G. S. Ohm, Bemerkungen über Kombinationstöne und Stöfse. (Pogg. Ann. XLVII (1839), p. 463—466.)
[2]) Pogg. Ann. XCIX, p. 523—527.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

bedenke ferner, dafs es in diesem Falle gar keinen Sinn hat, von einer Schwingung zu reden, deren Periode die Dauer von $\frac{1}{11}$ T hat, aufser insofern man die Bewegung in eine Fouriersche Reihe auflöst. Denn in Wahrheit findet sich in der Gesamtbewegung der einzelnen Saitenpunkte nichts, was in $\frac{1}{11}$ der Schwingungszeit periodisch wiederkehrte. Die Bewegung des Mittelpunktes der Saite wird nach Young als Funktion der Zeit durch eine Kurve von ganz anderer Form als die Bewegung eines jeden anderen Punktes der Saite dargestellt[1]). Erst wenn man die ersten neun Glieder der Fourierschen Reihe von der Bewegung abgezogen hat, entsteht ein Rest, der innerhalb einer Wellenlänge des Grundtones etwas von einer einmaligen periodischen Wiederkehr ähnlicher Teile zeigt. Th. Young beweist ferner, dafs, wenn man die Saite in einem der Knotenpunkte ihrer Obertöne anschlägt, das diesem Oberton entsprechende Glied der Fourierschen Reihe wegfällt. In diesem Falle verschwindet auch dem Ohre der entsprechende Oberton, was wenigstens nicht regelmäfsig der Fall sein könnte, wenn etwa das Ohr die Gesamtbewegung der Luft in andere periodische Glieder als die der Fourierschen Reihe zerlegte."

„Gegen die Annahme von Ohm hat A. Seebeck einen Steit geführt, der leider durch den Tod der beiden ausgezeichneten Physiker beendigt worden ist. Seine Einwände sind meist von der Schwierigkeit hergenommen, welche das Ohr findet, die theoretisch geforderten Obertöne wahrzunehmen, sowie davon, dafs in vielen Fällen ein Ton durch Verstärkung seiner Obertöne stärker wird."

„Indessen glaube ich, dafs, wenn man in diesem Falle genau unterscheidet, was der sinnlichen Empfindung des Hörnerven und was der physischen Thätigkeit angehört, die von ihm gefundenen Schwierigkeiten verschwinden. Wir wissen, dafs fast alle unsere Tonwerkzeuge zusammengesetzte Töne erzeugen, in denen der einfache Grundton immer mehr oder weniger stark von gewissen Obertönen begleitet ist, meist aber so, dafs der Grundton an Stärke überwiegt. Wir beurteilen deshalb auch die Höhe des ganzen zusammengesetzten Tones nur nach der Höhe des Grundtones. Im Sinne der Ohmschen Theorie müssen wir vermuten, dafs die Klangverschiedenheiten solcher Töne, welche nicht diskontinuierliche Bestandteile enthalten, von der verschiedenen Stärke ihrer Obertöne herrühren. Ich will mir deshalb hier erlauben, um die Begriffe schärfer herauszustellen, den zusammengesetzten Ton eines musikalischen Instrumentes „Klang" zu nennen und den Namen des „Tones" nur auf einfache Töne anzuwenden. Ein Klang wäre demnach also eigentlich ein Akkord mit überwiegendem Grundton, seine Stärke würde gleich der Summe der Stärke der einzelnen in ihn eintretenden Töne sein, seine Höhe gleich der Höhe seines Grundtones. Das Ohr ist nun gewöhnt, die Klänge der musikalischen Instrumente, der menschlichen Stimme u. s. w. immer in derselben Zusammensetzung wiederkehren zu hören, so dafs sie ihm zu bestimmten und bekannten Sinneswahrnehmungen werden, über deren Zusammensetzung zu reflektieren es keine Veranlassung hat, ebenso wenig, wie wir uns für gewöhnlich klarmachen, dafs die sinnliche Anschauung eines körperlich ausgedehnten Gegenstandes aus zwei verschiedenen Netzhautbildern

---

[1]) London Philos. Trans. 1800, part. I, Plate V, Fig. 33—37.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

beider Augen zusammengesetzt ist. Wir beachten die Sinnesempfindungen im gewöhnlichen Gebrauche unserer Sinne ja überhaupt nur so weit, als sie uns dienen, Gegenstände und Ereignisse der Aufsenwelt zu erkennen, und vernachlässigen, was dazu unnötig ist, in solchem Grade, dafs eine besondere, oft schwierige Übung der Aufmerksamkeit nötig ist, um dergleichen wahrzunehmen. Ich erinnere an die Doppelbilder, die Erscheinungen des blinden Flecks. So ist uns ein gewisser zusammengesetzter Ton das ausreichende sinnliche Zeichen für die Anwesenheit eines gewissen tönenden Körpers und insofern von Interesse. Die Art seiner Zusammensetzung dagegen interessiert erst den Physiker, und dieser mufs für die Wahrnehmung der Obertöne seine Aufmerksamkeit in ähnlicher Weise künstlich unterstützen, wie für die Wahrnehmung der Doppelbilder und des blinden Flecks. Ich finde, dafs für die Wahrnehmung der Obertöne keineswegs ein besonders geübtes musikalisches Ohr nötig ist, denn es hören sie auch Personen von geringer musikalischer Übung, wenn man nur passende Mittel anwendet, ihre Aufmerksamkeit auf den Ton zu lenken, der gehört werden soll. Ein geübtes musikalisches Ohr hat nur den Vorzug zu wissen, wie die Oktave, Duodezime u. s. w. des angegebenen Tones klingen mufs und wird daher den betreffenden Ton ohne weitere Hülfe finden können. Sonst kann man sich helfen, wenn man kurz vorher den zu hörenden Oberton auf dem Klaviere angiebt. Bei aushaltenden Klängen ist es ein sehr vorteilhaftes Mittel, während sie erklingen, den Oberton auf dem Klaviere anzugeben und auf sein Verklingen zu achten. Existiert nun derselbe Ton in der angegebenen Klangmasse, so scheint der Klavierton nicht vollständig zu verklingen, sondern das Ohr wird von ihm unmittelbar auf den entsprechenden Oberton übergeleitet und hält diesen für die Fortsetzung jenes. Nach dieser Methode hört man z. B. die Obertöne der Orgelpfeifen, der menschlichen Stimme, der Sirenentöne sehr gut."

„Ein zusammengesetzter Klang erscheint uns also allerdings als eine einfache Sinnesempfindung, aber wir sind im Stande, durch geeignete Leitung unserer Aufmerksamkeit verschiedene sinnliche Empfindungen in ihm zu entdecken, deren Verschmelzung und Vereinigung also, da sie durch die Aufmerksamkeit zu lösen ist, auch nicht durch die Thätigkeit der Nerven, sondern selbst nur durch physische Thätigkeit herbeigeführt sein kann. Seebeck behauptet, dafs Ohms Definition des Tones zu eng sei, dafs aufser der dem Grundton entsprechenden einfachen Wellenbewegung auch noch andere Glieder der Fourierschen Reihe die Empfindung des Grundtons verstärken könnten. Dies erscheint ganz richtig, wenn er unter Ton das versteht, was wir oben mit dem Namen „Klang" bezeichnet haben, und was für die nur durch die Übung des gewöhnlichen Lebens geschulte Aufmerksamkeit allerdings ein sinnliches Ganze ist, während die Ohmsche Definition des Tones in der That das zu bezeichnen scheint, was in der Thätigkeit der Gehörnerven das einfachste Element ist."

Helmholtz, der in so nachdrücklicher und überzeugender Weise für die Ohmsche Auffassung vom Wesen des Tones eingetreten war, zog sofort daraus wichtige Folgerungen, und zwar zunächst zur Begründung seiner Theorie der Kombinationstöne. Bisher hatte man angenommen, dafs auch beim Auftreten der Kombinationstöne die komponierenden Schwingungsbewegungen ungestört nebeneinander bestünden und mithin der Kombinationston eine rein subjektive Empfindung sei. Nach der Ohmschen Hypothese können aber diese Töne gar nicht vorkommen, so lange als eine ungestörte Superposition der primären Tonwellen in der Luft stattfindet; denn da jede periodische Funktion der Zeit nur in einer einzigen Weise durch die Fouriersche Reihe ausgedrückt werden kann, so kann auch die zusammengesetzte Bewegung mehrerer primärer Töne nur in dieselben ein-

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

fachen Wellen wieder zerlegt werden, aus denen sie zusammengesetzt worden ist — also wäre die Entstehung eines Kombinationstones unmöglich. Und so würde es auch sein, wenn diese Töne durch Annahme einer anderen Schwingungsform als der pendelartigen erklärt werden könnten. Und selbst wenn Seebecks Ansicht richtig wäre, dafs der einfache Ton durch verschiedene Schwingungsformen erzeugt werden könne, würde dieselbe mit Rücksicht auf die Kombinationstöne teils auf unbestimmte Töne, teils auf solche führen, welche mit der Erfahrung in Widerspruch stehen. Durch diese Gründe bewogen, suchte Helmholtz nach den Grundlagen einer Theorie, welche sowohl mit der Ohmschen Definition des Tones, als auch mit den bisherigen Erfahrungen über die Kombinationstöne in Übereinstimmung gebracht werden könnte. Da nun diese Töne nur beim Vorhandensein kräftiger primärer Töne deutlich hörbar sind, und da ihre Intensität rascher als jene der erregenden Töne zuzunehmen scheint, so folgerte Helmholtz, dafs die Kombinationstöne nur bei Schwingungsbewegungen von endlichen Amplituden, statt der bisher angenommenen unendlich kleinen, auftreten. Unter dieser Voraussetzung hat er nachgewiesen, dafs die Kombinationstöne als eine objektive Erscheinung zu betrachten sind.

Demnächst zeigte Helmholtz auf experimentellem Wege die Erzeugung einfacher Töne[1]), d. h. solcher Töne, welche der Schwingungsbewegung $A \sin (2 \pi m t + c)$ entsprechen. Ausgehend von der Thatsache, dafs alle tönenden elastischen Körper mehrfache Schwingungsformen annehmen können, wobei sie Töne von verschiedener Höhe hervorbringen, und dafs es im allgemeinen nicht möglich ist, dem tönenden Körper einen solchen Anstofs zur Bewegung mitzuteilen, dafs er sich nur in einer einzigen dieser Formen bewege, benutzte er zur Lösung der Aufgabe das Prinzip der Resonanz in folgender Weise: Es mögen zwei in Schwingungen versetzte elastische Körper denselben Grundton geben; der eine, der Tonerreger, möge, in Schwingungen versetzt, seine Schwingungen möglichst wenig an die Luft abgeben, während der andere, der Resonator, welcher von dem ersten in Mitschwingungen versetzt wird, so eingerichtet ist, dafs er seine Schwingungen leicht und stark der Luft mitteile. Während der Grundton beider Körper genau gleich ist, mögen sämtliche höhere Nebentöne des einen von denen des andern verschieden sein. Versetzt man nun den Tonerreger in Schwingungen, so tönt der Resonator mit, aber nur in denjenigen Tönen, welche beiden gemeinsam sind. Ist also nur der Grundton beiden gemeinsam, so wird der Resonator nur in diesem erregt werden und nur die Schwingungen des Grundtons der Luft mitteilen. Als Tonerreger wählte Helmholtz Stimmgabeln, als Resonatoren teils Monochordsaiten, teils Lufträume; und da die durch die letzteren erzeugten Töne eine gröfsere Intensität hatten, benutzte er sie vorzugsweise bei seinen Untersuchungen über die Kombinationstöne. Mit der Erzeugung einfacher Töne hatte er den von Seebeck[2]) geforderten Nachweis geliefert, dafs die Schwingungsform dieser Töne die Sinusform ist.

Die Richtigkeit seiner auf p. 26 angeführten Ansicht über die Klangverschiedenheiten solcher Töne, welche nicht diskontinuierliche Bestandteile erhalten, konnte Helmholtz zum ersten Male in einer zweiten, drei Jahre später veröffentlichten Abhandlung über die Klangfarbe der Vokale[3]) auf experimentellem Wege in einem speziellen Falle nachweisen. Er untersuchte die Vokale der menschlichen Stimme, weil sie gerade ganz charakteristische Unterschiede der Klangfarbe zeigen

---

[1]) Pogg. Ann. XCIX. p. 502—503. [2]) p. 16.

[3]) Pogg. Ann. CVIII (1859), p. 280—290. Münchener Gel. Anz. XLVIII, p. 537—51, 545—549, 553—556. (Ref. von Röber, Fortschr. d. Physik, XV, p. 172—177.)

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

und verhältnismäfsig wenig fremdartige Geräusche enthalten[1]). Zu diesem Zwecke konstruierte er einen aus acht Stimmgabeln bestehenden Apparat, zu dessen Herstellung ihm der König Maximilian von Bayern die erforderlichen Mittel in freigebigster Weise bewilligt hatte. Diese Stimmgabeln, deren Grundtöne dem grofsen B und seiner sieben harmonischen Obertöne entsprachen, wurden durch intermittierende elektrische Ströme in Schwingungen versetzt, und, um reine und starke einfache Töne zu erhalten, in nächster Nähe von Resonanzröhren aufgestellt. Um derartige Untersuchungen auch nicht musikalischen Beobachtern unter allen Umständen zu ermöglichen, machte Helmholtz, gestützt auf seine kurz zuvor entwickelte Theorie[2]) der Luftschwingungen in Röhren mit offenen Enden, hierbei zum ersten Male auf die kugeligen, mit einem Fortsatz versehenen und in den Gehörgang einsetzbaren Resonatoren aufmerksam. Indem er nun ausdrücklich absah von der verschiedenen Weise, wie die Klänge verschiedener Instrumente und Stimmen anheben oder ausklingen, ferner von den mancherlei sausenden, kratzenden, knarrenden, unregelmäfsigen Geräuschen, welche viele derselben begleiten, und die nicht eigentlich zu dem musikalischen Teile des Tones zu rechnen sind, definierte er als „musikalische Klangfarbe" des Tones den Teil der Klangfarbe, der von den genannten Nebenumständen nicht abhängt; und das Resultat seiner Untersuchungen fafste er dahin zusammen, dafs die musikalische Klangfarbe nur abhängt von der Anwesenheit und Stärke der Nebentöne, die in dem Klange enthalten sind, nicht von ihren Phasenunterschieden"[3]).

Diese letzte wichtige Thatsache, dafs die Phasenunterschiede der Stimmgabeln ohne Einflufs auf die Vokalbildung waren, bestimmte Helmholtz, eine für die weitere Entwickelung der physiologischen Akustik bedeutsame Hypothese aufzustellen. Er nahm an, dafs jede Nervenfaser des Hörnerven für die Wahrnehmung einer besonderen Tonhöhe bestimmt sei und in Erregung komme, wenn derjenige Ton das Ohr trifft, welcher der Tonhöhe des mit ihr verbundenen elastischen Gebildes (Cortisches Organ oder Borste in den Ampullen) entspricht. Danach würde sich die Empfindung verschiedener Klangfarben darauf reduzieren, dafs gleichzeitig mit der Faser, welche den Grundton empfindet, gewisse andere in Erregung gesetzt werden, welche den Nebentönen entsprechen. Diese einfache Erklärung würde nicht gegeben werden können, wenn die Phasenunterschiede der tieferen Nebentöne in Betracht kämen.

Welche wichtige Folgerungen hatte das Genie eines Helmholtz in so kurzer Zeit aus der Ohmschen Theorie gezogen, nachdem er sich von der Richtigkeit derselben überzeugt hatte! Den zwischen Ohm und Seebeck geführten Streit aber entschied er mit folgenden Worten[4]): „Läfst man alles, was Seebeck in dem Streite mit Ohm behauptet hat, vom Klange gelten, und was Ohm behauptet hat, vom Tone, so sind beide ausgezeichnete Akustiker mit ihren Behauptungen im Rechte, und beide Behauptungen können ungestört nebeneinander bestehen."

Dafs den Helmholtzschen Untersuchungen und Schlüssen trotz ihrer Schärfe und Evidenz doch nicht ohne weiteres von den Anhängern der Seebeckschen Theorie zugestimmt wurde, bewies

---

[1]) Diese Erkenntnis dürfte auch Cagniard de la Tour bewogen haben, bei seinen Sirenenversuchen über die Natur des Klanges sein Augenmerk auf die menschliche Stimme zu richten. cfr. Teil I, p. 17.

[2]) Crelle Journal LVII (1859), p. 1—72.

[3]) Die Phasenunterschiede der nach der optischen Methode von Lissajous kontrollierten Stimmgabeln brachte Helmholtz auf verschiedene Weise hervor: entweder durch Umkehrung der Stromrichtung oder durch Verstimmen der Gabeln mit aufgeklebtem Wachs oder durch teilweisen Verschlufs der Resonanzröhren.

[4]) Pogg. Ann. CVIII, p. 283.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

beispielsweise der schon früher erwähnte Physiker W. Roeber[1]), dessen Ansichten über das Wesen des Tones ja teilweise Ohm zur Abfassung seiner Abhandlung über die Sirene veranlafst hatten. Bei der Besprechung der Arbeit über die Kombinationstöne vertrat Roeber, ohne auf die von Helmholtz gegebene Definition von Ton und Klang einzugehen, noch voll und ganz den Seebeckschen Standpunkt[2]), indem er es als eine unbestreitbare Erfahrungsthatsache hinstellte, dafs periodisch wiederkehrende, identische oder analoge Impulse von ganz beliebiger Form, wenn sie nur schnell genug aufeinander folgen, die Empfindung eines „Tones" erzeugen; und wenn auch die kleinen Schwingungen elastischer Körper sich der Sinusform näherten, so folge doch aus der ausnahmslosen Entstehung der Töne durch beliebige Impulse, dafs diese Form zur Erzeugung der Töne nicht notwendig sei. Dafs von diesem Standpunkte aus Roeber der Helmholtzschen Theorie der Kombinationstöne, deren Bedeutsamkeit er immerhin anerkannte, nicht beipflichten konnte, ist ganz erklärlich. In seinem Referate über die Klangfarbe der Vokale[3]) hob er allerdings den Unterschied zwischen Ton und Klang hervor, jedoch knüpfte er hieran folgende Bemerkungen:

„Einerseits geben die Glieder der Fourierschen Reihe zuweilen, wie Seebeck bei der Tonbildung durch getrennte Luftstöfse gezeigt hat, Töne an, die nicht gehört werden. Andererseits kann die Fouriersche Reihe nicht immer das ausdrücken, was man hört. So giebt sie z. B. bei den beiden Tönen $a \sin 2\pi \cdot 6t$ und $b \sin 2\pi \cdot 7t$, die etwa g' und b' sind, wenn die Zeiteinheit $\frac{1}{66}$ Sekunde ist, nicht den ersten Kombinationston C, der doch offenbar ebenso aus dem Zusammentreffen der beiden Wellenzüge entsteht wie die Stöfse, sondern nur die beiden Elementartöne. Nur dann geben nach unserer Ansicht die höheren Glieder der Fourierschen Reihe die begleitenden Obertöne eines schwingenden Körpers, wenn, wie bei einer Saite oder einer Luftsäule, diese unabhängig von einander sind und jeder für sich allein bestehen kann, nicht aber, wenn wie bei gröfseren Pendelschwingungen, die Zerlegung der Bewegung in einfache Schwingungen von der Form $a \sin (2\pi n t + c)$, um uns eines Ausdrucks des Herrn Helmholtz zu bedienen, nur eine „mathematische Fiktion"[4]) ist. Diese Frage hängt nun allerdings mit der Aufgabe, die Bedingungen der Vokalbildung aufzusuchen, wesentlich zusammen. Nach der Helmholtzschen Ansicht mufs sich jeder Vokal von der Höhe n in die einfachen Töne n, 2n, 3n u. s. w. zerlegen lassen, und es handelt sich nun darum, die relative Intensität der einzelnen Töne und ihre etwaigen Phasenverhältnisse aufzufinden. Nach der entgegenstehenden Ansicht würde jedoch die Bildung der Vokale, aufser durch das Mitklingen der Töne 2n, 3n u. s. w. auch durch das Auftreten anderer Töne (nach Willis eines für jeden Vokal bestimmten Tones), und vielleicht noch durch solche Wellenformen bedingt sein können, welche sich physikalisch nicht in einfache Töne von der Form $a \sin (2\pi n t + c)$ zerlegen lassen."

---

[1]) II. Teil, p. 4. [2]) Fortschr. d. Physik, XII (1859), p. 213—216.

[3]) Fortschr. d. Physik, XV (1861), p. 173.

[4]) Helmholtz gebrauchte diesen Ausdruck in folgender Verbindung (Pogg. Ann. CVIII, p. 281): „In allen solchen Fällen, wo die Form der Bewegung des tönenden Körpers theoretisch vollständig gefunden werden kann" — z. B. bei dem Youngschen Versuche mit der gezupften Saite — „und wo man sich diese Bewegung mathematisch als eine Summe von solchen Sinusgliedern dargestellt hat, hört das Ohr bei gehöriger Aufmerksamkeit in der That die Töne von n, 2n, 3n u. s. w. Schwingungen, obgleich es in allen den Fällen, wo eine solche Luftbewegung nicht wirklich von verschiedenen Tonquellen her hervorgerufen ist, eben nur eine „mathematische Fiktion" ist, dafs eine Anzahl von einfachen pendelartigen Schwingungen der Luftteilchen nebeneinander existieren."

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Einwände und Argumentationen, wie die eben angeführten, konnten der Ohmschen Hypothese den endgiltigen Sieg nicht mehr streitig machen. Und als Helmholtz im Jahre 1862 sein klassisches Werk: „Die Lehre von den Tonempfindungen", in welchem er die in seinen beiden oben erwähnten Abhandlungen niedergelegten Ansichten weiter ausführte und fester begründete, veröffentlicht hatte, da verstummten die Einwände der Anhänger Seebecks für immer. Nicht weniger als die beiden ganzen ersten Abteilungen, etwa zwei Drittel des ganzen Werkes, sind dem Nachweise der Richtigkeit der Ohmschen Ansicht und der von Helmholtz daraus gezogenen Folgerungen gewidmet. Im vierten Abschnitt, welcher von der Zerlegung der Klänge durch das Ohr handelt, geht Helmholtz auf den Ohm-Seebeckschen Streit speziell ein und beleuchtet hier noch einmal möglichst vollständig die Schwierigkeiten bei der Wahrnehmung der Obertöne, Schwierigkeiten, welche den damit nicht vertrauten Seebeck, „einen in akustischen Versuchen und Beobtungen ausgezeichnet gewandten Forscher", doch zum Beharren auf seinem Standpunkte und zu einem immer mehr sich erweiternden Ausbauen seiner eines festen Abschlusses schliefslich entbehrenden Theorie zwangen. Nachdem Helmholtz bewiesen hatte, dafs diese Schwierigkeiten auf einer gemeinsamen Eigentümlichkeit aller menschlichen Sinneswahrnehmungen beruhen, gelangte er zu folgenden Resultaten:

1) Die Obertöne, welche den gemeinsamen Schwingungen einer zusammengesetzten Luftbewegung entsprechen, werden empfunden (perzipiert), wenn sie auch nicht immer zur bewufsten Wahrnehmung kommen (apperzipiert werden).

2) Die Obertöne können auch ohne andere Hülfe, als eine zweckmäfsige Leitung der Aufmerksamkeit, zur bewufsten Wahrnehmung gebracht werden.

3) Die Obertöne erweisen aber auch in dem Falle, wo sie nicht isoliert wahrgenommen werden, sondern in die ganze Klangmasse verschmelzen, doch ihre Existenz in der Empfindung durch die Veränderung der Klangfarbe, wobei sich namentlich auch der Eindruck ihrer gröfseren Tonhöhe in charakteristischer Weise dadurch äufsert, dafs die Klangfarbe heller und höher erscheint.

Hatte Helmholtz in seiner Abhandlung vom Jahre 1859 nur die Ergebnisse seiner Untersuchungen über die Klangfarbe der Vokale veröffentlicht, so machte er jetzt in seinem grofsen Werke die Physiker mit den Resultaten seiner Arbeiten über die Klangfarbe der Töne aller musikalischen Instrumente bekannt. Indem er sich sowohl der Methode der Analyse als auch der Methode der Synthese bediente, zeigte er unwiderleglich, dafs seine Erklärung der Klangfarbe der Vokale für Klangfarben aller musikalischen Töne gültig sei. Eine besondere Beachtung verdient die von Helmholtz nachgewiesene Thatsache, dafs Töne von der Schwingungsform $a \sin(2\pi n t + c)$ von den Tonerregern im allgemeinen gar nicht hervorgebracht werden, sondern erst auf künstliche Weise erzeugt werden müssen; damit bestätigte er die allgemeine Richtigkeit der speziellen Behauptung Seebecks[1]), dafs die Taylorsche Form der Saitenschwingung gar nicht existiere. Da aber damit zugleich gezeigt worden war, dafs bei jeder mit der Ohmschen engeren Definition nicht übereinstimmenden Wellenform Obertöne vorhanden sind, so war dadurch die wichtigste Forderung erfüllt, welche Seebeck[2]) gestellt hatte, um sich von der Notwendigkeit der engeren Definition überzeugt halten zu dürfen.

Der Sieg war für Ohm entschieden! Die Ohm-Helmholtzschen Arbeiten bilden das Funda-

---

[1]) p. 15. [2]) p. 16.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

ment der modernen Tonlehre. Man definiert jetzt als „Ton“ den Eindruck einer pendelartigen Schwingung auf das Ohr, als „Klang“ den Eindruck jeder beliebigen periodischen Luftbewegung auf das Ohr. Und die physikalische Erklärung aller Erscheinungen in dem Reiche der Töne beruht auf der von Helmholtz in folgender Fassung formulierten Ohmschen Regel[1]): „Jede Schwingungsbewegung der Luft im Gehörgange, welche einem musikalischen Klange entspricht, kann immer, und jedesmal nur in einer einzigen Weise, dargestellt werden als die Summe einer Anzahl einfacher schwingender Bewegungen, welche Teiltönen dieses Klanges entsprechen.“

Die vorliegende Darstellung des Streites über die Definition des Tones hat einen weit gröfseren Umfang angenommen, als der Verfasser ursprünglich beabsichtigt hatte. Ausschlaggebend waren schliefslich drei Gründe: erstens zu zeigen, dafs bei der gegebenen Natur des Problems dasselbe auf rein experimentellem Wege voraussichtlich niemals gelöst worden wäre; zweitens denjenigen Fachgenossen, welche sich für die Geschichte der Physik interessieren, eine quellenmäfsige Darstellung einer der wichtigsten Perioden aus der Entwickelungsgeschichte der Akustik zu liefern; und drittens das Verdienst eines so genialen Physikers, wie Ohm, besonders hervorzuheben, als desjenigen Forschers, welcher die durch reine Intuition gewonnene Vorstellung vom Wesen des Tones in solche Formeln gekleidet hatte, dafs ihre glänzende experimentelle Bestätigung nicht lange auf sich warten liefs.

Schliefslich möchte der Verfasser noch bemerken, dafs er in der nächsten Fortsetzung seine Monographie der Sirenen zu beendigen hofft.

---

[1]) Tonempfindungen, 2. Aufl., p. 56.

Druck von W. Pormetter in Berlin.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

ment der modernen Tonlehre. Man definiert jetzt als „Ton“ den Eindruck einer pendelartigen Schwingung auf das Ohr [illegible] bigen periodischen Luftbewegung auf das Ohr. Und die [illegible] gen in dem Reiche der Töne beruht auf der von Helm[illegible] Ohmschen Regel[1]): „Jede Schwingungsbewegung d[illegible] musikalischen Klange entspricht, kann immer, und jedesm[illegible] ellt werden als die Summe einer Anzahl einfacher schwin[illegible] ses Klanges entsprechen.“

Die vorliegende [illegible] nition des Tones hat einen weit gröfseren Umfang angen[illegible] absichtigt hatte. Ausschlaggebend waren schliefslich drei [illegible] r gegebenen Natur des Problems dasselbe auf rein experi[illegible] elöst worden wäre; zweitens denjenigen Fachgenossen, w[illegible] interessieren, eine quellenmäfsige Darstellung einer der wi[illegible] geschichte der Akustik zu liefern; und drittens das Verdie[illegible] m, besonders hervorzuheben, als desjenigen Forschers, we[illegible] Vorstellung vom Wesen des Tones in solche Formeln gekle[illegible] ntelle Bestätigung nicht lange auf sich warten liefs.

Schliefslich möc[illegible] er in der nächsten Fortsetzung seine Monographie der [illegible]

---

[1]) Tonempfindunger[illegible]

Grauskala #13 B.I.G.
A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19
C Y M

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf