man noch augenblicklich mit der Messung eines Bogens des 52ten Parallelkreises beschäftigt, welcher zwischen Orsk in Sibirien und Valentia in Irland nicht weniger als 69^0 umfaßt.

Außer der Ausmessung eines solchen Bogens durch irgend ein Längenmaaß ist es noch nöthig, denselben nach seiner Größe in Graden zu kennen. Diese Größe ist gleich der Differenz der geographischen Längen beider Endpunkte, diese wiederum gleich der Differenz der Ortszeiten, die in bekannter Weise, am besten mit Hülfe der elektrischen Telegraphen, bestimmt wird und sich mit der größten Genauigkeit bis auf Bruchtheile der Zeitsekunde finden läßt. Bei großen Entfernungen wird diese Bestimmung vorgenommen mit Hülfe von Zwischenstationen, die natürlich nicht auf demselben Breitengrade zu liegen brauchen, und welche so gelegen sind, daß sie eine direkte telegraphische Verbindung gestatten, z. B. Valentia-Greenwich, Greenwich-Bonn, Bonn-Berlin, Berlin-Königsberg u. s. w.

II. Bestimmung der Gestalt der Erde.

Es wurde bisher vorausgesetzt, daß die Erde die Gestalt einer Kugel habe. Dies ist jedoch nicht genau der Fall, sie hat vielmehr die Form einer abgeplatteten Kugel, eines Sphäroid's, so zwar, daß der Durchmesser durch die Pole kleiner ist, als der Durchmesser des Aequators. Der Unterschied ist jedoch so gering, daß z. B. bei unseren Erdgloben von circa 15 Centim. Durchmesser die Erdaxe nur $\frac{1}{2}$ Millim. kleiner sein müßte als der Durchmesser des Aequators.

Wenn man also durch die Erdaxe eine Ebene legt, so schneidet diese die Oberfläche der Erde nicht in einem Kreise, sondern in einer Ellipse, einer krummen Linie, deren Haupteigenschaften kurz betrachtet werden sollen.

Die Ellipse (Fig. 2) wird gewöhnlich so construirt, daß man 2 Punkte F und F' durch feste Stifte bezeichnet, um diese Stifte einen geschlossenen Faden schlingt und einen Bleistift, welcher den Faden anspannt, um die beiden Stifte herumführt. Es folgt hieraus, daß, wenn man einen beliebigen Punkt M der Ellipse mit F und F' verbindet, $MF + MF'$ eine constante Größe ist, da sie um FF' kleiner ist als die unveränderliche Länge des geschlossenen Fadens. Die Ellipse ist also eine Curve von der Eigenschaft, daß die Summe der Entfernungen eines beliebigen Punktes derselben von 2 festen Punkten eine constante Größe ist.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Schneidet die Verbindungslinie von F und F′ die Ellipse in A und B, so heißt AB ihre große Axe, ist O Mittelpunkt von AB und ist CD ⊥ AB durch O, so ist CD die kleine Axe. F und F′ heißen Brennpunkte der Ellipse. Da nach der Definition der Ellipse $FA + F'A = FF' + 2AF = FF' + 2F'B$, so folgt $AF = F'B$. Da ferner $FC + F'C = 2FC$ (O ist auch Mittelpunkt von FF′) $= AF + AF' = 2AF + FF' = 2(AF + FO) = 2AO$, so ist $CF = AO$. Bei einer gegebenen Ellipse findet man also die Brennpunkte, indem man von einem Endpunkte der kleinen Axe mit der halben großen Axe einen Bogen beschreibt. Derselbe schneidet die große Axe in den Brennpunkten. Das Verhältniß $\frac{FO}{AO} = \frac{FO}{FC} = \sin FCO$ heißt Excentricität der Ellipse.

Da im Folgenden mehrfach von den Tangenten der Ellipse die Rede ist, so soll die Construction einer solchen für einen beliebigen Punkt M derselben angeführt werden. Verbindet man M mit den Brennpunkten F und F′, halbirt durch GM den Winkel FMF′ und zieht durch M die RS ⊥ MG, so ist RS in M Tangente. Hätte RS noch einen zweiten Punkt, etwa T′ mit der Ellipse gemein, so müßte $T'F + T'F' = FM + F'M$ sein. Verlängert man F′M um $F''M = FM$ und zieht F″F und T′F″, so ist in dem gleichschenkeligen Dreiecke F″MF die MT Mittelsenkrechte,[1]) also $FT = F''T$. Da nun auch $FT' = F''T'$ sein muß, so müßte $F''T' + T'F' = F''F'$ sein, was nicht möglich ist.

Die Linie (GM), welche zur Tangente in deren Berührungspunkt senkrecht gezogen wird, führt den Namen: Normale. Auf der Erdoberfläche würde dieselbe der Vertikalen oder der Lothlinie entsprechen. Man sieht leicht ein, daß dieselbe nur dann durch den Mittelpunkt O geht, wenn M mit A, B, C oder D zusammenfällt.

Die Ellipse ist nicht, wie der Kreis, eine gleichmäßig gekrümmte Curve; ihre Krümmung nimmt vielmehr immer mehr ab, der Bogen wird immer flacher, jemehr man sich den Endpunkten der kleinen Axe nähert. In diesen ist die Krümmung am geringsten, in den Endpunkten der großen Axe am größten. Denkt man sich durch 3 nahe zusammenliegende Punkte der Ellipse einen Kreis gelegt, so wird zwischen diesen Punkten der Kreis mit der Ellipse zusammenfallen,

1) Eine Linie, senkrecht zur Halbirungslinie eines Winkels durch dessen Scheitel gezogen, halbirt den Nebenwinkel.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

und man hat in der Größe des zugehörigen Kreisradius ein Maaß für die Krümmung der Ellipse an dieser Stelle. Je größer die Krümmung, desto kleiner ist der Kreisradius, und umgekehrt.

Fallen Kreis und Ellipse zwischen 3 benachbarten Punkten vollständig zusammen, so müssen an dieser Stelle Kreis und Ellipse dieselben Tangenten, also auch dieselben Normalen haben, und da beim Kreise Normalen und Radien zusammenfallen, so ist es leicht, mit Hülfe der Construction von Normalen an die Ellipse den Mittelpunkt des an beliebige Punkte derselben sich anschmiegenden Kreises zu finden. Der Kreis heißt Krümmungskreis, sein Radius Krümmungsradius. Der Krümmungsradius muß, da die Krümmung der Ellipse von den Endpunkten der großen Axe bis zu denen der kleinen allmälig abnimmt, zwischen diesen Gränzen allmälig zunehmen.

Im vorigen Abschnitte wurde gezeigt, wie man auf einem Erdmeridian die Länge eines Grades bestimmen kann. Geschieht dies in der Nähe des Aequators und ist z. B. (Fig. 2) BL ein solcher Bogen, so muß der von den beiden Normalen BN und LN eingeschlossene Winkel $BNL = 1^0$ sein. Ist ebenso in der Nähe des Poles der Bogen HC als zu einem Grade gehörig bestimmt, so muß auch dort der Winkel der zugehörigen Normalen, $HKC = 1^0$ sein. Hat nun die Erde die Gestalt eines Sphäroids, sind also die Meridiane Ellipsen, deren kleine Axe mit der Erdaxe zusammenfällt, so müssen die Krümmungsradien HK und LN verschiedene Länge haben, es muß $HK > LN$ sein. Man kann nun HKC und LNB als Kreissectoren von gleichem Centriwinkel über verschiedenen Radien betrachten. Es ist also:

$$HK : LN = HC : LB$$

Es muß der Bogen $HC > LB$ sein.

Wird also auf einem Sphäroid die Länge eines Grades bestimmt in der Nähe der großen Axe und in der Nähe der kleinen, so muß ersterer kleiner gefunden werden als letzterer. Man kann daher aus der gemessenen Länge eines Grades in der Nähe der beiden Axen die zugehörigen Krümmungsradien, und aus diesen die Gestalt der Ellipse bestimmen.

Bei den Gradmessungen, die zu diesem Zwecke angestellt wurden, hat man in der That einen solchen Unterschied in den Gradlängen gefunden. In Peru fand man die Länge eines Grades zu 110582 Meter, in Lappland zu 111477 Meter. Die Grade sind also in der Nähe des Poles am größten, folglich ist die Erde ein Sphäroid, dessen kleine Axe mit der Erdaxe zusammenfällt.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Die Bestimmung der Größe und Gestalt der Erde hat in neuerer Zeit noch an Interesse gewonnen, weil die Maaßeinheit, das Meter, von der Erde entnommen ist. Es soll nämlich das Meter gleich $\frac{1}{40 \text{ Mill.}}$ eines Meridians oder gleich $\frac{1}{10 \text{ Mill.}}$ des Erdmeridianquadranten sein. Eine neue Berechnung der bisher angestellten Gradmessungen, womit zugleich eine sorgfältige Vergleichung der zur Messung verwandten Normalmaaße verbunden war, hat ergeben, daß die zur Zeit der französischen Revolution bestimmte Länge des Meters nicht ganz genau ist. In Einheiten dieses Normalmaaßstabes würde die Länge des Erdmeridianquadranten nicht, wie erforderlich, gleich 10000000, sondern gleich 10001888 sein. Das Normalmaaß ist also um beinahe $\frac{2}{10}$ Millimeter zu klein. Trotzdem hat man auch in Deutschland dieses an und für sich fehlerhafte Normalmaaß angenommen, und zwar mit Recht, denn der Werth des Metermaaßes liegt nicht in seinem einfachen Verhältniß zum Erdmeridianquadranten, sondern darin, daß in dem darauf fußenden Maaß- und Gewichtssystem die Einheiten für Flächenmaaß, Cubikmaaß, Hohlmaaß und Gewicht in sehr einfacher Weise mit dem Meter zusammenhangen. Auch war dasselbe, mit dem angegebenen Fehler behaftet, schon in anderen Staaten eingeführt, und es wurde somit durch den Anschluß Deutschlands zur Einführung eines internationalen Maaßes ein neuer, großer Schritt gemacht. Was hätte es schließlich auch genutzt, wenn sich alle Staaten, in denen das Meter schon eingeführt war, dazu entschlossen hätten, das Normalmaaß in der angegebenen Weise zu vergrößern? Neue Gradmessungen würden bei der stets fortschreitenden Vervollkommnung der Meßinstrumente und Beobachtungsmethoden ohne Zweifel wieder neue Fehler aufdecken, und man würde dann entweder doch ein fehlerhaftes Maaß beibehalten müssen, oder man müßte dasselbe von Zeit zu Zeit verbessern und damit das ganze Maaß- und Gewichtssystem, welches mit demselben innig zusammenhängt.

III. Bestimmung der Entfernung des Mondes, der Sonne und der Planeten.

Die Bestimmung von Entfernungen der Himmelskörper kann selbstverständlich nur durch Berechnung geschehen. Es läßt sich jedoch bei diesen Berechnungen kein

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf