§ 2. Temperierte Stimmung.

Der letzte Satz des vorigen Paragraphen ist natürlich nur in erster Annäherung richtig. Beim Aufbau der Durtonleiter zeigt sich, dafs nicht alle Intervalle rein sind, dafs man also entweder viel mehr Tonstufen braucht, um in allen Tonarten rein spielen zu können, oder dafs es nötig ist, die innerhalb der Oktave liegenden Intervalle etwas abzuändern, *die Stimmung zu temperieren* [1]).

Wie diese Temperatur auszuführen ist, ergiebt sich dann einfach daraus, dafs die 12 halben Töne, die man bei der Aufstellung der verschiedenen Tonleitern innerhalb der Oktave gefunden hat, alle gleich grofs sein müssen, wodurch sich für das Intervall x des temperierten halben Tones die Gleichung $x^{12} = 2$ ergiebt. Eine Bestätigung dafür liefert dann der sogenannte Quintenzirkel. Denn da 12 temperierte Quinten gleich 7 Oktaven sind, so ist das Intervall der temperierten Quinte gleich $\sqrt[12]{2^7}$. Derselbe Wert ergiebt sich aber mit Hülfe der ersten Gleichung aus dem Umstande, dafs die Quinte aus 7 halben Tönen besteht. Kann man auch auf einem kleinen Harmonium den Quintenzirkel nicht vollständig durchlaufen, so ist doch für ihn und die anderen eben besprochenen Überlegungen die stete Veranschaulichung von grofsem Nutzen.

Aus der Gleichung $x^{12} = 2$ folgen die bekannten Verhältniszahlen für die temperierten Intervalle:

kleine Sekunde	cis—des	1,059 46
grofse Sekunde	d	1,122 46
kleine Terz	dis—es	1,189 21
grofse Terz	e—fes	1,259 92
Quarte	eis—f	1,334 84
übermäfsige Quarte	fis—ges	1,414 21
Quinte	g	1,498 31
kleine Sexte	gis—as	1,587 40
grofse Sexte	a	1,681 79
kleine Septime	ais—b	1,781 80
grofse Septime	h—ces	1,887 75

Die Abweichung der temperierten Stimmung von der reinen, die bei den rasch verklingenden Tönen eines Klaviers selbst für ein feineres Gehör wenig auffällig ist, kann beim Harmonium auch für wenig geschulte Ohren unzweifelhaft festgestellt werden, was mir besonders deswegen wertvoll erscheint, weil die sich daran anknüpfenden Betrachtungen, so wichtig und interessant sie auch sind, doch nur bei wenigen Schülern auf fruchtbaren Boden fallen werden, wenn die Sache nur theoretisch behandelt werden kann. Werden aber die verschiedenen Intervalle, nachdem die Theorie besprochen ist, nun noch einmal genauer geprüft, so hört auch der Unmusikalische deutlich, dafs die Quarten und Quinten, noch mehr aber die Terzen und Sexten unrein sind.

---

[1]) Die Thatsache, dafs die Quinte d—a und die kleine Terz d—f der c-Durtonleiter unrein und dafs die beiden ganzen Töne c—d und d—e verschieden sind, scheint mir völlig ausreichend, die Notwendigkeit der temperierten Stimmung zu beweisen. Geht doch daraus sofort hervor, dafs die d-Durtonleiter nicht den Ton e als Sekunde oder den Ton a als Quinte enthalten könnte.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Um den Grad der Abweichung zu untersuchen, scheint es mir aber vorteilhaft, nicht wie es in den Lehrbüchern vielfach geschieht, nur mit den Verhältniszahlen, sondern mit den absoluten Schwingungszahlen zu arbeiten. Denn ebenso grundlegend wie für die Intervalle selbst die Verhältniszahlen sind, ist für ihre Unreinheit die Differenz der Schwingungszahlen unmittelbar mafsgebend. Allerdings können bei gegebener Tonhöhe aus den abweichenden Verhältniszahlen jene Differenzen berechnet werden, aber einen direkten Mafsstab geben nur die letzteren.

Um für diese Betrachtungen eine sichere Grundlage zu gewinnen, habe ich die beiden in unserem Kabinette befindlichen c'-Stimmgabeln von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt prüfen und berichtigen lassen[1]); nach diesen Stimmgabeln wurde das Harmonium gestimmt. Durch eine leichte Rechnung, bei der übrigens 5-stellige Logarithmen schon eine hinreichende Genauigkeit ergeben, erhält man dann für die c'-Tonleiter folgende Zahlen:

	temperiert	rein
c'	256	256
cis'	271,22	—
d'	287,35	288
es'	304,43	307,2
e'	322,53	320
f'	341,71	341,33
fis'	362,03	—
g'	383,56	384
as'	406,36	—
a'	430,52	426,67
b'	456,12	—
h'	483,24	480

Durch diese Tabelle werden dann die Beobachtungen bestätigt. Man sieht, dafs die temperierte Quinte g' gegen die reine um weniger als $^1/_2$ Schwingung zu tief ist, während die temperierte Quarte f' gegen die reine um etwa ebensoviel zu hoch ist. Dagegen ist die temperierte grofse Terz e' um $2^1/_2$ Schwingung zu hoch, die temperierte kleine Terz es' um beinahe 3 Schwingungen zu tief und die temperierte Sexte a' fast 4 Schwingungen zu hoch. Die komplementären Intervalle g'—c'', f'—c'', e'—c'', es'—c'', a'—c'' weichen dann nach der entgegengesetzten Seite ab, so dafs von den schon vorgekommenen Intervallen die Quarte wieder zu grofs, die Quinte zu klein, die grofse Sexte zu grofs, die kleine Terz zu klein wird; die neu hinzukommende kleine Sexte e'—c'' ist zu klein.

Besonders störend wirkt natürlich diese Unreinheit bei mehrstimmigen Akkorden; so ist z. B. der vierstimmige Grundakkord c—g—e'—c'' wegen der darin enthaltenen Sexten g—e', e'—c'' so unruhig, dafs er bei längerem Aushalten geradezu unangenehm wird. In neuerer Zeit hat man diesem Übelstande wieder mehr Aufmerksamkeit geschenkt, und durch den geistreichen Gedanken des japanischen Gelehrten Dr. Tanaka, eine mechanische Transposition einzurichten, ist die Möglichkeit einer praktischen Verwendung rein gestimmter Orgeln wesentlich erleichtert.

---

[1]) Es stellte sich dabei heraus, dafs sie statt der angegebenen Zahl von 256 Schwingungen deren 258 resp. 257,7 machten.

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf

Im Anschlufs an die oben aufgestellte Tabelle ergiebt sich dann weiter, dafs, wenn man zu niedrigeren Oktaven hinabsteigt, die Differenzen zwischen den reinen und temperierten Intervallen immer kleiner werden, beim Aufsteigen zu höheren Oktaven aber immer gröfser. Aus diesem Umstande kann man den Schlufs ziehen, dafs die Unreinheit der temperierten Stimmung nicht in allen Tonlagen gleich bemerkbar ist, während es bei blofser Betrachtung der Verhältniszahlen scheinen könnte, als ob jene Abweichung überall dieselbe ist. Allerdings ist der erstere Schlufs nur qualitativ ohne weiteres richtig, und man kann nicht allgemein folgern, dafs der Mangel an Reinheit sich in jeder höheren Oktave immer stärker geltend macht. Vielmehr ist diese Quantitätsbetrachtung nur für die mittleren Oktaven berechtigt, worauf weiter unten bei den Schwebungen noch einmal zurückzukommen sein wird.

§ 3. Absolute Schwingungszahl.

Wenn bei den früheren Betrachtungen die Schwingungszahl des Tones c′ gleich 256 angenommen wurde, so wird es sich weiter darum handeln, diese Zahl womöglich durch den Versuch als thatsächlich vorhanden festzustellen, wozu eine Sirene mit Zählwerk am meisten geeignet ist, die daher wohl in keinem besseren Kabinette fehlen dürfte. Die Bestimmung der absoluten Schwingungszahl mit Hülfe dieses Apparates ist nämlich darum besonders interessant, weil sie zu den wenigen messenden Versuchen gehört, bei denen die Schüler selbstthätig mitarbeiten. Ist es doch ein Mangel auf den Universitäten, und wie viel mehr auf den Schulen, dafs die Lernenden bei der Mehrzahl der physikalischen Versuche sich nur rezeptiv verhalten, dafs ihnen im günstigsten Falle die Versuche nur gezeigt werden, während sie die eigentliche Arbeit des Physikers, das Beobachten und Messen, nur selten mit ausführen können. Wohl ist in letzter Zeit bei dem regen Interesse, welches dem Gegenstande gewidmet wird, mancher zweckmäfsige Demonstrationsapparat konstruiert worden; doch es liegt in der Natur der Sache, dafs es sich dabei meist nur um die Qualität der Vorgänge, nicht um eigentliche Messungen handeln kann. Wie man aber nach dem französischen Sprüchworte nur durch Schmieden ein Schmied wird, so können jene wichtigsten Arbeiten des Physikers, das Beobachten und Messen, eben auch nur gelernt werden, wenn sie thatsächlich mit ausgeführt werden. Und nicht nur um die Erwerbung jener Fähigkeiten handelt es sich dabei (denn für wenige Schüler ist das an und für sich besonders wichtig), sondern um die Erweckung und Erhaltung des Interesses, ohne welches, wenn man auch nur das nächste Ziel ins Auge fassen wollte, nicht einmal das der Schule zugewiesene Pensum befriedigend zu Ende geführt werden kann.

Um nun die Bestimmung der absoluten Schwingungszahl auszuführen, ist es nötig einen starken und gleichmäfsigen Ton zu haben, mit welchem der Ton der Sirene verglichen werden soll. Eine grofse Stimmgabel mit Resonanzkasten könnte dazu gebraucht werden, müfste doch aber wiederholt angestrichen werden, wodurch die Sicherheit in der Vergleichung und die Beobachtung einigermafsen beeinträchtigt würde. Eine Orgelpfeife wäre ja an sich sehr gut geeignet, doch hat man nachher keine Kontrolle über den Ausfall des Experimentes. Das Harmonium dagegen liefert nicht nur einen sehr gleichmäfsigen lauten Ton, der starke Schwebungen ergiebt, wenn er von dem Sirenentone abweicht, sondern man weifs auch immer, wenn seine Stimmung bekannt ist, wie viel Schwingungen der betreffende Ton macht, so dafs ein Urteil über das Gelingen des Versuches möglich ist, das man gerade hier nicht zu scheuen braucht, da man recht

Universitäts- und
Landesbibliothek Düsseldorf