§ 5. Abkürzende Schreibweisen.

In den vorhergehenden Beispielen muss fortgesetzt der Exponent 100000 — abgekürzt W — hingeschrieben werden, der zu Anfang jeder Aufgabe eingeführt, am Schlusse aber wieder ausgemerzt wird. Diese ewige Wiederholung ist lästig. Man hat sie auf folgende Art vermieden:

Statt zu schreiben

$$2{,}347^{W} = 10^{37033}$$

kann man auch schreiben:

$$2{,}347^{W} = 10^{0{,}37033W}.$$

Indem man nun hier ebenso wie am Schlusse jedes der früheren Beispiele beiderseits den Exponenten W fortlässt, erhält man:

$$2{,}347 = 10^{0{,}37033}.$$

Aber bei dieser Schreibweise ist wohl zu bemerken, dass ein Bruch-Exponent eigentlich gar keinen Sinn hat, sondern dass sich bloss um eine abgekürzte Schreibung für die vorhergehende Gleichung handelt. [Genau so ist bekanntlich $\sqrt[n]{a}$ eine abgekürzte Schreibweise für die unbekannte Grundzahl x der Potenzgleichung $x^n = a$].

Dieselbe Abkürzung, angewandt auf 234,7 und 0,2347, ergiebt folgendes:

a) Es war nach § 4, 1, Beispiel a)

$$\begin{aligned} 234{,}7^{W} &= 10^{2W + 37033}. \\ &= 10^{2W + 0{,}37033W} \\ &= 10^{(2 + 0{,}37033).W} \\ \hline 234{,}7 &= 10^{2 + 0{,}37033} \end{aligned}$$

b) Es war nach § 4, 1, Beispiel b)

$$\begin{aligned} 0{,}2347^{W} &= 10^{37033-W} \\ &= 10^{0{,}37033W-W} \\ &= 10^{(0{,}37033-1)W} \\ \hline 0{,}2347 &= 10^{0{,}37033-1} \end{aligned}$$

Diese abkürzenden Schreibweisen sind nun allgemein ebenso in Gebrauch, wie die $\sqrt{}$-Zeichen; und man nennt bei Benutzung dieser neuen Schreibweise

	0,37033	den gemeinen [oder Briggischen] fünfstelligen Logarithmus						von 2,347
2 +	0,37033	„	„	„	„	„	„	„ 234,7
	0,37033—1	„	„	„	„	„	„	„ 0,2347.

Folgerungen aus diesen Beispielen:

1) Erklärung: „Unter dem gemeinen fünfstelligen Logarithmus einer Zahl versteht man den auf 5 Dezimalstellen angegebenen Exponenten derjenigen Potenz der Grundzahl 10, deren Wert der gegebenen Zahl möglichst nahe kommt.

2) Die gemeinen Logarithmen aller derjenigen Zahlen, die sich bloss durch die Stellung des Kommas von einander unterscheiden, haben gleiche Dezimalstellen und unterscheiden sich bloss durch ihre — positiven oder negativen — Ganzen (die sogenannten Kennziffern) von einander.

3) Aus Beispielen wie a) ergiebt sich eine kurze Regel über die Kennziffer des Logarithmus einer gegebenen n-stelligen Zahl, aus Beispielen wie b) eine kurze Regel über die Kennziffer des Logarithmus eines mit n Nullen beginnenden Dezimalbruches.

Aufgabe: Den Wortlaut der eben angedeuteten Regeln zu finden.

Die früher gefundenen Regeln über die Zwischenschaltung müssen unverändert ihre Gültigkeit behalten. Nur ist zu bemerken, dass die als Logarithmenzuwachs erhaltene ganze Zahl zu der letzten (fünften) Dezimalstelle des nächst kleineren Logarithmus hinzugefügt werden muss.

Aufgaben: 1) Die Aufgabe a) des § 4, 2 unter Anwendung der neuen abgekürzten Schreibweise zu rechnen:

Lösung:

$$\begin{aligned} 2{,}574 &= 10^{0{,}41061} \\ 3{,}641 &= 10^{0{,}56122} \\ \hline 2{,}574 \,.\, 3{,}641 &= 10^{0{,}97183} = 9{,}372. \end{aligned}$$

2) Zu beliebigen fünf- (sechs-)zifferigen Zahlen den gemeinen Logarithmus zu suchen.

3) Zu beliebigen, nicht unmittelbar in der Logarithmentafel enthaltenen Logarithmen die Zahlen zu suchen.

4) Die übrigen Aufgaben des § 4 unter Anwendung der neuen abgekürzten Schreibweise zu lösen.

§ 6. Anhang. Die Berechnung der fünfstelligen Hilfslogarithmen.

Die Beispiele in § 2 zeigen, dass die Tafel I höchstens zur Berechnung der vierstelligen Hilfslogarithmen ausreicht. Zur Berechnung fünfstelliger Hilfslogarithmen ist die Tafel IV erforderlich, welche dreistellige Ergänzungsfaktoren liefert. Um nun genau wie in § 2 zu verfahren, müsste man die zehnten Potenzen dieser dreistelligen Faktoren bilden. Da die Tafel IV aber nur die zehnten Potenzen zweistelliger Dezimalbrüche enthält, so ist hierzu ein besonderes Verfahren erforderlich, das man auch Zwischenschaltung nennen kann.

Vorübung: Durch Ausmultiplizieren folgt:

$$x^{10} - u^{10} = (x - u)\,(x^9 + x^8u + x^7u^2 + \ldots\ u^9),$$

oder in Form eines Quotienten:

$$x^9 + x^8u + x^7u^2 + \ldots + u^9 = \frac{x^{10} - u^{10}}{x - u}.$$

Nun sei $x > u$ und n eine ganz beliebige Zahl, so wird offenbar:

$$x^9 + x^8n + x^7n^2 + \ldots + n^9 > u^9 + u^8n + u^7n^2 + \ldots + n^9,$$

also vermöge der vorigen Gleichung:

[für $x > u$:] $$\frac{x^{10} - n^{10}}{x - n} > \frac{u^{10} - n^{10}}{u - n} \qquad \text{(III.}$$

Wenn die bisher ganz willkürlich gewählte Zahl n ihrer Grösse nach zwischen x und u liegt, so wird der letzte Bruch der vorigen Ungleichheit im Zähler und Nenner negatives Vorzeichen erhalten, und man schreibt daher besser:

[für $x > u$ und n zwischen x und u:] $$\frac{x^{10} - n^{10}}{x - n} > \frac{n^{10} - u^{10}}{n - u}. \qquad \text{(IV.}$$

a bedeute eine beliebige zweistellige Dezimalzahl zwischen 1 und 10, e eine beliebige der ganzen Zahlen 1—9, so wird a + et*) einen beliebigen dreistelligen Dezimalbruch be-

*) t bedeutet tausendstel.