Eine neue Art der Einführung der Untersekundaner in die Logarithmen-Lehre.

Bei der Einführung der Sekundaner in das logarithmische Rechnen pflegen wir Mathematiklehrer zweimal in die Lage zu kommen, Behauptungen aufstellen zu müssen, deren Richtigkeit wir unsern Schülern auf dieser Stufe noch nicht begründen können. Einmal nämlich müssen unsere Schüler gewöhnlich die in den Logarithmentafeln enthaltenen Werte der gemeinen Logarithmen auf Treu und Glauben als richtig hinnehmen, dann aber geben wir für das Interpolationsverfahren oder wenigstens für den ihm zugrunde liegenden Satz: „Bei hinreichend kleinen Änderungen ist das Wachstum des Logarithmus proportional dem des Numerus" keine mathematische Begründung.[1]) An realistischen Vollanstalten können beide Schwierigkeiten bei der Betrachtung der log. Reihe in der Prima nachträglich gehoben werden.[2]) Für das Gymnasium und natürlich erst recht für die sechsklassigen höheren Schulen fällt dagegen die Möglichkeit einer vollständigen Ausfüllung beider Lücken, soviel ich entdecken kann, zur Zeit fort.

Die Erkenntnis dieser Schwierigkeiten und das Bestreben, wenigstens die erste zu beseitigen, mag wohl der Hauptgrund dafür sein, dass in manchen Lehr- und Übungs-Büchern Methoden zur elementaren Berechnung der gemeinen Logarithmen Aufnahme gefunden haben, am häufigsten vielleicht die theoretisch allerdings sehr einfache, bei der Durchführung an Zahlenbeispielen jedoch meistens sehr zeitraubende Kettenbruchmethode. Indessen dürften die meisten dieser Methoden doch als zu schwierig für die erste Durchnahme der Logarithmen oder als zu weitschweifig angesehen werden; denn man findet sie statt an der Spitze des Abschnittes Logarithmen nur in der Form von Anhängen, ja in manchen Neubearbeitungen sind sie wieder ganz verschwunden.[3]) Aber gerade in den letzten Jahren scheint der Wunsch, auch schon bei der ersten Besprechung ein elementares und an Zahlenbeispielen bequem durchführbares Verfahren der Berechnung der Logarithmen zu geben, wieder reger zu werden: Holzmüller skizziert im ersten Teile seines methodischen Lehrbuches eine oder, genau

[1]) Man hüte sich wohl, den z. B. bei Heis-Matthiessen in § 58 Aufg. 7 (93.—95. Auflage) angeführten und bewiesenen Satz für eine ausreichende Begründung des Interpolationsverfahrens zu halten. Dass er dies auch nach der Meinung des Herausgebers nicht sein soll, scheint mir am besten daraus hervorzugehen, dass schon in den vorhergehenden Aufgaben bei Anwendung fünfstelliger Tafeln Interpolationen erforderlich sind.

[2]) Allerdings versäumen merkwürdigerweise wohl die meisten arithmetischen Lehr- und Übungsbücher eine solche nachträgliche Rechtfertigung der Interpolationsregel. Eine Ausnahme macht z. B. Wrobel, Übgsb. z. Arithm. u. Alg., II. Teil § 53.

[3]) Vergl. z. B. die Methoden im Anhang III der früheren (etwa der 15.) Auflagen der Bardey'schen Aufgabensammlung für Vollanstalten.

genommen, sogar zwei elementare Berechnungsmethoden. Pietzker und Presler bringen in ihrer Neubearbeitung der Bardey'schen Sammlung eine methodisch trefflich geordnete Sammlung von Übungsaufgaben zu der zweiten der bei Holzmüller erwähnten Methoden[1]), leider aber auch in einem Anhange, statt am Beginn der Logarithmenlehre. Auch Schwering scheint von der Notwendigkeit, dem Sekundaner eine Berechnungsweise der Logarithmen vorzuführen, durchdrungen zu sein.[2]) Andere Beispiele übergehe ich.

Das Folgende soll nun gleichfalls ein Versuch sein, dem Sekundaner die Herstellung seiner Logarithmentafel, zugleich aber auch das Interpolationsverfahren bei den Logarithmen, auf einfache Weise zu erklären. Und zwar habe ich die ganze Darstellung dem Fassungsvermögen eines Durchschnitts-Untersekundaners anzupassen gesucht. Hoffentlich bin ich bei meinem Bestreben, durchweg für den Schüler leicht verständlich zu bleiben, nirgends in geschwätzige Weitschweifigkeit verfallen. Alles, was nicht unmittelbar für die Schüler bestimmt ist, habe ich in Form von fortlaufend numerierten Anmerkungen an den Schluss der Arbeit gesetzt. Hier möchte ich noch folgendes über meine Methode bemerken — den Ausdruck „meine Methode" will ich in diesem Vorwort der Kürze halber beibehalten, ohne mit ihm einen anderen Sinn verbinden zu wollen, als den, dass ich das von mir eingeschlagene Verfahren nirgendwo anders gefunden habe:

Mein Verfahren der Berechnung der gemeinen Logarithmen gehört in dieselbe Gruppe elementarer Methoden, wie die vorhin erwähnte Methode bei Bardey-Pietzker-Presler. Es unterscheidet sich aber von der letzteren dadurch, dass die Logarithmenberechnung nicht, wie bei Bardey, mittels der zweiten, vierten, achten u. s. w. Potenzen der Numeri erfolgt, sondern durchweg mittels der zehnten Potenzen. Wie diese in sehr einfacher Weise zu bilden sind, lehrt der Paragraph 1. Aber meine Methode kann nur dann mit wirklichem Nutzen angewandt werden, wenn die Schüler eine Tafel dieser zehnten Potenzen in die Hand bekommen (vergl. Tafel I).[3]) Vielleicht dürfte gerade dieser Zwang, den Schülern die Tafel I in die Hand zu geben, manchem Kollegen als ein schwerwiegender Nachteil meines Verfahrens gegenüber andern, z. B. dem Bardey-Pietzker-Presler'schen, erscheinen. Dagegen möchte ich aber bemerken: 1) Meine Tafel I ähnelt in ihrer äusseren Anordnung so sehr der Einrichtung der Log.-Tafeln, dass der Gebrauch der Tafel I schon eine Art Vorübung für den Gebrauch der Log.-Tafeln ist. 2) Bei unbefangener Beurteilung wird man wohl zugeben müssen, dass auch die Methode bei Bardey-Pietzker-Presler, wenn sie dem Schüler wirklichen Nutzen und nicht durch übermässig vieles mechanisches Rechnen

---

[1]) Vergl. Bardey's Aufgabensammlung, Neue Ausgabe von Pietzker und Presler, Leipzig 1900, Abschnitt XVIII, E.

[2]) Vergl. Schwering, Sammlung von Aufgaben aus der Arithmetik, zweiter Lehrgang, § 17 Aufg. 1—8. Freilich sollen gerade diese 8 Aufgaben laut der Anmerkung zu Aufg. 9 desselben § bei der ersten Durchnahme überschlagen werden.

[3]) Dass dieser Hilfstafel I auch noch die zu ihrer schnellen Berechnung erforderlichen Tafeln II und III beigefügt sind, ist nur geschehen, um unseren Schülern der oberen Klassen die fortwährende Berechnung der zweiten und dritten Potenzen und Wurzeln gegebener Zahlen zu erleichtern. Vielleicht erscheinen diese mit der eigentlichen Arbeit nur in sehr lockerem Zusammenhange stehenden Tafeln II und III manchem Kollegen als eine willkommene Ergänzung der gewöhnlichen Logarithmentafeln.

bloss Qual bereiten soll, die Benutzung einer Tafel der Quadrate erforderlich macht. Ist aber einmal eine Hilfstafel für den Schüler unentbehrlich, so würde ich von zwei Tafeln, deren Herstellung dem Schüler mit gleicher Leichtigkeit zum Verständnis gebracht werden kann, diejenige vorziehen, mit der die Logarithmen sich am einfachsten und genauesten berechnen lassen. Ich hoffe, die Nebeneinanderstellung, in Anmerkung 5 am Schlusse, wird zeigen, dass meine Methode den Logarithmus wirklich müheloser, meistens übrigens auch genauer liefert.

Ich halte es für ausreichend, wenn in der Sekunda die Berechnung der Logarithmen durchschnittlich bis auf 1 Einheit der vierten Dezimale genau erfolgt, wie es in § 2 geschieht. In dem Anhangsparagraphen 6 ist jedoch gezeigt, wie durch eine einfache Erweiterung meiner Methode auch die fünfstelligen Logarithmen, deren Benutzung für unsere Anstalt vorgeschrieben ist, gefunden werden können.

Manches Bedenken dürfte es hervorrufen, dass die gemeinen Logarithmen im folgenden zunächst als ganze Zahlen definiert werden, also anstatt des üblichen Logarithmenbegriffes vorläufig ein neuer gegeben wird, der mich sogar zur Einführung eines neuen Wortes, des Wortes „Hilfslogarithmus", veranlasst hat. Mir scheint aber die Definition dieses Hilfslogarithmus (vergl. § 1) so wenig abweichend von der des Briggischen Logarithmus zu sein, dass der Übergang zu dem letzteren (vergl. § 5) den Schülern nicht die geringste Schwierigkeit machen dürfte. Ferner aber — und das ist mein Hauptargument gegen jenes Bedenken — wird das Wesen der Logarithmen und gleichzeitig das der Potenzen mit gebrochenen Exponenten, die ja allerdings schon vorher behandelt sind, den Schülern besser zum Verständnis kommen, wenn sie die Logarithmen vorläufig lediglich als ganze Potenzen kennen lernen und dann an der Hand einiger, gleichfalls vorläufiger Übungsbeispiele (vergl. § 4) durch eigene Erfahrung dahin geführt werden, die gebrochenen Exponenten bloss als abkürzende Schreibweisen zu erkennen (vergl. § 5). Ich halte es übrigens zur Erleichterung des Verständnisses für angebracht, auch nach der Definition des Logarithmus als eines gebrochenen Exponenten zunächst nur die Schreibweise anzuwenden:

$$2 = 10^{0,30103} \text{ statt } \log 2 = 0,30103$$

und erst nach vollständiger Durchnahme der Anwendungen der Logarithmen zu der letzteren Schreibweise überzugehen.[1])

Da die Logarithmen im folgenden zunächst als ganze Zahlen auftreten, so lag die Versuchung für mich nahe, die ganze Arbeit so zu gestalten, dass auf den Begriff der Bruchexponenten, d. h. auf den Wurzelbegriff, andauernd gänzlich verzichtet, also die Logarithmenlehre lediglich auf die Gesetze der Potenzen mit ganzzahligen Exponenten aufgebaut wurde. Ich habe aber ein vollständiges Ausmerzen des Wurzelbegriffes unterlassen, ihn vielmehr dort angewandt, wo er mir eine Abkürzung zu gewähren schien. (Vergl. § 1 Anm. 2 und § 3). Wie aber selbst diese spärlichen Anwendungen der Wurzeln entbehrt werden können, das wird in den Schlussanmerkungen 4 und 6 gezeigt, weil es für manche Leser von Interesse sein dürfte, eine lediglich auf die ganzzahligen Exponenten gestützte Einführung in das logarithmische Rechnen kennen zu lernen.

---

[1]) So geschieht es z. B. bei Fenkner, Arithmetische Aufgaben.

Alles, was ich für nicht unbedingt erforderlich bei der ersten Durchnahme halte, ist in den folgenden §§ klein gedruckt oder in den Anhang verwiesen. Wird dies alles ausgeschieden, so erfordert die Behandlung der Logarithmenlehre nach meiner Methode nicht mehr Zeit, als die übliche Art. Wegen dieses Gesichtspunktes der Zeitersparnis, der ja für oder gegen die Anwendbarkeit meiner Methode im Unterricht entscheidend ins Gewicht fallen muss, habe ich mich schliesslich, wenn auch schweren Herzens, entschlossen, die Begründung des Interpolationsverfahrens (vergl. § 3), obgleich sie durchaus nicht über den Klassenstandpunkt hinausgeht und obgleich sie mir den Hauptanstoss zu der ganzen Arbeit gegeben hat, als bei der ersten Durchnahme entbehrlich zu bezeichnen. Ich hoffe aber, das Grossgedruckte dieses § 3 giebt die Voraussetzungen, unter denen das übliche Interpolationsverfahren angewandt werden darf, in schärferer Fassung, als sie in den Lehrbüchern gewöhnlich zu finden ist.

Es lag von vornherein in meinem Plane, die Arbeit nur soweit zu führen, bis ich zu der sonst üblichen Schreib- und Ausdrucksweise gelangt wäre, von da ab aber alles dem Lehr- bezw. Übungsbuche zu überlassen. Die Kürze in § 5 ist also durchaus beabsichtigt und nicht etwa irgend einem anderen Grunde zuzuschreiben.

Barmen, im Februar 1902.

G. Mohrmann.