Einleitung.

Jede Leistung einer Renten- bezw. Lebensversicherungsbank ist ebenso wie jede Gegenleistung eines Versicherten an die Erreichung eines bestimmten Lebensalters des Versicherten gebunden. Bei der Formelbildung wird deshalb das Lebensalter des Versicherten stets als Index dem für die Leistung selbst gesetzten Symbol hinzugefügt. Sind nacheinander verschiedene Altersstufen angegeben, so geht man nach den seither üblichen Methoden immer vom Alter beim Vertragsabschluß aus und gewinnt die späteren Altersstufen durch Zuzählen der über jenes Alter hinausgehenden Lebensjahre. Wird z. B. das Alter beim Vertragsabschluß mit m bezeichnet, so erhält man für die späteren Altersstufen Ausdrücke wie $m+1$, $m+n$, $m+n+r+1$. Solch komplizierte Indices sind der Entwickelung von Formeln nicht förderlich, und die Übersichtlichkeit und Verständlichkeit der Symbole werden dadurch häufig nicht wenig erschwert. Den Unterhaltungen mit meinem leider so frühe heimgegangenen Freunde, Professor Aug. Schlimbach aus Frankfurt verdanke ich die Kenntnis einer Methode, durch die man bei der Formelbildung eine große Einfachheit erzielen kann, und die ich deshalb weiteren Kreisen nicht vorenthalten möchte. Diese besteht darin, daß man nicht nur das Alter des Versicherten beim Vertragsabschluß, sondern auch noch einige andere seiner Altersstufen mit einem einfachen Buchstaben bezeichnet. Wendet man dies Verfahren an, so darf man aber betreffs der Leistungen der Bank für das Alter des Versicherten nicht die gleichen Buchstaben wählen, wie betreffs der Gegenleistungen des Versicherten selbst. Man muß vielmehr aus jedem Index sofort ersehen können, auf welche Art Leistung er sich bezieht.

Inbezug auf eine Einzelleistung der Bank bezw. auf die Anfangsleistung derselben in einer periodischen Reihe (z. B. bei Renten) soll das Alter des Versicherten in Anlehnung an das Wort „anfangen" mit a bezeichnet werden; falls periodische Leistungen der Bank nicht bis zum letztmöglichen Alter des Versicherten durchgeführt werden sollen, sei für die-

jenige Altersstufe, bei welcher die Bank ihre Leistungen zum erstenmale wieder einstellt, in Anlehnung an das Wort „einstellen" der Buchstabe e gewählt.

Handelt es sich um Gegenleistungen des Versicherten, so sollen seine Altersstufen durch die entsprechenden griechischen Buchstaben α und ε bezeichnet werden.

Der Gebrauch der einfachen Buchstaben für diese Altersstufen bringt folgende Vorteile: Die Formeln gewinnen an Kürze und Übersichtlichkeit; sie lassen sich häufig aus dem Inhalt der Aufgaben sofort hinschreiben und ihre Anzahl wird nicht wenig verringert, weil sich für ganze Gruppen bisher getrennt behandelter Aufgaben eine gemeinsame Formel ergibt.

Jedes Ding hat auch seine Schattenseite, und diese ist hier die, daß die auf den internationalen Kongressen der Versicherungsbeamten, die 1898 in London und 1900 in Paris stattfanden, für die Versicherungstechnik festgesetzten Bezeichnungen nicht alle angewandt werden können; indes sind unsere Symbole nach einer ganz bestimmten Regel gebildet, und da die einzelnen Buchstaben stets die Anfangsbuchstaben maßgebender Ausdrücke sind, so prägen sie sich dem Gedächtnisse leicht ein und verursachen keinerlei Störung.

Für die zur Bezeichnung der Altersstufen des Versicherten dienenden Indices sind bereits die kleinen Buchstaben a, e, α, ε usw. gewählt worden, deshalb sollen zu den Hauptbestandteilen der Symbole nur große Buchstaben Verwendung finden, und zwar nehmen wir

für bestimmte Rechnungswerte: L, T, D, S und Σ;

für Geldbeträge: $\mathfrak{K}$, $\mathfrak{R}$, $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{G}$ und $\mathfrak{B}$;

für Tarifwerte: K, T, R, L, Δ und Λ.

Die griechischen Buchstaben Σ, Δ, Λ kommen nur für Versicherungen auf steigende Beträge in Anwendung. Diese und alle noch folgenden Bezeichnungen sind auch besonders mit Rücksicht auf den Druck gewählt.

Übersicht über die verwandten
Buchstaben und Symbole.

Verzinsung.

p = Prozentsatz, Zinsfuß z. B. $3^1/_2$ %

π = Zinsfaktor $\frac{100 + p}{100} = 1{,}0\,p$ z. B. 1,035.

Altersstufen des Versicherten.

a = Alter des Versicherten bei einer Leistung der Bank und zwar einer Einzelleistung oder der Anfangsleistung einer periodischen Reihe.

$v = a-1$ = Alter, das dem a vorhergeht.

e = Alter des Versicherten, von dem ab periodische Leistungen der Bank wieder eingestellt werden, bezw. noch nicht gemacht worden sind.

$w = e-1$ Alter das dem e vorhergeht.

α und ε = dem a und e entsprechende Altersstufen des Versicherten bei dessen eigenen Leistungen.

z = Alter des Versicherten, das er im äußersten Fall erreichen kann.

Rechnungswerte.

L_a = Zahl der Lebenden im Alter von a Jahren.

$T_a = (L_v - L_a)$ = Zahl der innerhalb des a^{ten} Lebensjahres Gestorbenen. Der Buchstabe a bezeichnet das Alter am Ende der in Betracht kommenden Zeit, v die vorhergehende Altersstufe.

$D_a = \frac{L_a}{\pi^a}$ = diskontierte Zahl der im Alter von a Jahren noch Lebenden. (D-Wert für das Alter von a Jahren.)

$U_a = \frac{1}{D_a}$ = Umgekehrter (reciproker) Wert zu D_a.

$V_a = \frac{1}{\pi D_a}$ Umgekehrter (reciproker) Wert zu πD_a.

$S_a = D_a + D_{(a+1)} \ldots + D_z$ = S-Wert für das Anfangsalter von a Jahren.

$\Sigma_a = S_a + S_{(a+1)} \ldots S_z$ = Sigma-Wert für das Anfangsalter von a Jahren.

Bemerkung: für andere Altersstufen als a sind selbstverständlich die Rechnungswerte in analoger Weise zu bilden.

Geldbeträge.

$\mathfrak{K}$ = nur einmal zahlbares Versicherungskapital.

$\mathfrak{R}$ = Rentenbetrag.

$\mathfrak{E}$ = einmalige Einlage des Versicherten.

$\mathfrak{P}$ = periodisch zahlbarer Prämienbetrag.

$\mathfrak{G}$ = Gesamtwert der von der Bank übernommenen Verpflichtungen.

$\mathfrak{B}$ = Bankreserve, Prämienreserve, Deckungskapital.

Bemerkung: Diese Zeichen können auch in Verbindung mit Indices gebraucht werden.

Tarifwerte.

$K_{\alpha}^{a} = \frac{D_a}{D_\alpha}$ = Gegenleistung (Einlage) des Versicherten beim Alter von α Jahren für 1 ℳ auf den Erlebensfall versichertes Kapital, zahlbar seitens der Bank beim Alter des Versicherten von a Jahren.

Bemerkung: Das Symbol K_{α}^{a} entspricht dem Bruche $\frac{D_a}{D_\alpha}$; beiderseits ist die Stellung von a und α die gleiche. Dasselbe gilt auch in den folgenden Fällen.

$K_{a}^{\alpha} = \frac{D_\alpha}{D_a}$ = umgekehrter (reciproker) Wert von K_{α}^{a}.

$R_{\alpha}^{a} = \frac{S_a}{D_\alpha}$ = Gegenleistung (Einlage) des Versicherten beim Alter von α Jahren, für eine (vorauszahlbare oder nachzahlbare oder aufgeschobene) Rente von 1 ℳ, beginnend beim Alter des Versicherten von a Jahren und auslaufend bis zum letztmöglichen Termin.

$R_{\alpha}^{a(e} = \frac{S_a - S_e}{D_\alpha}$ = Gegenleistung (Einlage) des Versicherten beim Alter von α Jahren für eine (vorauszahlbare oder nachzahlbare oder aufgeschobene) temporäre Rente von 1 ℳ, welche beim Alter des Versicherten von a Jahren anfängt und beim Alter von e Jahren wieder eingestellt wird.

$\Delta_{\alpha}^{a} = \frac{\Sigma_a}{D_\alpha}$ = Gegenleistung (Einlage) des Versicherten beim Alter von α Jahren für eine vorauszahlbare oder nachzahlbare oder aufgeschobene Rente, welche beim Alter des Versicherten von a Jahren mit 1 ℳ beginnt und jährlich um 1 ℳ steigt bis zum letztmöglichen Termin.

Bemerkung: Das Delta ist gewählt inbezug auf die Differenz, um welche die Rente jährlich steigt.

$\Delta_{\alpha}^{a(e} = \frac{\Sigma_a - \Sigma_e - (e-a)S_e}{D_a}$ = Gegenleistung (Einlage) des Versicherten beim Alter von α Jahren für eine (vorauszahlbare oder nachzahlbare oder aufgeschobene) temporäre Rente, welche beim Alter des Versicherten von a Jahren

mit 1 ℳ beginnt, jährlich um 1 ℳ steigt und beim Alter von e Jahren wieder eingestellt wird.

Vorbemerkung zum Folgenden:

Bei den Versicherungen auf den Sterbefall soll a wegen späterer Kombinationen mit Rentenwerten das Lebensjahr bedeuten, an dessen Ende, sei es überhaupt, sei es frühestens, die Versicherungssumme ausgezahlt werden kann, v dagegen das vorhergehende Lebensjahr (a−1), nach dessen Vollendung die Versicherung in Kraft tritt.

Das gleiche soll gelten für e und w.

$T_\alpha^a = \frac{D_v - \pi S_a}{\pi D_\alpha}$ = Gegenleistung (Einlage) des Versicherten beim Alter von α Jahren für den Betrag von 1 ℳ, im Sterbefalle innerhalb des a^{ten} Lebensjahres am Ende dieses Jahres zahlbar. Die Wirkung der Versicherung beginnt demnach mit dem a^{ten} Lebensjahre des Versicherten, erlischt aber wieder nach Vollendung dieses Jahres.

$L_\alpha^a = \frac{S_v - \pi S_a}{\pi D_a}$ = Gegenleistung (Einlage) des Versicherten beim Alter von α Jahren für eine dauernde oder aufgeschobene Lebensversicherung auf den Betrag von 1 ℳ, zahlbar am Schlusse des Sterbejahres und zwar frühestens beim Tode des Versicherten innerhalb seines a^{ten} Lebensjahres. Die Wirkung der Versicherung beginnt demnach mit dem a^{ten} Lebensjahr des Versicherten und bleibt bestehen bis zum letztmöglichen Termin. (Allgem. Fall.)

$L_v = \frac{S_v - \pi S_a}{\pi D_v}$ = Gegenleistung (Einlage) des Versicherten beim Alter von v Jahren für eine dauernde Lebensversicherung. Die Versicherung tritt unmittelbar nach erfolgter Einlage in Kraft. (Spezialfall.)

$L_\alpha^{a(e} = \frac{(S_v - S_w) - \pi(S_a - S_e)}{\pi D_\alpha}$ Gegenleistung (Einlage) des Versicherten beim Alter von α Jahren für eine auf 1 ℳ abgeschlossene (sofort beginnende oder aufgeschobene) temporäre Lebensversicherung, welche mit dem a^{ten} Lebensjahre des Versicherten in Kraft tritt, aber mit dem e^{ten} Lebensjahre wieder erlischt.

$$A_{\alpha}^{a} = \frac{\Sigma_v - \pi\Sigma_a}{\pi D_{\alpha}}$$ = Gegenleistung (Einlage) des Versicherten beim Alter von α Jahren für eine dauernde oder aufgeschobene Lebensversicherung auf steigende Beträge, die mit dem a^{ten} Lebensjahr des Versicherten auf den Betrag von 1 ℳ in Kraft tritt und jedes Jahr bis zum letztmöglichen Termin um 1 ℳ zunimmt.

$$A_{\alpha}^{a(e} = \frac{\left\{\Sigma_v - \Sigma_w - (w-v)S_w\right\} - \pi\left\{\Sigma_a - \Sigma_e - (e-a)S_e\right\}}{\pi D_{\alpha}} =$$

Gegenleistung (Einlage) des Versicherten beim Alter von α Jahren für eine (sofort beginnende oder aufgeschobene) temporäre Lebensversicherung auf steigende Beträge, die in Kraft tritt bei Beginn vom a^{ten} Lebensjahr des Versicherten mit dem Betrage von 1 ℳ, jedes Jahr um 1 ℳ zunimmt, aber bei Beginn vom e^{ten} Lebensjahre wieder aufhört. $\left(\text{Vergl. } \Delta_{\alpha}^{a(e}.\right)$

Spar-Einlagen.

In Fürsorge für sein Alter übergibt jemand einer Sparanstalt 1000 ℳ. Letztere verzinst diese Einlage sowie auch die unerhoben bleibenden Zinsen zu $3^1/_2$ % und zahlt dem Einleger nach der bei der Einlage erfolgten Abmachung sein Guthaben nach 15 Jahren zurück. Welche Summe wird dieser erhalten?

Wie aus jeder Zinseszinstabelle ersichtlich ist, wächst 1 ℳ Kapital in 15 Jahren zu $3^1/_2$ % Zinseszinsen auf 1,67535 ℳ an. Da nun 1000 ℳ eingelegt wurden, so hat der Einleger auf 1675,35 ℳ Anspruch. Er erhält also das eingelegte Kapital und außerdem noch für 15 Jahre 675,35 ℳ d. i. durchschnittlich 45 ℳ pro Jahr an Zinsen zurück. Die Summe wird dem Einleger bedingungslos ausgezahlt. Ist er vor Erhebung des Guthabens gestorben, so geht der Anspruch auf seine Erben über.