II. Abtheilung

Erster Abschnitt.

Das Rechnen im Zahlenraume über hundert.

§. 8.

Mündlich.

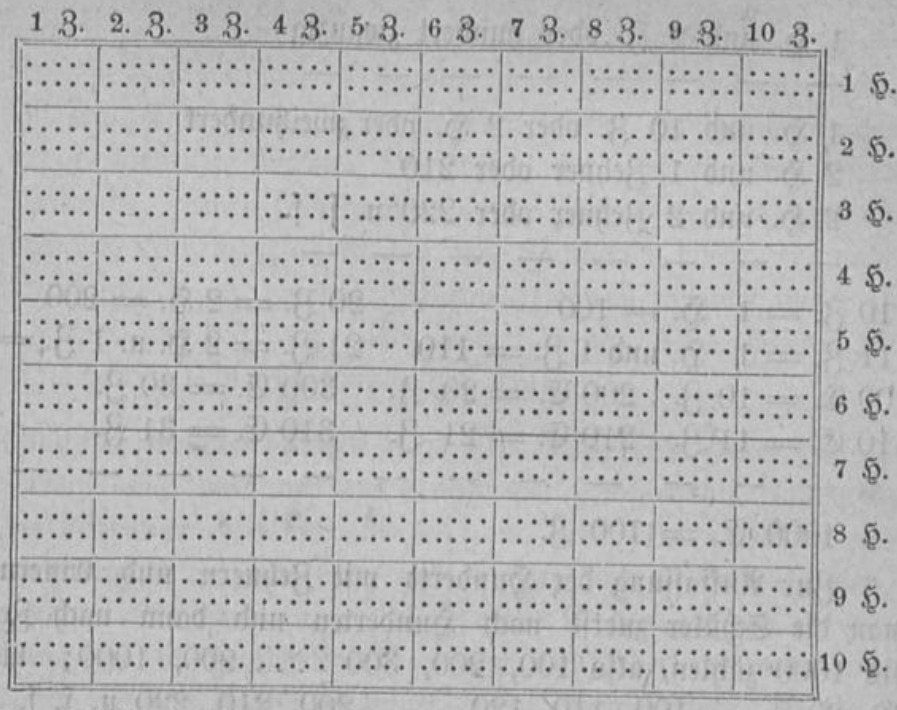
Zuerst werden die Zahlen bis 100 wiederholend vorgeführt, nicht nur zur besseren Befestigung des in den zwei ersten Schuljahren Erlernten, sondern auch um die Schüler allmählich mit dem Wesen des dekadischen Zahlensystemes vertraut zu machen. Obgleich es dem denkenden Lehrer nicht schwer fallen dürfte, eine zweckmäßige Reihenfolge solcher Wiederholungsübungen aufzustellen und einige äußere Abwechslung anzubringen, so weisen wir doch hierbei auf Seite 3 des III. Rechenbuches von Močnik hin.

Als Veranschaulichung der Zahlen von hundert bis tausend dürften die Hunderttafel, Hunderterbünde, Hunderterplatten des Krämer'schen Rechenapparates und unsere Münzen am zweckmäßigsten sein.

Röll erweiterte den russischen Rechenapparat bis 1000. Auf jedem Stabe befinden sich 100 Scheiben, von denen 9 gelb und die 10. schwarz gefärbt ist.

Die Hunderttafel wird von dem Lehrer entweder auf die Schultafel oder auf einem großen Bogen Papier gezeichnet.

Zuerst kommt die Auffassung der Hunderte sodann der Hunderte mit Zehnern und endlich der Hunderte mit Zehnern und Einern.



a) Die Schüler zählen die Punkte im ersten Felde und sehen, dass die gleiche Anzahl der Punkte in jedem der Felder enthalten ist. Sie sehen auch, dass jede Reihe 10 Felder enthält, und dass 10 solche Reihen untereinander stehen.

Nun werden die Zehner der ersten Reihe gezählt, und zwar: 1 Zehner, 2 Z. 3 Z. u. s. f. 10 Zehner. 10 Zehner sind 1 Hundert oder hundert. In zwei Reihen stehen 20 Zehner oder 2 Hunderte oder zweihundert u. s. w. In 10 Reihen sind 100 Zehner oder 10 Hunderter oder tausend enthalten.

b) Ist dieser Vorgang mehrmals wiederholt worden, so zeigt der Lehrer auf die Reihen in und außer der Ordnung und lässt die Schüler die Hunderte angeben; nennt dann selbst die Hunderte, lässt von einem Schüler die angegebene Reihe zeigen, und fragt dann: Wie viel Zehner sind 1 H., 2 H., 3 H.? Wieviel Hunderte sind 10 Zehner, 20 Z., 30 Z.? Wieviel Einer sind 1 Hundert, 2 H., 5 H.?

Zur Auffassung der Hunderte mit Zehnern füge der Lehrer zur ersten Reihe der Hunderttafel von der zweiten Reihe ein Feld nach dem andern hinzu, und die Schüler geben an: 1 H. und 1 Z. oder hundertzehn.

1 H. und 2 Z. oder hundert zwanzig

— — — — — — — —

1 H. und 10 Z. oder 2 H. oder zweihundert
2 H. und 1 Zehner oder 210
2 H. und 2 Zehner oder 220 u. s. f.

— — — — — — — —

10 Z. = 1 H. = 100		20 Z. = 2 H. = 200
11 Z. = 1 H. und 1 Z. = 110		21 Z. = 2 H. u. 1 Z. = 210.
100 E. = 10 Z.	200 E. = 20 Z.	300 E. = 30 Z.
110 E. = 11 Z.	210 E. = 21 Z.	310 E. = 31 Z.

— — — — — — — — — — — —

1000 E. = 100 Z.

Zur Auffassung der Hunderte mit Zehnern und Einern lasse man die Schüler zuerst nach Hunderten und dann nach Zehnern bis 1000 zählen, also 100, 200, 300 .... 900, 1000; hierauf, 10, 20, ... 100, 110, 120, ... 200, 210, 220 u. s. f.

Hierauf zeigt der Lehrer auf die erste Reihe der Hunderttafel und auf den ersten Einer der zweiten Reihe und sagt: Wir haben jetzt 1 Hundert und 1 Einer oder hundert eins; zählen wir noch einen Einer dazu, so haben wir 1 H. und 2 E. oder hundert zwei u. s. f. Ebenso geht man bei der Bildung jeder folgenden Zahlenreihe vor.

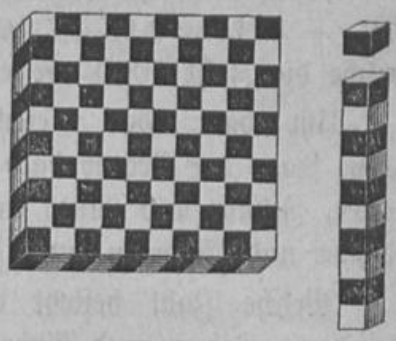
Benützt man statt der Hunderttafel die Hundertbünde, so lege man auf den Tisch zur Rechten der Schüler einzelne Stäbchen, links von diesen die mittels Gummiringen zusammengehaltenen Bündchen von 10 Stäben und links von den Zehnerbündchen den einen aus 10 Zehnerbändchen bestehenden Bund, den Hundertbund. Nachdem man beachten ließ, dass in jedem Zehnerbündchen 10 Stäbe enthalten sind, lasse man von einem Schüler 10 Zehnerbündchen auf ein Häufchen legen, und frage: Wieviel Stäbe sind dies? Wievielmal 10 Stäbchen liegen beisammen? Wievielmal 10 Stäbchen sind 100 Stäbchen? Wieviel Zehner sind 100 Einer? Wir wollen diese 10 Zehnerbündchen zusammenbinden, und ein solches Bündel einen Hunderter nennen.

Man lasse nun das Hundertbündel zur Linken stellen und ein Stäbchen nach dem andern zulegen, während der Schüler laut zählt:

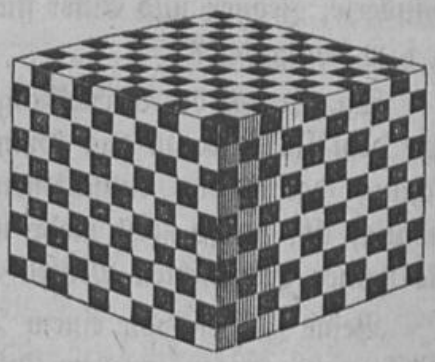
Einhundert + 1 = einhundert und eins = hundert eins. Einhundert eins + 1 = einhundert + zwei = einhundert zwei u. s. w.

Ist ein Zehner voll, so mache man wieder ein Zehnerbündchen und frage hierauf: Wieviel Hunderter und Zehner sind hundert zehn? Wieviel Zehner sind hundert zehn? Zählet von 100 bis 110. So wird bis 200 fortgefahren, der neue Hunderter wieder zusammengebunden und dann gefragt: Wieviel Zehner, wieviel Einer sind 200? Zählet von 120 auf 140! Von 175 auf 190! Welche Zahl kommt nach 152? Welche kommt vor 150?

Zwischen welchen Zahlen liegt 114, 127, 158, 169? In ähnlicher Weise läßt man vor den Augen der Schüler die Zahlen von 200 bis 300, von 300 bis 400 u. s. w. bis 1000 entstehen, vor- und rückwärtszählen, während man einen Schüler beim Zählen je 10 einzelne Stäbchen zu einem Zehner, 10 Zehner zu einem Hunderter, 10 Hunderter zu einem Tausender zusammenbinden und dabei sprechen läßt: 10 Einer geben einen Zehner, 10 Zehner einen Hunderter, 10 Hunderter einen Tausender.



Hierauf werden die Bändchen aufgelöst, und die Schüler angeleitet zu bemerken: 1 T. = 10 Hunderter, 1 H. = 10 Zehner, 1 Zehner = 10 Einer; 1 Hunderter = 10 Zehner = 9 Z. + 10 E. = 100 E.; 1 T. = 10 H. = 9 H. + 10 Z. = 9 H. + 9 Z. + 10. E. = 1000 E.



Der Krämer'sche Rechenapparat besteht aus 10 einzelnen Holzwürfeln, welche die Einer vorstellen, aus 9 Zehnerstäben, welche mit den 10 Einerwürfeln eine Hundertplatte bilden und 9 Hundertplatten, welche mit der durch die Einerwürfel und Zehnerstäbe gebildeten Hundertplatte den Tausender darstellen.

Man verwendet diesen Apparat wie den russischen Rechenapparat und die Stabbündel. Die zwischen 100 und 1000 liegenden Zahlen werden aus der Vereinigung einer Anzahl von Hundertplatten mit den Zehnerstäben und einzelnen Würfeln gebildet. Z. B. 231 aus 2 Hundertplatten, 3 Zehnerstäben und 1 Einerwürfel.

Um diesen Zahlenkreis mit Münzen zu versinnlichen, sind 10 Guldenstücke, 10 Zehnkreuzerstücke und 10 Kreuzerstücke, welche die Hunderter, Zehner und Einer vorstellen, zu verwenden. Wird zu einem dieser Guldenstück ein Kreuzer gelegt, so hat man hundert und einen Kreuzer, also die Zahl 101 und so erhält man nach und nach die Zahlen 102, 103 u. s. w. indem man immer einen Kreuzer zulegt.

Bei der Zahl 110 kann man die zehn Kreuzer durch ein Zehnkreuzerstück ersetzen, wodurch recht anschaulich wird: 110 = 1 H. + 1 Z.; die Zahl 111 wird durch 1 Gulden, 1 Zehnkreuzerstück und 1 Kreuzer gestellt, die Zahl 200 durch 2 Gulden, die Zahl 999 durch 9 Gulden, 9 Zehner und 9 Kreuzer. Legt man noch einen Kreuzer hiezu, so hat man 9 Gulden, 9 Zehner und 10 Kreuzer; wofür man, da 10 Kreuzer wieder ein Zehner sind 9 G. + 9 Z. + 1 Z. = 9 G. + 10 Z. = 9 G. + 1 G. = 10 Gulden, welche die Zahl 1000 vorstellen.

Um das über diesen Zahlenkreis Gelehrte recht einzuüben, frage der Lehrer bald nach der Zahl, welche gegebene Hunderter, Zehner und Einer enthält, und umgekehrt, welche Hunderter, Zehner und Einer in einer gegebenen Zahl enthalten sind, als:

Welche Zahl besteht aus 5 H., 4 Z. und 7 E.? Wieviele Hunderte, Zehner und Einer sind in der Zahl 834, 692, 580, 901 u. s. w. enthalten?

Da wir auf die Vorstellung der hohen Zahlen nur durch Schlüsse von dem Zahlenkreise aus kommen, innerhalb dessen die Veranschaulichung der darin enthaltenen Zahlen durch concrete Dinge leicht möglich ist; so ist nicht mehr nothwendig diese hohen Zahlen durch die früher gebrauchten Mittel (Striche, Stäbchen ꝛc.) zu versinnlichen.

Beim Zählen von einem Tausend zum andern wird in derselben Weise vorgegangen, wie im Zahlraume von 1 bis 1000; als: 1001, 1002 . . . . 1099, 1100, 1001 . . . . 1199, 1200 . . . . 2001 u. s. w. bis 9999.

Auch hier sind wieder Übungen im Zusammenfassen und Zerlegen der Zahlen unerläßlich, z. B.

Welche Zahl besteht aus 7 T., 5 H., 3 Z., 4 E.?

Wieviel Tausender, Hunderter, Zehner und Einer enthält die Zahl 6984?

Zerlege die Zahl 9423 in die einzelnen Zahlworte, dann in Tausende und Einer! 9423 = 9 T., 4 H., 2 Z., 3 E. = 9 T., 423 Einer u. s. w.

In gleicher Weise wird der Zahlkreis der Zehntausende, Hunderttausende, Millionen und höhere Zahlen behandelt.

§. 9.

Schriftlich.

So wie beim Anschreiben der aus Einern und Zehnern bestehenden Zahlen verfahre man auch bei den Hunderten und allen folgenden Zahlen.

Hat man schon beim Anschreiben der Zahlen bis 100 gezeigt, dass die Ziffer 1 an der 3. Stelle 1 Hundert bedeutet, so werden die Schüler leicht einsehen, dass jede andere Ziffer an der dritten Stelle ebensoviele Hunderte bedeutet als sie an der ersten Stelle Einer darstellt, dass zweihundert, dreihundert u. s. w. durch 200, 300 u. s. w. ausgedrückt werden; die Zahl hundert zehn, welche aus 1 Hunderter und 1 Zehner besteht durch 110 und die Zahl hundert eilf, welche mit 111 dargestellt werden muss. Um das Erklärte noch mehr zu befestigen und Abwechslung zu erzielen, dictiere der Lehrer Zahlen auf verschiedene Art, z. B. Schreibt dreihundert acht und vierzig Einer! Sechshundert Einer und fünf Einer! Vier Hunderter, zwei Zehner und acht Einer! Drei und neunzig Zehner! Fünf und vierzig Zehner und sechs Einer u. s. w.

Er schreibe eine zweizifferige Zahl, z. B. 45 an die Tafel, lasse sie aussprechen und auflösen, hänge ihr dann zur Rechten eine Nulle an (450) und frage: An der wievielten Stelle steht jetzt die Ziffer 5, an der wievielten die Ziffer 4? Welchen Wert hat daher jetzt die Ziffer 5, welchen die Ziffer 4? Wievielmal so viel sind 5 Zehner als 5 Einer, 4 Hunderter als 4 Zehner?

Wievielmal so groß ist der Wert jeder dieser Ziffern geworden? Die Zahl hieß früher 45 oder 45 Einer; in was sind die 45 Einer durch Anhängung der 0 verwandelt worden? An der wievielten Stelle stand die Ziffer 5 vor Anhängung der 0, und an welcher die Ziffer 4? An die wievielte Stelle kam die Ziffer 5, und an welche die Ziffer 4 durch die Anhängung der 0? Um wieviele Stellen wurde daher jede Ziffer weiter zur Rechten gerückt? Wie vielmal so groß sind 45 Zehner als 45 Einer? Das Wievielfache sind 45 Zehner von 45 Einern? Wievielmal 45 Einer sind 45 Zehner? Wievielmal so groß wird daher eine Zahl, wenn man jede Ziffer derselben um eine Stelle weiter zu Rechten rückt? Wodurch ist die Vorückung geschehen? Nun wollen wir der Zahl 45 eine 0 vorsetzen (045); wieviele Hunderter, Zehner und Einer sind jetzt vorhanden? Wieviele Hunderter Zehner und Einer enthält die Zahl 45? Ist der Wert der Zahl 45 auch durch Vorsetzung der 0 verändert worden?

Eben so verfahre man beim Anschreiben größerer Zahlen, d. h. man führe die Schüler auf die auf Seite 6 angegebene Weise darauf, dass die Tausender in die 4. Stelle*). die Zehntausender in die 5. Stelle u. s. w. zu schreiben sind, und übe sie bei jedem Fortschreiten von Stelle zu Stelle in der oben angegebenen Art, so lange bis sie die gehörige Fertigkeit sowohl im Anschreiben als auch im Lesen der Zahlen erlangt haben.

Ist der Lehrer bis zu den Millionen gekommen, so schreibe er eine siebenzifferige Zahl z. B. 3333333 an die Tafel und frage: Was bedeutet die Ziffer 3 an der ersten Stelle zur Rechten? Was an der zweiten Stelle? Wievielmal 3 Einer sind 3 Zehner? Was bedeutet die Ziffer 3 an der dritten Stelle? Wievielmal 3 Zehner sind 3 Hunderter? u. s. w. Die Schüler werden auf diese Art zur Einsicht geführt:

1. Zehn Einheiten einer Ordnung bilden immer eine Einheit der höheren Ordnung; 10 Einer, 1 Zehner, 10 Zehner, 1 Hunderter u. s. w.

2. Bei einer mehrzifferigen Zahl bedeutet jede Ziffer in der nächstfolgenden Stelle zur Linken zehn-

* Die Schüler werden im 3. Schuljahre nur bis zum Anschreiben und Lesen Zahlen bis 1000 geführt.

mal so viel als in der nächstvorhergehenden, also in der ersten Stelle Einer, in der zweiten Zehner, in der dritten Hunderte, in der vierten Tausende u. s. w.

Aus diesem Grunde nennt man die Zusammenstellung der Zahlen in dieser Ordnung die Zehnerordnung oder von dem griechischen Worte deka (zehn) das dekadische Zahlensystem.

Haben die Schüler das bereits Entwickelte gut aufgefasst, so kann der Bau des Zahlengebäudes weitergeführt und auf die Unendlichkeit der Zahl hingewiesen werden.

10 Millionen = 1 Zehnmillion = 10,000.000
10 Zehnmillionen = 1 Hundertmillion = 100,000.000
10 Hundertmillionen = 1 Tausendmillion = 1000,000.000
10 Tausendmillionen = 1 Zehntausendmillion = 10.000,000.000
10 Tausendmillionen = 1 Hunderttausendmillion = 100.000,000 000
10 Hunderttausendmillionen = 1 Billion = 1„000.000,000.000

Um den Schülern das Anschreiben der Zahlen möglichst zu erleichtern, mache man sie aufmerksam, dass sich bei den Zahlen über Tausend eben so wie bei denen unter Tausend die Benennungen Einer, Zehner, Hunderter wiederholen, dass also je drei auf einander folgende Stellen der Einer, Zehner, Hunderte eine eigene Classe von Einheiten bilden. Die drei niedrigsten Stellen werden geradezu Einer, Zehner, Hunderte; die drei nächstfolgenden Stellen Einer, Zehner, Hunderte, der Tausende, die weiter folgenden Einer-Zehner und Hunderte der Millionen genannt u. s. w. Ebenso bilden je 6 Ziffern eine weitere Classe.

Zur Erleichterung der Übersicht bilde der Lehrer an der Schultafel und der Schüler auf der Schiefertafel folgendes Schema:

Billionen						Millionen						Einer					
Tausender			Einer			Tausender			Einer			Tausender			Einer		
Hunderter	Zehner	Einer	Hunderter	Zehner	Einer	Hunderter	Zehner	Einer	Hunderter	Zehner	Einer	Hunderter	Zehner	Einer	Hunderter	Zehner	Einer

Um den Schülern das Lesen der angeschriebenen Zahlen noch leichter zu machen, lasse er die Zahlen von der Rechten angefangen in Classen zu drei Ziffern abtheilen, nach der ersten Classe

einen Punkt und nach der zweiten einen Beistrich setzen und sage ihnen, dass der Punkt statt des Wortes Tausend und der Beistrich statt des Wortes Millionen dasteht, und mache die Schüler aufmerksam, dass sie es immer nur mit der Benennung Einer, Zehner und Hunderter zu thun haben, kurz jede einzelne Classe so auszusprechen haben, als ob sie für sich allein stände, und dass sie bei dem Punkte nur das Wort Tausend und bei dem Striche das Wort Millionen hinzusetzen sollen.

Soll z. B. die Zahl 38,652.912 ausgesprochen werden, so lasse der Lehrer diese Zahl zuerst auf die angegebene Art in Classen eintheilen und frage dann: Welche Zahl steht in der Classe der Millionen? Leset sie? Was bedeutet der Beistrich? Was habt ihr also zur Zahl 38 noch hinzu zu sprechen? Wieviele Hunderter, Zehner und Einer befinden sich in der Classe der Tausende? Wie heißt diese Zahl? Was heißt der Punkt? Sprecht nun auch die niedrigste Classe aus?

Nun werden auch Zahlen mit Nullen angegeben, z. B. 19,507.068 Die Schüler werden anstandslos die Classe der Millionen und der Tausende lesen; bei der niedrigsten Classe frage man: Was steht an der Stelle der Hunderte? Weil keine Hunderte vorhanden sind, so spricht man nur die Zehner und Einer aus. Wie heißt dann diese Zahl? Nun wird die ganze Zahl gelesen: Neunzehn Millionen, fünfhundert sieben tausend, acht und sechzig.

Beim Anschreiben der ausgesprochenen Zahlen lasse der Lehrer die Schüler jedesmal zuerst jene ein-, zwei- oder dreizifferige Zahl anschreiben, nach welcher das erstemal der Beisatz Tausend oder Millionen gehört wird, und hierauf gegen die Rechte hin die übrigen Bestandtheile nach der Ordnung, wie man sie in Abtheilungen nach Hunderten, Zehnern und Einern ausspricht, ebenso auch schriftlich in Classen von je drei Ziffern darstellen. Zuerst dictiere er Zahlen, in welchen keine Stelle mit einer 0 zu besetzen ist, und dann solche, in welchen die Zehner oder Einer einer Classe fehlen u. s. w. und mache die Schüler aufmerksam, dass man achtgeben müsse, ob immer Hunderter, Zehner und Einer genannt werden.

Es soll z. B. die Zahl: vier Millionen, dreihundert zwei und fünfzig tausend, fünfhundert acht und zwanzig mit Ziffern angeschrieben werden. Wieviel Millionen werden hier angegeben? Welche

Ziffer habt ihr daher zuerst anzuschreiben? Welches Zeichen hat man für das Wort Millionen? Was werdet ihr daher nach der Ziffer Vier machen? Wieviele Classen von Ziffern folgen jetzt noch? Also wie viele Ziffern? Ich gebe noch dreihundert acht und vierzig tausend an; diese Classe muss in die nächsten drei Stellen kommen: Was hört ihr in der Classe der Hunderter, Zehner, Einer? Was für ein Zeichen macht man statt des Wortes Tausend? u. s. w.

Es soll die Zahl fünf Millionen, acht und vierzigtausend, zweihundert und sechs mit Ziffern angeschrieben werden. Wieviele Millionen sind hier genannt? Was für ein Zeichen macht man nach der Ziffer fünf? Wieviele Classen von Ziffern müssen noch folgen? Also wieviele Ziffern? Was müsstet ihr in die folgenden Stellen noch schreiben, wenn außer den fünf Millionen weiter nichts angegeben wäre? Es sind aber noch acht und vierzig tausend angegeben; in welche Stelle muss diese Classe kommen? Hört ihr in dieser Classe auch Hunderte? Womit müsst ihr daher die Stelle der Hunderte besetzen? Ihr schreibt daher in die zweite Classe 048 und machet nach derselben einen Punkt. Wieviele Ziffern müssen noch folgen, damit diese Clase die Classe der Tausende werde? Was müsste man an die Stelle derselben setzen, wenn nichts weiter angegeben wäre? Es sind aber zu den 5 Millionen, 48 Tausenden noch zweihundert sechs angegeben. Hört ihr hier Hunderte, Zehner und Einer aussprechen? Welche Benennung hört ihr nicht? Was müsset ihr daher an die Stelle der Zehner setzen? Wir schreiben daher: 5,048.206.

Sehr hohe Zahlen kommen im praktischen Leben nur selten vor; es wäre daher Zeitverschwendung, sich viel mit denselben zu befassen.

§. 10.

Die römischen Ziffern und Geschichtliches.

Das Schreiben der Zahlen mit römischen Ziffern kommt nach unserem Lehrplane erst im 4. Schuljahre vor, es ist jedoch angezeigt, die Schüler der vorhergehenden Classen mit der Bedeutung dieser Zeichen für die Zahlen von 1 bis 12 bekannt zu machen, da dieselben auf Zifferblättern so vieler Uhren, bei Aufschriften, bei den Abschnitten der Bücher, als Jahreszahlen an Monumenten vorkommen und sie überdies die Zahl, welche sie bezeichnen, mehr veran-

schaulichen als die arabischen, ja da sie selbst als eine Übung im Zählen dienen können.

Spracharmut nöthigte die Menschen zur Darstellung der Zahlen ihre Zuflucht zu Zeichen zu nehmen, wozu die Finger das nächste und dienlichste waren. Eine so große Sammlung von Einheiten sie anzeigen wollten, so viele Finger zeigten sie vor. Auf diese Art bezeichneten sie auch die Einheit mit I, die Zahl zwei mit II, drei mit III, vier mit IIII oder IV, fünf mit V, sechs mit VI, sieben mit VII, acht mit VIII, neun mit VIIII oder IX und zehn mit X.

Die Zeichen für eins, zwei, drei, vier sind die Bilder der vier Finger, das Zeichen für fünf (V) ist das Bild der vier zusammengehaltenen Finger mit dem seitwärts gehaltenen Daumen, das Zeichen für zehn (X) ist das doppelte Zeichen für fünf. Die Zeichen für die Zahlen zwischen fünf und zehn sind Zusammensetzungen aus fünf mit eins, fünf mit zwei u. s. w. Für die folgenden Zahlen bedienten sie sich dann der Zusammensetzungen so vieler Zeichen von zehn, als wie oft diese zehn vorhanden waren, in Verbindung mit den neun ersteren Zahlzeichen. Die Unbequemlichkeit, eine Menge solcher Zeichen zu setzen, war die Veranlassung noch größere Zahlenausdrücke mit dem Anfangsbuchstaben des Wortes, mit welchem sie diese Zahl aussprachen, zu bezeichnen. Aus diesem Grunde drückten sie die Zahl hundert oder zehnmal zehn mit C aus, als dem Anfangsbuchstaben des Wortes centum, welches diese Zahl bezeichnet; die Zahl tausend oder zehnmal hundert bezeichneten sie mit M, als dem Anfangsbuchstaben des Wortes mille, welches diese Quantität ausdrückt. Da die Römer ihre Buchstaben anfänglich immer geradlinig machten, so hatte das C die Form E; die Hälfte hiervon oder L benützten sie zur Bezeichnung der Hälfte dieser Zahl, also für fünfzig, diesem zufolge bezeichneten sie auch sechzig mit LX, siebenzig mit LXX, achtzig mit LXXX. Der Buchstabe M, wurde auch mit CIC bezeichnet und die Hälfte hiervon gibt beiläufig den Buchstaben D, welchen sie auch zur Bezeichnung der Hälfte von tausend also für fünfhundert wählten. Das Anhäufen der gleichartigen Zeichen suchten sie auch dadurch zu vermeiden, dass sie Zahlen mit dem Zeichen der folgenden höheren Zahlen bezeichneten, und den Unterschied zwischen der zu bezeichnenden und der höheren Zahl vor das Zeichen der höheren Zahl setzten; so schrieben sie statt IIII

das Zeichen IV, statt VIIII das Zeichen IX, statt XIIII, das Zeichen XIV, statt XVIIII das Zeichen XIX u. s. w., statt XXXX das Zeichen XL, statt LXXXX das Zeichen XC, statt CCCC das Zeichen CD, statt DCCCC das Zeichen CM.

Nach dem Gesagten wird die Jahreszahl 1882 geschrieben MDCCCLXXXII.

Im wirklichen Rechnen wurde das Zehnersystem befolgt; die Römer und die Griechen hatten Rechenbretter, welche durch parallele Linien oder Streifen abgetheilt waren, ein Steinchen (calculus, daher calculare, Rechnen) bedeutete im ersten Streifen rechts Einer, im zweiten Zehner, im dritten Hunderter u. s. w. Dieser Rechenbretter bediente man sich in Deutschland bis ins sechzehnte Jahrhundert, und noch heute kennen viele Bauern in Rußland kein anderes Rechnungsmittel. Die Jahreszahl 1882 sieht auf einem solchen Rechenbrette so aus:

T.	H.	Z.	E.
0	00	00	00
	00	00	
	00	00	
	00	00	

Unser Zahlensystem wäre gewiss viel früher entstanden, wenn man bei den Zahlzeichen die Eintheilung nach zehn so festgehalten hätte, wie in der Tonsprache; hätten die Römer keine eigenen Zeichen für fünf, fünfzig, fünfhundert gewählt, so wären sie gerade zu unserer Zahlenschrift gelangt, deren Ursprung in Indien zu suchen ist. Ohne die früher angegebenen Kürzungen müsste man die Zahl 1882 so schreiben MCCCCCCCCXXXXXXXXII. Diese Art Zahlenschrift wurde vielleicht durch Jahrhunderte fortgesetzt bis etwa Einer den glücklichen Einfall hatte, statt die Zahlzeichen immer selbst zu wiederholen, die Zahl oben zu bezeichnen, wie oft dieses Zahlzeichen wiederholt werden soll, z. B.:

I IIIIIIII IIIIIIII II
M C X I. Setzt man für die oberen Zahlen die arabischen Ziffern, so erhält man 1 8 8 2
M C X I.

Diese verbesserte Art zu schreiben wurde wieder lange Zeit angewandt bis man fand, es sei doch überflüssig immer die Zeichen I, X, C, M unten anzuschreiben, da ja doch die letzte Ziffer Einer, die vorletzte Zehner, die vorvorletzte Hunderter u. s. w. bedeute; nur eine Schwierigkeit zeigte sich, wenn eines dieser Zahlzeichen nicht vorkam, z. B.:

$$\begin{matrix}5 & 2 & 8\\ M & C & I\end{matrix} = 5208,\quad \begin{matrix}6 & 4 & 7\\ M & X & I\end{matrix} = 6047,\quad \begin{matrix}8 & 3\\ M & X\end{matrix} = 8030.$$

Würde hier das untere Zeichen weggelassen, so würde man 5208 mit 528, 6047 mit 647, 8030 mit 83 verwechseln. Dieser Fortschritt machte ein neues Zeichen nothwendig, um einen leeren Platz anzudeuten; hiezu wählte man einen unausgefüllten Kreis (arabisch sifron, siron) d. i. die Nulle; hiedurch war

also auch diese Schwierigkeit gehoben, und obige Zahlen zu schreiben $\frac{5\ 2\ 0\ 8}{M\ C\ X\ I}$, $\frac{6\ 0\ 4\ 7\ 8\ 0\ 3\ 0}{M\ C\ X\ I,\ M\ C\ X\ I,}$ konnte man die unteren Zeichen, ohne ein Missverständnis zu befürchten, weglassen.

Von den Indiern bekamen die Araber diese Zahlenschrift, daher wir unsere Zahlzeichen arabische Ziffern nennen, von den Arabern kamen sie durch Nordafrika zu den Mauren nach Spanien, wo sie Gebert, der nachmalige Papst Sylvester II. im Jahre 999 kennen lernte und ihre Kenntnis in das Abendland brachte. Jahrhunderte vergiengen wieder, bis sie Gemeingut der minder Gebildeten wurde. Zu Ende des sechzehnten Jahrhundertes wurde endlich der letzte Schritt der Vervollkommnung durch Stifel in Deutschland, Stevin in den Niederlanden, Bombelli in Italien gethan; es war die Einführung der Decimalen.

Zur Zeit der Reformation gebrauchte man im täglichen Leben noch die römischen Zahlzeichen und erst Adam Riese und andern Verfassern von Rechenbüchern gelang es, den arabischen Ziffern und dem Rechnen mit denselben auch im bürgerlichen Leben Eingang zu verschaffen.

Für die höheren Zahlen wurden erst nach und nach, wie es das Bedürfnis verlangte, Zahlwörter gebildet. So kommt z. B. das Wort Million in dem Rechenbuche von Adam Riese (1535) nicht vor, er sagt dafür 1000 mal 1000.

Das Wort Million findet sich zuerst 1494 in einem italienischen Rechenbuche. Billion (millionenmal Million), Trillion, Quadrillion 2c. kamen erst im vorigen Jahrhunderte vor. Das Wort Milliarde bedeutet 1000 Millionen, und unter Myriade versteht man entweder eine unbestimmte, große Menge oder auch 10.000.

Wir haben im Vorhergehenden der leichteren Übersicht wegen das ganze dekadische System mit Ausschluss der Decimalen behandelt, und erinnern hier nur, dass man im 3. Schuljahre den Zahlraum nur bis 1000 zu erweitern hat. Es dürfte dem Lehrer nicht schwer werden, aus dem Ganzen das für den genannten Zahlraum Erforderliche zu entnehmen. Hierauf gestützt, werden wir auch beim schriftlichen Rechnen selbst das Ganze im Zusammenhange vornehmen. Sogleich nach der schriftlichen Darstellung der Zahlen bis 1000 muss auch die Kenntnis der Maße und Gewichte entsprechend vervollständigt werden.

Bei der Zeiteintheilung wird angegeben, dass ein gemeines Jahr 365, das Schaltjahr 366 Tage hat u. s. w.

Bei der Eintheilung der Gewichte: 1 Kilogramm = 1000 Gramm; 1 Tonne = 1000 Kilogramm; 1 Gramm = 10 Deci-

gramm; 1 Decigramm = 100 Centigramm; 1 Centigramm = 10 Milligramm, daher 1 Gramm = 1000 Milligramm.

Beim Längenmaße: 1 Kilometer = 1000 Meter, 10 Kilometer = 1 Myriameter, 1 Centimeter = 10 Millimeter, daher 1 Meter = 1000 Millimeter.

Die methodische Durchführung der Flächen- und Körpermaße behalten wir uns für die geometrische Formenlehre, und weisen vorderhand nur auf das hin, was bei Behandlung des Krämer'schen Rechenapparates gesagt wurde.

§. 11.

Zusammenzählen oder Addieren.

a) Das Zuzählen im Kopfe.

Es ist unerläßlich, daß im 3. Schuljahre das in den beiden ersten Schuljahren Vorgekommene der Hauptsache nach wiederholt werde; wir weisen hierbei auf das III. Rechenbuch von Močnik hin.

An die Wiederholungen des im ersten und zweiten Schuljahre Erlernten schließt sich das Zuzählen von 2 in den höheren Hunderten an, wobei die Schüler gar bald bemerken, daß man die 2 immer nur zu den Einern, also Einer zu Einern zu zählen braucht, die Hunderter aber unverändert bleiben. Z. B. 101 + 2 = 103, 103 + 2 = 105 u. s. f.

Hierauf folgen die Übungen außer der Reihe: Wieviel ist 117 und 2? 238 und 2?

Auf dieselbe Art geschieht das Zuzählen von 3, 4. . . 9.

Sind Zehner zu Zehnern zu zählen, so benütze man anfangs die Zahlwerte, z. B. Wieviel ist 40 und 30? Wieviel Zehner hat die Zahl 40, wieviel die Zahl 30? Wieviel sind 4 Zehner und 3 Zehner? Wieviel Einer sind 7 Zehner? Wieviel ist also 40 und 30?

Ebenso verfahre man, wenn Hunderter zu Hundertern zu zählen sind.

Bestehen die Zahlen aus Zehnern und Einern, so leite man die Schüler an, daß sie zuerst die Zehner und dann die Einer zusammenzählen. Z. B. Wieviel ist 35 und 42? Aus wieviel Zeh-

neren und Einern besteht die Zahl 35? die Zahl 42? Wieviel Zehner sind 3 Zehner und 4 Zehner? Wieviel Einer sind 7 Zehner? Wieviel sind 5 Einer und 2 Einer? Wieviel sind 70 Einer und 7 Einer?

Auf dieser Stufe wird es den Schülern nicht schwer fallen, die Zehner einer Zahl zu der anderen Zahl zu addieren und hierauf die zurückgelassenen Einer hinzuzuzählen.

Z. B.: Wieviel sind 43 und 24? $43 + 20 = 63$, $63 + 4 = 67$. Obgleich die zweite Art des Zuzählens kürzer ist, so ist doch zu empfehlen, die erstere recht fleißig zu üben, da sie auf das Zifferrechnen vorbereitet.

Enthält die hinzuzuzählende Zahl nebst Einern und Zehnern auch noch Hunderte, so zählt man zur ersten unzerlegten Zahl zuerst die Hunderte, dann die Zehner und Einer der zweiten Zahl hinzu. Z. B.: Wieviel ist 762 und 234? $762 + 200 = 962$, $962 + 30 = 992$, $992 + 4 = 996$.

Da das Merken dreistelliger Zahlen für die Schüler schwierig ist, so braucht man bei dieser Stufe nicht lange zu verweilen. Auch mit gewissen Vortheilen können die Schüler hier bekannt gemacht werden. Z. B.

$26 + 19 = 25 + 20 = 45$ oder $30 + 15 = 45$.
$345 + 297 = 342 + 300 = 642$.

b) Schriftliches Addieren.

Die Schüler haben bisher das schriftliche Addieren einzifferiger Zahlen gelernt, wobei sie die Posten neben einander schrieben und zwischen dieselben das Additionszeichen setzten. Der Lehrer lasse nun ein Beispiel auf die Art ausarbeiten und benütze dasselbe um die Schüler mit den Ausdrücken: Addieren, Posten und Summe bekannt zu machen. Man lasse z. B. die Zahlen 2, 3, 6 und 7 wie bisher addieren, also: $2 + 3 + 6 + 7 = 18$. Was haben wir mit den Zahlen 2, 3, 6 und 7 gemacht? Welche neue Zahl haben wir durch das Zusammenzählen dieser Zahlen erhalten? Welchen Zahlen zusammengenommen ist also die Zahl 18 gleich? (Noch mehrere solche Beispiele.) Wieviele Zahlen haben wir nun jedesmal statt mehrerer Zahlen erhalten? Suchet nun, welcher Zahl die Zahlen 5, 2 zusammengenommen gleich sind? Ebenso 3, 6, 8, 1.

Eine Zahl suchen, welche mehreren gegebenen Zahlen zusammengenommen gleich ist, heißt addieren.

Wie heißt man das, eine Zahl suchen ꝛc? Was heißt addieren?

Addiert nun die Zahlen: 6, 8, 4, 3. Welche Zahlen habt ihr hier addiert?

Die Zahlen, welche addiert werden, heißen Posten, oder Summanden.

Wieviel Posten hat unsere Rechnung? Gebt alle Posten an. Gebt selbst mehrere Posten an und addiert sie. Welche Zahl haben wir durch das Addieren dieser Zahlen erhalten?

Die Zahl, welche man durch das Addieren erhält nennt man Summe.

Wie heißt in unserer Rechnung die Summe? Was ist größer, die Summe oder die Posten zusammengenommen? Gebt zwei Zahlen an, deren Summe 12 ist. Nennt drei Zahlen für die Summe 36. Die erste von drei Posten ist 5, die zweite 8 und die dritte 7; wie heißt ihre Summe? Wie heißt die Summe, wenn die erste Post 8, die zweite 7 und die dritte 5 ist?

Nun mache man die Schüler aufmerksam, dass man die Posten auch unter einander schreiben und die Summe von denselben durch einen Querstrich zu trennen pflegt, und dringe hiebei darauf, dass die Posten genau in senkrechter Richtung unter einander und die Einer der Summe mit den Einern der Posten in eine gerade Linie zu stehen komme. Z. B.

2
5
7
9
6
29

Beim Kopfrechnen kamen die Schüler zur Einsicht, dass man nur Gleichartiges addieren kann; zur noch größeren Klarheit führe man noch auffallendere Beispiele an, z. B. frage man ob 3 Knaben und 4 Bäume 7 Knaben oder 7 Bäume seien ꝛc. Der Lehrer lasse einer Addition zweizifferiger Zahlen im Kopfe machen, schreibe nun dieselben Posten an die Tafel und frage, wie man anzuzeigen pflegt, dass diese Zahlen addiert werden sollen, wohin man die Summe zu schreiben und welches Zeichen man zwischen die Posten zu setzen habe. Z. B. 21 + 12 + 36 = 69. Hierauf lasse man die Posten auflösen, also:

a) 21 = 2 Z. + 1 E.
12 = 1 Z. + 2 E.
36 = 3 Z. + 6 E.
69 = 6 Z. + 9 E.

Die Schüler haben nun wieder nur einzifferige Zahlen zu addieren, was sie ja schon gelernt haben. Beim Kopfrechnen wurden sie gewöhnt, zuerst die Zehner und dann Einer zu addieren und dann die beiden Summen wieder auf eine Summe zu bringen. Dieses Verfahren behalte man auch anfangs beim schriftlichen Rechnen bei, und lasse sie dann bemerken, dass man die Summe 6 Z. + 9 E. = 69 sofort erhält, wenn die Posten, wie bei a) untereinander, und die Summe der Zehner unter die Zehner und die Summe der Einer unter die Einer schreibt.

Zu den ersten Aufgaben wähle man die Posten so, dass weder die Summe der Einer noch jene der Zehner mehr als 9 beträgt. Hierauf kommen Beispiele, in welchen die Summe der Einer 10 oder größer als 10 ist, und lasse anfangs die Zahlen, wie bei der vorigen Stufe auflösen, und bei den Zehnern beginnen; schreibe aber die Summe der Zehner z. B. 8 Z. oder 80 E. seitwärts und darunter die Summe der Einer, also 16 Einer. Werden diese beiden Summen addiert, so geben sie 96 Einer. Man lasse die Schüler hierbei bemerken, dass die 6 Einer der Summen 16 wieder als Einer der ganzen Summe erscheinen, der Zehner der Summe 16 aber zu den 8 Zehnern d. i. zur Summe der Zehner, gezählt wurde.

a) 35 = 3 Z. + 5 E.
14 = 1 Z. + 4 E.
47 = 4 Z. + 7 E.

b) 80 E.
16 E.
96 E.

Um die Schüler zur Einsicht zu bringen, dass es kürzer sei, die Addition bei den Einern zu beginnen, lasse man, wie bisher bei den Zehnern anfangen und die Summe derselben also 8 Z. bei a) unter die Zehner schreiben. Addiert man die Einer, so erhält man 16 Einer oder 1 Z. und 6 E. Diese 6 E. setzt man an die Einerstelle, 1 Z. kann man aber nicht an die Zehnerstelle setzen, da ja dort schon 8 Zehner stehen; daher wird man diesen Zehner zu den 8 Zehnern zählen, die Ziffer 8 weglöschen und dafür 9 schreiben Addiert man zuerst die Einer und dann die Zehner, so entfällt die Ausbesserung.

Die Schüler sehen hieraus, dass die Addition abgekürzt wird, wenn man bei den Einern beginnt, die Einer der erhaltenen Summe

unter die Einer schreibt, die Zehner im Gedächtnis behält, bis man die Summe der Zehner gefunden hat und sie zu dieser hinzuzählt. Schließlich mache man die Schüler aufmerksam, dass man die Zehner der ersten Summe, um sie nicht zu vergessen, sogleich zu den Zehnerposten zählt, so als ob sie unten noch dazu geschrieben wären. Man sagt also: 1 und 4 ist 5 u. s. w.

In derselben Weisegeht man bei der Addition größerer Zahlen vor.

Die Probe über die Addition wird am besten dadurch gemacht, dass man sie nochmals und zwar von oben nach unten, vornimmt, wenn man sie zuerst von unten nach oben gemacht hat.

Aufgaben M. III. R. S. 11 und 12. A. K. III. S. 10 bis 13.

§. 12.

Wegzählen oder Subtrahieren.

a) Wegzählen im Kopfe.

Nach dem Wegzählen von 1, welches nur das Rückwärtszählen in der natürlichen Zahlenreihe ist, beginnt das Wegzählen von 2, 3, u. s. w. z. B.

100 — 2 = 98, 98 — 2 = 96 . . . . . bis 0
99 — 2 = 97, 97 — 2 = 95 . . . . . bis 1
200 — 2 = 198, 198 — 2 = 196 . . . . . bis 100.
500 — 2 = 498, 498 — 2 = 496 . . . . . bis 401.
3 — 2 = 1, 15 — 2 = 13, u. s. w.

Ähnlich wird beim Wegzählen von 3, 4, 5 . . . 9 verfahren. Aufgaben im Močnik III. Rechenbuche Seite 13.

Sind Zehner von Zehnern wegzuzählen, so benütze man anfänglich die Zahlwerte, z. B. 70 — 30 =?

Wieviel Zehner sind 70 Einer? Wieviel Zehner sind 30 Einer? Wieviel sind 7 Z. weniger 3 Z.? Wieviel Einer sind 4 Zehner? Wieviel ist also 70 weniger 30?

Ebenso verfahre man, wenn Hunderter von Hundertern wegzuzählen sind.

Sind Zehner oder Zehner und Einer von Zehnern und Einern wegzuzählen, so lasse man anfangs die Zahl unzerlegt und zähle von ihr zuerst die Zehner und dann die Einer weg. Z. B. 78 — 52 =? 78 — 50 = 28, 28 — 2 = 26.

Um aber die Schüler für das Zifferrechnen vorzubereiten, zerlege man die Zahlen in Zehner und Einer und lasse zuerst die Zehner von den Zehnern und dann die Einer von den Einern wegzählen. Z. B. 78 — 52 =? 78 = 7 Z. + 8 E.; 52 = 5 Z. + 2 E.; 7 Z. — 5 Z. = 2 Z.; 8 E. — 2 E. = 6 E.; 2 Z. + 6 E. = 26. In gleicher Weise verfährt man beim Wegzählen dreizifferiger Zahlen; man zieht von der ersten unzerlegten Zahl zuerst die Hunderter, dann die Zehner und hierauf die Einer ab Z. B. 638 — 325 =? 638 — 300 = 338; 338 — 20 = 318 318 — 5 = 313.

Wegen der Schwierigkeit dieser Übungen sind dieselben zu beschränken.

Schriftliche Aufgaben siehe Močnik III. Rechenbuch Seite 14, d.

Vortheile. Vor allem macht man den Schülern den Satz klar: Der Unterschied bleibt gleich, wenn man die gegebenen und die wegzunehmende Zahl um gleichviel vergrößert oder verkleinert. Am besten geschieht dieses, wenn man zu beiden Zahlen zuerst 1, dann 2 u. s. w. addiert und dann davon subtrahiert.

Z. B. 5 — 2 = 3, 6 — 3 = 3, 12 — 7 = 5, 11 — 6 = 5, 10 — 5 = 5.

24 — 18 = 26 — 20 = 6, 34 — 22 = 32 — 20 = 12, 72 — 47 = 75 — 50 = 25, 57 — 33 = 54 — 30 = 24 212 — 25 = 217 — 30 = 187, 216 — 45 = 211 — 40 = 171

Man sieht hieraus, dass man durch Anwendung dieses Satzes die Zahlen so verwandeln kann, dass man immer nur reine Zehner wegzuzählen hat. — Abgeleitete und angewandte Aufgaben in Močniks III. Rechenbuche M. S. 14, e und M. S. 15.

b) Schriftliches Subtrahieren.

Abziehen oder Subtrahieren heißt eine Zahl (Subtrahend) von einer andern (Minuend) wegnehmen. Gibt man zur übrig gebliebenen Zahl (Rest) die weggenommene wieder hinzu, so erhält Minuend. Dieser ist daher die Summe aus dem Subtrahende und man den dem Reste; daher heißt subtrahieren auch, aus der Summe zweier Zahlen und einer derselben die andere finden. Der Rest zeigt an,

um welche Zahl der Minuend größer ist als der Subtrahend, oder welche Zahl man zum Subtrahende hinzugeben muss, um den Minuend zu erhalten.

Hieraus ergeben sich zwei Verfahrungsarten beim Subtrahieren, nämlich: das Wegzählen oder bestimmen, wie viel übrig bleibt, wenn man eine Zahl von der andern hinwegnimmt, oder Suchen, wieviel man zum Subtrahende hinzugeben muss, um den Minuend zu erhalten, also das Ergänzen.

Das Ergänzen führt schneller und sicherer zum Ziele als das Hinwegzählen; das Vortheilhafte desselben zeigt sich ganz besonders, wenn von einer Zahl mehrere Zahlen zugleich zu subtrahieren sind, und beim Dividieren. So vortheilhaft aber diese Methode für im Rechnen weiter fortgeschrittene Schüler ist, so ist dennoch anzurathen, mit der Methode des Hinwegzählens zu beginnen, da diese leichter ist und den Begriff der Subtraction als Verminderungsrechnung mehr zur unmittelbaren Anwendung bringt.

Die Schüler haben im ersten Schuljahre das schriftliche Subtrahieren einzifferiger Zahlen gelernt, wobei sie den Minuend und Subtrahend neben einander und dazwischen das Subtractionszeichen setzten. Der Lehrer lasse nun ein solches Beispiel auf diese Art ausarbeiten und benütze dasselbe, um die Schüler mit den Ausdrücken Subtrahieren, Minuend, Subtrahend und Differenz bekannt zu machen.

Man lasse z. B. von der Zahl 9 die Zahl 5 wegzählen, frage was sie gethan haben und knüpfe nach der Lösung mehrerer solcher Beispiele an die Antwort die Erklärung:

Eine Zahl von der andern wegnehmen, heißt auch subtrahieren.

Von welcher Zahl wurde in der ersten Aufgabe eine andere weggezählt? Von welcher im zweiten u. s. f.

Die Zahl, von welcher eine andere weggezählt wird heißt **Minuend**.

Wie heißt der Minuend in der ersten Aufgabe? Wie in der zweiten u. s. w.

Welche Zahl wurde vom Minuend 9 hinweggezählt? u. s. w.

Die Zahl, welche vom Minuend weggezählt wird, heißt **Subtrahend**.

Wie heißt der Subtrahend in der ersten Aufgabe? Wie in der zweiten? u. s. w.

Welche Zahl bleibt übrig, wenn man von der Zahl 9 die Zahl 7 wegnimmt? u. s. w.

Die Zahl, welche beim Subtrahieren übrig bleibt, heißt **Rest oder Differenz.**

Wie heißt der Rest in der ersten Aufgabe? u. s. w.

Um wieviel unterscheidet sich der Minuend 9 vom Subtrahend 7? Wer zeigt dieses an?

Da der Rest anzeigt, um wieviel sich der Minuend vom Subtrahend unterscheidet, so heißt er auch **Unterschied.**

Nun sage man den Schülern, dass man auch den Subtrahend unter den Minuend zu setzen, darunter einen Querstrich zu machen und unter diesen den Rest zu setzen pflegt; also

$$\begin{array}{r} 9 \\ 7 \\ \hline 2 \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{r} 9 \\ -\,7 \\ \hline 2 \end{array}$$

Auf diese Art lasse man mehrere Beispiele ausarbeiten und gehe dann zur Subtraction zweizifferiger Zahlen über. Diese Zahlen läßt man anfangs so zerlegen, dass die Schüler eigentlich nur zwei Subtractionen einzifferiger Zahlen vor sich haben als:

$$\begin{array}{l} 69 = 6\ \text{Z.} + 9\ \text{E.} \\ 45 = 4\ \text{Z.} + 5\ \text{E.} \\ \hline 24 = 2\ \text{Z.} + 4\ \text{E.} \end{array}$$

Diese Aufgabe lasse man vorher im Kopfe ausarbeiten. Die Schüler werden hiebei, wie sie es gewohnt sind, zuerst die Zehner von den Zehnern und dann die Einer von den Einern wegzählen; man lasse dieses auch anfangs beim schriftlichen Subtrahieren so machen, und mache hiebei die Schüler aufmerksam, dass man den Unterschied auch ohne Zerlegung findet, wenn man, wie das links vom Gleichheitszeichen geschehen ist, den Subtrahend unter den Minuend ohne Zerlegung und Bezeichnung aber so schreibt, dass die Zehner unter die Zehner zu stehen kommen und die gefundenen Unterschiede ebenfalls ohne weitere Bezeichnung neben einander schreibt.

Nach Lösung mehrerer ähnlicher Aufgaben wird zum Subtrahieren mit Übergang in eine höhere Ordnung geschritten, d. i. zur

Lösung von Aufgaben, in welchen die Zahl der Einer des Subtrahendes größer ist als jene des Minuendes, z. B. 52 — 36.

Man versinnliche den Vorgang hiebei durch Münzen, stelle die Zahl 52 durch 5 Zehnerstücke und 2 Kreuzer dar. Die Schüler bemerken, dass sie wohl 3 Zehner von 5 Zehnern aber nicht 6 Kreuzer von 2 Kreuzern wegnehmen können.

Man leite sie durch Fragen darauf, dass sie einen Zehner in Kreuzer umwechseln, d. i. den Zehner in Einer auflösen müssen, und dass sie nun 4 Zehner und 12 Einer haben, was ebenso viel ist, als 5 Zehner und 2 Einer, und dass sie jetzt leicht 3 Zehner und 6 Einer wegnehmen können. Auch durch die Zehnerbünde (Seite 26 c) kann der Vorgang leicht klar gemacht werden. Hierauf schreite man zur Aufgabe: 52 — 53 = ?

52 = 5 Z. + 2 E.	52 = 4 Z. + 12 E.
36 = 3 Z. + 6 E.	36 = 3 Z. + 6 E.
	16 = 1 Z. + 6 E. = 16 Einer.

Nachdem mehrere Aufgaben auf diese Art gelöst sind, zeige man, dass man die Subtraction auch verrichten könne, ohne die Zahlen zu zerlegen, wie es eben geschehen ist, wenn man den Subtrahend unter den Minuend schreibt und die Zehner um 1 Zehner vermindert, die Einer aber um 10 Einer vermehrt denkt, bei den Einern zu subtrahieren anfängt und sagt: 6 von 12 bleibt 6 und 3 von 4 bleibt 1. Damit man aber nicht vergesse, dass die Zehner um 1 Zehner vermindert wurden, macht man über den Zehnern einen Punkt. Dieses nennt man das Borgen oder Entlehnen.

Es ist aber nicht nöthig, dass sich die Schüler dieser Ausdrücke bedienen.

Um die Schüler zur Einsicht zu bringen, dass es vortheilhafter ist, die Subtraction bei den Einern zu beginnen, gebe man eine Aufgabe, z. B. 82 — 27, und lasse sie zuerst die 2 Zehner von den 8 Zehnern wegnehmen; es bleiben 6 Zehner;

82
27
6

um aber die 7 Einer wegzunehmen, müssen sie einen Zehner die 8 Z. um 1 Z. vermindern, und die 2 E. um 10 E. vermehren und sie bekommen dann 7 Z. und 12 E. Da aber jetzt nur 7 Z. vorhanden sind, so bleiben bei Wegnahme von 2 Z. nur 5 Z.; daher müsste man im Reste die

chon angeschriebenen 6 Z. weglöschen und an deren Stelle 5 Z. setzen. Nun gebe man Aufgaben, in welchen der Minuend nur aus Zehnern besteht, und verfahre etwa so:

$$\begin{array}{rcl} 80 & = 8\ \text{Z.} + 0\ \text{E.} = & 7\ \text{Z.} + 10\ \text{E.} \\ \underline{63} & = 6\ \text{Z.} + 3\ \text{E.} = & \underline{6\ \text{Z.} + \ \ 3\ \text{E.}} \\ 17 & & 1\ \text{Z.} + \ \ 7\ \text{E.} \end{array}$$

Bei der Subtraction mehrzifferiger Zahlen wähle der Lehrer anfangs die Zahlen so, bei denen jede Ziffer des Minuendes größer ist als die ihr gleichnamige des Subtrahends, z. B. 978—726.

Hierauf folgen Beispiele, wo bloß die Zehner, dann solche, wo bloß die Hunderter u. s. w. des Subtrahends größer sind, als die Ziffern an den gleichnamigen Stellen des Minuends, endlich Beispiele, in welchen dieses bei mehreren Stellen der Fall ist, aber im Minuend keine 0 vorkommt. Z. B.

$$\begin{array}{r} 6\dot{7}58 \\ \underline{3685} \\ 3073 \end{array}$$

Man sagt hier anfangs: 5 E. von 8 E. bleiben 3 E.; 8 Z. kann man von 5 Z. nicht wegnehmen, daher vermindert man die 7 H. um 1 H. und vermehrt die 5 Z. um 10 Z; nun hat man 10 Z. und 5 Z., dieses sind 15 Z.; 8 Z. von 15 Z. bleiben 7 Z.; 6 H. von 6 H. bleibt kein oder 0 Hundert; 3 T. von 6 T. bleiben 3 T. Hat man sich überzeugt, dass die Schüler den ganzen Vorgang aufgefasst haben, o verkürz tman die Ausdrucksweise, indem man die Benennung der Stellenwerte wegläſst und sagt: 5 von 8 bleibt 3; 8 von 15 bleibt 7; 6 von 6 bleibt 0; 3 von 6 bleibt 3.

Bei der Methode des Wegzählens ist der Fall besonders zu berücksichtigen, wenn an den Stellen des Minuendes, von welchen entlehnt werden soll, Nullen vorkommen. Z. B. 805 — 327.

Der Lehrer lasse beide Zahlen zerlegen, als:

$$\begin{array}{rcl} & \text{I.} & \text{II.} \qquad\qquad\qquad \text{III.} \\ \dot{8}\dot{0}5 & = 8\ \text{H.} + 0\ \text{Z.} + 5\ \text{E.} = & 7\ \text{H.} + 10\ \text{Z.} + 5\ \text{E.} = 7\ \text{H.} + 9\ \text{Z.} + 15\ \text{E.} \\ \underline{327} & = 3\ \text{H.} + 2\ \text{Z.} + 7\ \text{E.} = & 3\ \text{H.} + \ \ 2\ \text{Z.} + 7\ \text{E.} = \underline{3\ \text{H.} + 2\ \text{Z.} + \ \ 7\ \text{E.}} \\ 478 & & 4\ \text{H.} + 7\ \text{Z.} + \ \ 8\ \text{E.} \end{array}$$

Man macht die Schüler nun aufmerksam, dass man die Subtraction auch ohne Auflösung ausführen könne, indem man den Subtrahend unter den Minuend schreibt und sogleich die 8 Hunderter um 1 H. vermindert, aber die 0 Z. um 10 Z. vermehrt, welche wieder um

1 Z. vermindert und die E. aber um 10 E. vermehrt werden müssen. Anstatt 8 H., 0 Z. und 5 E. erhält man hiedurch 7 H., 9 Z. und 15 E., und man sagt jetzt: 7 E. von 15 E. bleiben 8 E., 2 Z. von 9 Z. bleiben 7 Z., und 3 H. von 7 H. bleiben 4 H.

Die Übungen auf dieser Stufe erfordern großen Fleiß; nach entsprechender Sicherheit des Schülers gehe man erst auf solche Beispiele über, in welchen im Minuende 2 und mehrere Nullen nach einander folgen, bei denen entlehnt werden soll. Z. B. 8005 — 2678.

Eine Auflösung der Zahlen dürfte auch hier angezeigt sein, als:

$\overset{\cdots}{8005}$ = 8 T. + 0 H. + 0 Z. + 5 E. = 7 T. + 10 H. + 0 Z. + 5 E. = 7 T. + 9 H. + 10 Z. + 5 E.
2678 = 2 T. + 6 H. + 7 Z. + 8 E. = 2 T. + 6 H. + 7 Z. + 8 E. = 2 T. + 6 H. + 7 Z. + 8 E.
= 7 T. + 9 H. + 9 Z. + 15 E.
= 2 T. + 6 H. + 7 Z. + 8 E.

Die Schüler sehen hieraus, dass man bis zu den Tausendern gehen muss. Von den 10 Hundertern, in welchen der weggenommene Tausender verwandelt wird, muss 1 H. in Zehner aufgelöst werden; von diesen 10 Z. muss wieder 1 Z. in Einer aufgelöst werden, und man hat im Minuend 7 T., 9 H., 9 Z. und 15 E. Hieraus sehen die Schüler auch zugleich, dass jede 0 des Minuends, über welcher ein Borgepunkt steht, 9 bedeutet. Auch bei dieser Stufe werden später die Stellenworte nicht benannt, man spricht:

9 9 9 9 11	
5000013	2 von 3 bleibt 1, 5 von 11 bleibt 6, 1 von 9
68152	bleibt 8 u. s. w.
4931861	

Übungsaufgaben in III. Rechenbuche M. Seite 16 und 17. A. K. S. 17 bis 20.

Da der Minuend die Summe aus dem Subtrahend und dem Reste ist, so wird die Probe über die Subtraction gemacht, indem man den Rest zum Subtrahende addiert; es muss, wenn die Rechnung richtig ist, der Minuend zum Vorschein kommen.

Es ist anzurathen, dieses Verfahren recht zu üben, da es eine ausgezeichnete Vorbereitung für das Subtrahieren mittels des Zuzählens darbietet.

Um die Schüler mit dem Subtrahieren mittels des Ergänzens vertraut zu machen, wähle man anfangs Beispiele, in welchen alle Ziffern des Minuends größer sind als die gleichstelligen des Subtrahends, als: 9768 — 4126, lasse den Subtrahend unter

9768 den Minuend setzen und frage: Wieviel E. muss
4126 man zu 6 E. hinzuzählen, um 8 E. zu erhalten?
5642 Wie groß ist also der Unterschied zwischen 8 E. und 6 E.? Wieviel Z. muss man zu 2 Z. zuzählen, um 6 Z. zu bekommen? Diese 4 Z. sind also der Unterschied zwischen 6 Z. und 2 Z. Wieviel H. müssen zu 1 H. zugezählt werden, um 7 H. zu erhalten? 6 H. sind also der Unterschied zwischen 7 H. und 1 H. Wieviel T. muss man zu 4 T. hinzuzählen, um 9 T. zu bekommen? 5 T. sind also der Unterschied zwischen 9 T. und 4 T. Der ganze Unterschied ist also 5642.

Der Lehrer dringe darauf, dass der Schüler die Unterschiede, sobald er sie ausspricht, auch gleich anschreibe. Man spricht jedoch später kürzer: 6 und **2***) ist 8; 2 und **4** ist 6; 1 und **6** ist 7; 4 und **5** ist 9.

Ist diese Übung gehörig gesichert, so geht man zu solchen Beispielen über, in welchen im Minuend Ziffern vorkommen, die kleiner sind, als die gleichstelligen im Subtrahend. Es sei z. B. 5837 — 3562 zu bestimmen.

58'37 Zu 2 E. muss man 5 E. zuzählen, um 7 E. zu
25,62 bekommen; der Unterschied 5 wird in den Rest gesetzt.
3275 Da 6 Z. größer sind als 3 Z., so kann man durch Hinzuzählen zu 6 Z. nicht 3 Z. erhalten; vermehrt man aber die 3 Z. um 10 Z., so erhält man 13 Z. und man muss zu 6 Z., um 13 Z. zu erhalten, 7 Z. hinzugeben. Es ist hier der Minuend um 10 Z. oder 1 H. vergrößert worden, daher muss man auch den Subtrahend, wenn der Unterschied gleich bleiben soll, um 1 H. vergrößern. 1 H. zu 5 H. sind 6 H. Subtrahiert man nun die Hunderter, so erhält 6 H. und 2 H. sind 8 H. u. s. w.

Man sagt hier: 2 und **5** ist 7
6 und **7** ist 13, bleibt 1
1 und 5 ist 6 und **2** ist 8
2 und **3** ist 5.

Kommen also im Minuend Ziffern vor, die kleiner sind, als die gleichstelligen Ziffern im Subtrahend, so

*) Die fettgedruckten Ziffern bedeuten die Zahlen, welche man hinzuzählen muss und in den Rest zu schreiben hat.

vermehrt man die zu kleine Ziffer des Minuend um 10 Einheiten und zugleich auch die Ziffer an der nächst höheren Stelle im Subtrahend um 1 Einheit.

Hienach denkt man sich anstatt

5472 = 5 T. + 4 H. + 7 Z. + 2 E.
1538 = 1 T. + 5 H. + 3 Z. + 8 E.

die abgeänderten Zahlen gesetzt, als:

5 T.	+	14 H.	+	7 Z.	+	12 E.
2 T.	+	5 H.	+	4 Z.	+	8 E.
3 T.	+	9 H.	+	3 Z.	+	4 E.

Aus dem Minuend 80000 und dem Subtrahend 15342 werden die Zahlen 8 Zt., 10 T., 10 H., 10 Z., 10 E. als Minuend und 2 Zt., 6 T., 4 H., 5 Z., 2 E. als Subtrahend, welche diese Differenz geben, wie die ersteren Zahlen.

Nun gebe man die Aufgabe, von einer Zahl die Summe mehrerer Zahlen zu subtrahieren, z. B.: Jemand hat 14230 fl. eingenommen und davon 2645 fl., 976 fl., 1256 fl. und 879 fl. ausgegeben; wieviel blieb ihm noch?

Der Lehrer lasse diese Aufgabe lösen, indem er zuerst die Zahl 2645 fl. von 14230 fl. abziehen, von Reste die Zahl 976 fl. von diesem Reste wieder 125 fl. subtrahieren läßt u. s. w., sodann leite er die Schüler darauf hin, dass sie die Summe der gegebenen Zahlen von der Zahl 14230 subtrahieren, und sodann zeige er, wie man leicht mit der Addition der Subtrahenden zugleich die Subtraction von dem gegebenen Minuend verbinden kann.

	3	3	3	
1	4	2	3	0
− 2	6	4	5	
		9	7	6
1	2	5	6	
		8	7	9
	3	3	3	
	8	4	7	4

Er lasse die Einer der Subtrahende addieren, ihre Summe beträgt 26; er frage, ob man die 26 E. von 0 E. subtrahieren könne. Wieviel Einer erhält man, wenn man zu 0 E. einen Zehner hinzugibt? Könnte man nun subtrahieren? Versuchen wir es mit 2 Z. Wieviele Zehner muss man zu 0 wenigstens hinzugeben, und die Summe 26 subtrahieren zu können? Wieviele Einer erhalten wir nun statt 0 E.? Wieviel müssen wir nun zu 26 zählen, um 30 zu erhalten? 26 und 4 ist

30, die **4** schreiben wir nun sogleich als Rest an. Da wir zum Minuende 3 Z. hinzugegeben haben, so müssen wir auch zum Subtrahende 3 Z. hinzuzählen und sagen dann sogleich 3 und 7 ist 10 u. s. w.

Nachdem der ganze Vorgang gehörig erläutert worden ist, spricht man kurz:

9 und 6 ist 15 und 6 ist 21 und 5 ist 26 und **4** ist 30, bleibt 3; 3 und 7 ist 10 und 5 ist 15 und 7 ist 22 und 4 ist 26 und **7** ist 33, bleibt 3; 3 und 8 ist 11 und 2 ist 13 und 9 ist 22 und 6 ist 28 und **4** ist 32, bleibt 3; 3 und 1 ist 4 und 2 ist 6 und **8** ist 14, bleibt 1; 1 und **0** ist 1.

Um die Schüler mit der Probe über die Addition mittels der Subtraction bekannt zu machen, lasse der Lehrer mehrere Posten addieren, und frage, um wieviel die Summe kleiner ausfallen müsste, wenn man eine der Posten wegließe und alle übrigen addieren würde; er lasse hierauf mit Hinweglassung, z. B. der obersten Post die Summe der übrigen Posten suchen und frage, wie man erfahren könne, ob die zweite Summe wirklich um die weggelassene Zahl kleiner sei als die frühere Summe.

Eine zweite Probe besteht darin, dass man von der erhaltenen Summe die erste Post, von dem erhaltenen Reste die zweite Post u. s. w. subtrahiert, wobei der letzte Rest 0 sein muss. Diese Probe ist sehr zu empfehlen, da sie zugleich eine zweckmäßige Übung für das wiederholte Subtrahieren bietet.

Aufgaben. M. IV. Rechenbuch S. 12 bis 14. A. K. IV. 8 und 9.

§. 13.

Vervielfachen oder Multiplicieren.

a) Vervielfachen im Kopfe.

Da das Vervielfachen erfordert, dass dem Schüler das Einmaleins vollkommen geläufig ist, so muss dieses im 3. Schuljahre zuerst wiederholt und fleißig geübt werden, umsomehr, da ja doch das Neue an Bekanntes anzuknüpfen ist. Diese Übungen sind theils in der Reihenfolge, theils außer derselben vorzunehmen und

müssen mit einfachen praktischen Aufgaben abwechseln. Z. B.
1 Bleistift kostet 3 kr.; 2 Bleistifte kosten $2 \times 3 = 6$ kr.
3 „ „ $3 \times 3 = 9$ „ u. s. w.

Beim Vervielfachen der reinen Zehner oder reinen Hunderter mit Einern, z. B. Wieviel ist 2 mal 40? frage man: Wieviele Zehner sind 40 Einer? Wieviele Zehner sind 2 mal 4 Zehner? Wieviele Einer sind 8 Zehner? Wieviel ist also 2×40? u. s. w. $2 \times 400 = 2 \times 4$ H. $= 8$ H. $= 800$.

Sowohl bei dieser als auch bei den folgenden hieher gehörigen Stufen ist sehr zu empfehlen, die Anwendungen in Reihen vorzunehmen. Z. B.

1 hl kostet 30 fl.; 2 hl kosten $2 \times 30 = 60$ fl.
3 „ „ $3 \times 30 = 90$ „ u. s. w.

(Schriftliche Aufgaben III. Rechenbuch M. S. 20, b.) Beim Vervielfachen von 2- und 3-stelligen Zahlen fange man bei der höchsten Stelle an, und lasse dann die erhaltenen Vielfachen addieren. Z. B. Wieviel ist 2 mal 24? — 2 mal 20 ist 40, 2 mal 4 ist 8, 40 und 8 ist 48.

Wieviel ist 2 mal 238? 2 mal 200 ist 400, 2 mal 30 ist 60, 400 und 60 ist 460, 2 mal 8 ist 16, 460 und 16 ist 476.

Das Vervielfachen mit reinen Zehnern beginnt man mit dem Vervielfachen mit 10 und mit 10.

$10 \times 10 = 10 \times 1$ Z. $= 10$ Z. $= 100$
$10 \times 20 = 10 \times 2$ Z. $= 20$ Z. $= 200$ u. s. w.

Kurz gesprochen: 10×10 ist 100, $10 \times 20 = 200$ u. s. w.

Wieviel ist 20 mal 3?

Hier führe man die Schüler zur Einsicht, da $20 = 2 \times 10$ ist, dass also eine Zahl 20 mal genommen 10 mal so viel ist, als wenn man sie 2 mal nimmt.

Eine Zahl wird daher 20 mal genommen, wenn man sie 2 mal und dann das Zweifache derselben 10 mal nimmt Z. B. Wieviel ist 20 mal 6? — 2 mal 6 ist 12; 20 mal 6 ist 10 mal so viel, daher 20 mal $6 = 120$.

In derselben Weise wird beim Vervielfältigen mit 30, 40 .... 90 vorgegangen, und dieselben Schlüsse kommen auch in Anwendung, wenn Einer mit reinen Hunderten (z. B. 200 mal 4) oder reine

Zehner mit reinen Zehnern (z. B. 30 mal 20) oder Zehner und Einer mit reinen Zehner (z. B. 50 mal 12) zu vervielfachen sind. Z. B. Wieviel ist 40 mal 12? 4 mal 12 ist 48; 40 mal 12 ist 10 mal so viel; daher 10 mal 48 = 480.

Sind Einer mit Zehnern und Einern zu vervielfachen, so vervielfacht man sie zuerst mit den Zehnern, dann mit den Einern und addiert die beiden Vielfachen. Z. B. Wieviel ist 13 mal 6? 10 mal 6 ist 60, 3 mal 6 ist 18, 60 und 18 = 78.

Beim Vervielfachen einer zweistelligen Zahl mit Zehnern und Einern läßt man die erste Zahl unzerlegt, vervielfacht sie zuerst mit den Zehnern, hierauf mit den Einern und addiert die erhaltenen Producte. Z. B. Wieviel ist 14 mal 26?

10 mal 26 ist 260, 4 mal 26 ist 104; 260 und 104 ist 364.

Ist die Zahl, welche vervielfacht werden soll, ein Vielfaches einer andern, so kann das Vervielfachen durch Zerlegung dieser Zahl (in Factoren) erleichtert werden. Z. B. Wieviel ist 15 mal 8? 15 ist 5 mal 3; nimmt man daher die Zahl 8 5mal und die hiedurch erhaltene Zahl 40 3 mal, so erhält man 15 mal 8, also 120.

Schriftliche Aufgaben in III. Rechenbuche M. S. 20, d), S. 21, e), abgeleitete und angewandte Aufgaben S. 21, f), S. 22 bis 25, g.) A. K. S. 20 bis 27.

b) Schriftliches Multiplicieren.

Die Schüler haben schon im ersten Schuljahre das schriftliche Multiplicieren „einzifferiger Zahlen mit einzifferigen" gelernt. Der Lehrer gebe nun solche Beispiele und verwende dieselben, um die Schüler mit den Ausdrücken Multiplicieren, Multiplicand, Multiplicator, Factoren und Product bekannt zu machen. Auch sage man den Schüler, dass beim eigentlichen Ziffernrechnen das Zeichen × nicht das Wörtchen „mal" sondern „multipliciert mit" bedeutet. Man liest daher 6 × 2 nicht 6 mal 2, sondern 6 multipliciert mit 2, also 2 mal 6.

Wieviel ist 3 mal 8? 3 mal 8 = 8 + 8 + 8 = 24.

Wievielmal haben wir hier die Zahl 8 genommen? Welche Zahl zeigt an wie oft die Zahl 8 genommen werden soll?

Eine Zahl so oftmal nehmen, als eine andere Zahl es anzeigt, heißt vervielfachen oder multiplicieren.

Welche Zahl wurde hier mehrmal genommen?

Die Zahl, welche mehrmals genommen wird, heißt **Multiplicand.**

Wie oftmal wurde die Zahl 8 genommen? Welche Zahl zeigt dieses an?

Die Zahl, welche anzeigt, wievielmal eine andere genommen werden soll, heißt **Multiplicator.** Multiplicand und Multiplicator haben auch den gemeinschaftlichen Namen **Factoren.**

Welche Zahl erhält man, wenn man 8 mit 3 multipliciert?

Die Zahl, welche man durch das Multiplicieren erhält, heißt **Product.**

Die Schüler wissen, dass 1 mal 1 = 1, 1 mal 2 = 2. 1 mal 3 = 3 ist u. s. w.

Man sage ihnen, dass man dieses durch den allgemeinen Satz ausdrücken kann:

Jede Zahl mit 1 multipliciert gibt sich selbst zum Producte.

Man zeige hier auch durch Darstellung der Multiplication durch die Addition, dass:

Wenn ein Factor 0 ist, so ist auch das Product 0.

Denn: ist der Multiplicand 0, z. B. 0×3 so erhält man $0 \times 3 = 0 + 0 + 0 = 0$.

Ist der Multiplicator 0, z. B. 3×0, so heißt dieses die Zahl 3 0mal oder gar keinmal nehmen, was wieder 0 gibt.

Der letzte Theil des obigen Satzes wird auch dargethan, indem man vorher zeigt, dass Multiplicand und Multiplicator miteinander verwechselt werden können, dass also 4 mal 3 ebenso viel ist als 3 mal 4.

Es ist von großer Wichtigkeit und erleichtert das Lehrverfahren, die Multiplication als eine verkürzte Addition hinzustellen, denn der ursprüngliche Begriff des Multiplicierens war eine wiederholte Hinzugabe einer und derselben Zahl. Statt zu sagen: die Zahl 5 soll 3 mal zugezählt, addiert werden, sagt man auch 5 soll 3 mal (als Addend) gesetzt, 5 soll mit 3 multipliciert werden, daher.

$$5 + 5 + 5 = 5 \times 3$$

Um eine mehrzifferige Zahl mit einer einzifferigen zu multiplicieren, kann man a) die mehrzifferige Zahl in einzifferige Zahlen zerlegen

und dann die Producte zusammenfassen, b) das Ganze als Addition hinstellen und hieran das Verfahren ableiten.

a) Wieviel ist 2mal 342? Man gehe hiebei so vor, wie beim Kopfrechnen. Die Schüler werden daher auch zuerst die Hunderter, dann die Zehner und zuletzt die Einer 2 mal nehmen also:

3 H. × 2 = 6 H. = 600
4 Z. × 2 = 8 Z. = 80
2 E. × 2 = 4 E. = 4
684

Hierauf zeige der Lehrer, wie man dieses Verfahren abkürzt, also: 342 × 2 = 684 oder

342 × 2
684

Anfangs werden Beispiele gewählt, in denen die einzelnen Producte einzifferig sind, und erst dann geht man zu Beispielen über, in denen die einzelnen Produkte zweizifferig werden; als:

648 × 3
1800
120
24
1944

Der Lehrer fragt: Wieviel sind 3 mal 6 H.; Wieviel Einer sind 18 H.? Wieviel sind 3 mal 4 Z.? Wieviel Einer sind 12 Z.? Wieviel sind 3 mal 8 E.?

Wieviel sind 1800 E., 120 E. und 24 E. zusammen? Die Schüler werden nun hingewiesen, dass die Ziffer 4 vom Producte der Einer im ganzen Producte auch an der Stelle der Einer erscheint, die 2 Zehner des Productes 24 E. aber zum Producte der Zehner, also zu 12 Z. gezählt wurden, wodurch man 14 Z. erhielt. Von den 14 Zehner erscheint, die Ziffer 4 wieder im vollständigen Producte an der Stelle der Zehner, Ziffer 1 aber, welche 1 H. bedeutet, wurde zu den Hundertern gezählt. So wie bei der Addition, weist man die Schüler hin, dass es vortheilhafter ist, auch beim Multiplicieren bei der niedersten Benennung anzufangen, und dass man kurz sagt: 3 mal 8 ist 24, 4 angeschrieben bleibt 2; 3 mal 4 ist 12 und 2 ist 14, 4 angeschrieben bleibt 1, 3 mal 6 ist 18 und 1 ist 19. Später bleibt das Wort „angeschrieben" weg.

b) Auch hier werden zuerst Aufgaben gegeben, in welchen alle einzelnen Producte einzifferig sind. Z. B. Wieviel ist 3 mal 23?

23
23
23

Die Zahl 23 wird 3 mal als Addend angeschrieben und sodann das Resultat durch Addition gesucht. Hierauf lassen wir bemerken, dass die 3 E. 3 mal vorkommen, und dass wir daher statt 3 E. und 3 E. sind 6 E. und 3 E. sind 9 E. kürzer sagen: 3 mal 3 E. sind 9 E., und ebenso 3 mal 2 Z. ist 6 Z.

Wir schreiben daher die Zahl 23, den Multiplicand, einmal an und setzen neben (oder unter) denselben den Multiplicator und zwischen die beiden Factoren das Multiplicationszeichen, nämlich: × oder ein Punkt.

$$\frac{23}{69} \times 3 \text{ oder } 23 . 3 = 69 \text{ oder } \begin{array}{r} 23 \\ 3 \\ \hline 69 \end{array}$$

Wird die Multiplication als verkürzte Addition behandelt, so sehen auch die Schüler den Grund des Hinüberzählens bei zweistelligen Producten zur nächsten Ordnung und den ganzen Vorgang, bei solchen Aufgaben leicht ein. Z. B. Wieviel ist 4 mal 238? Wir schreiben die Zahl 238 4 mal als Addend, lassen zuerst addieren.

238
238
238
238
952

Die Schüler wissen, dass man statt 8 und 8 u. s. w. sagen kann 4 mal 8 ist 32, 2 angeschrieben bleibt 3, 4 mal 3 ist 12 und 3 ist 15, 5 angeschrieben bleibt 1, 4 mal 2 ist 8 und 1 ist 9. Man zeigt hierauf, dass man wieder schreibt:

$$\frac{238}{952} \times 4 \text{ oder } \begin{array}{r} 238 \\ 4 \\ \hline 952 \end{array}$$

Aufgaben im III. Rechenbuche M. S. 25 und 26.

Haben die Schüler die gehörige Fertigkeit im Multiplicieren einer mehrzifferigen Zahl mit einer einzifferigen erlangt, so wird ihnen auch die Multiplication zweier größerer Factoren keine besonderen Schwierigkeiten bieten. Man lasse nun zuerst eine mehrzifferige Zahl mit 10 multiplicieren. Z. B. 247 × 10

Man kann hierbei so vorgehen, als wäre 10 eine einzifferige Zahl, und die Schüler sagen: 10 mal 7 ist 70, 0 angeschrieben bleibt 7 u. s. w.; hierbei sehen die Schüler, dass im Producte alle

247 × 10
2470

Ziffern des Multiplicand und zwar im unveränderter Aufeinanderfolge erscheinen, dass aber jede derselben um eine Stelle weiter zur Linken gerückt wurde und in der Einer Stelle 0 steht.

Oder 10 mal 7 E. sind 70 E. oder 7 Z.; 10 mal 4 Z. sind 40 Z. oder 4 H., und 10mal 2 H. sind 20 H. oder 2 T.

Dieses Vorrücken geschieht dadurch, dass man der Zahl rechts eine 0 anhängt.

Eine ganze Zahl wird mit 10 multipliciert, wenn man ihr rechts eine Null anhängt.

Diese in den meisten Rechenbüchern aufgestellte Regel führt aber zu einer irrigen Vorstellung, denn dasjenige, dem man etwas anhängt, bleibt an seinem Platze stehen, während die Ziffern der mit 10 zu multiplicierenden Zahl nicht stehen bleiben dürfen, sondern jede derselben um eine Stelle gegen links verrücken, und die leer gewordene Einerstelle mit Null ausgefüllt werden muss.

Wieviel ist 20 mal 36?

Die Schüler wissen vom Kopfrechnen her, dass eine Zahl mit 20 multipliciert wird, wenn man sie 2 mal und dann das Zweifache derselben 10 mal nimmt; um daher 36 mit 20 zu multiplicieren, multipliciert man nur die Zahl 36 mit 2, rückt jede Ziffer des Productes 72 um eine Stelle weiter zur Linken und setzt an die Einerstelle 0:

$$\begin{array}{r} 36 \times 20 \\ \hline 720 \end{array}$$

Übungsaufgabe im III. R. M. S. 26. letzte Gruppe.

Nun geht man zu Aufgaben über, in welchen der Multiplicator aus Zehnern und Einern besteht.

Für das 3. Schuljahr müssen diese Aufgaben jedoch so gewählt werden, dass das Product 1000 nicht übersteigt.

Wieviel ist 24 mal 36?

	36 × 24
das 4fache	144
das 20fache	720
das 24fache	864

Man lasse zuerst mit den Einern multiplicieren und frage die Schüler, das wievielfache der Zahl 36 sie nun gefunden haben, das wievielfache aber gesucht werden soll, das wievielfache daher noch fehle und erinnere sie, dass sie das 20fache finden, indem sie die Zahl 36 mit 2 multiplicieren aber zugleich weil sie ja dieses Product 10fach zu nehmen haben, jede Ziffer derselben um eine Stelle weiter links schreiben müssen, so dass aus den Einern Zehnern und aus den Zehnern Hunderter werden.

Nun lassen wir die Schüler bemerken, dass sie jetzt wissen, wieviel 4 mal 36, und wieviel 20 mal 36 ist, und frage was sie nun thun müssen, um hieraus zu finden, wieviel 24 mal 36 ist.

Man lasse nun einige Beispiele auf diese Art ausarbeiten, und frage dann, ob die an der Stelle der Einer stehende 0 des 2. Productes auf die Summe der beiden Producte einen Einfluss habe, und ob man sie nicht weglassen könne, also:

$$\begin{array}{r} 36 \\ 24 \\ \hline 144 \\ 72 \\ \hline 864 \end{array}$$

Der Lehrer sage nun den Schülern, dass die Producte 144 E. und 72 Z., da sie nur Theile des zu suchenden Productes sind, Theilproducte oder Partialproducte heißen und die Summe der Theilproducte das Hauptproduct genannt wird.

Aufgaben im III. R. M. S. 27 (letzte Gruppe.) und 28. A. K. 27 bis 30.

Bei diesen Aufgaben bringen wir zur Erinnerung, dass der Multiplicator stets eine unbenannte Zahl ist. Es ist daher fehlerhaft zu sagen, wenn ich wissen will, was 3 Meter kosten, wenn 1 Meter 5 fl. kostet, so muss ich 5 fl. mit 3 M. multiplicieren; man muss ja, wenn man 3 Meter kauft, die 5 fl. nicht 3 metermal, sondern 3 mal hingeben. Dieser erinnert an jenen Lehrer, der in einer Rechenaufgabe seine Schüler „Wochen mit Ochsen multiplicieren ließ, und dann erklärte, das Resultat stelle gleichsam „Wochenochsen" dar. Indem man die Multiplication als Addition darstellt, sehen die Schüler auch leicht ein, dass das Product immer den Namen des Multiplicandes haben muss.

Im 4. Schuljahre wird das schriftliche Multiplicieren über 1000 fortgesetzt und wie alle übrigen Rechnungsarten im unbegrenzten Zahlraume betrieben. Das unterrichtliche Verfahren hierbei ist dasselbe, wie früher, und wir erinnern hier nur, dass die Benennung der Stellenwerte nur so lange stattfindet, bis die gehörige Einsicht in das Vergehen erreicht ist.

In ähnlicher Weise, wie bei der Multiplication mit 10 zeige man, dass eine Zahl mit 100, 1000 u. s. w. multipliciert wird, wenn man ihr 2, 3, . . . Nullen anhängt, also jede Ziffer derselben um 2, 3 . . . Stellen weiter nach links schiebt. Die Schüler müssen hiebei unterwiesen werden, dass Einer, Zehner, Hunderter u. s. w.

mit Einern multipliciert wieder Einer, Zehner, Hunderter u. s. w. geben; dass Einer, Zehner, Hunderter u. s. w. mit Zehnern multipliciert, Zehner, Hunderter, Tausender u. s. w. zum Producte haben, u. s. w. Dieses sollen die Schüler nicht nur der Ordnung nach, sondern auch außer der Ordnung angeben können. Z. B. Was geben Hunderter mit Hunderten multipliciert zum Producte? Zehner mit Hunderten? u. s. w.

Hierauf zeige man die Multiplication mit einem dreizifferigen Multiplicator. Z. B. 528 × 367.

Der Multiplicator 367 = 300 + 60 + 7. Daher hat man das 300fache, das 60fache und das 7fache von 528 zu suchen und diese Producte zu addieren; also:

		528 × 7,	528 × 60,	528 × 300
Das	7fache	3696	31680	158400
„	60 „	31680	oder	528
„	300 „	158400		367
Das	367fache	193776		3696
				3168
				1584
				193776

Die Schüler sehen auch hier wieder gar bald ein, dass die Nullen überflüssig sind, und dass die niedrigste Ziffer des Theilproductes, wenn man mit Zehnern multipliciert, um eine Stelle wenn man mit Hundertern multipliciert um 2 Stellen nach links gerückt werden muss.

Lässt man den Multiplicator, unter den Multiplicand schreiben, so sieht man auch, dass die niedrigste Ziffer eines jeden Theilproductes unter die Ziffer des Multiplicators zu stehen kommt, mit der man eben multipliciert.

Es ist auch von Wichtigkeit für das richtige Verständnis des ganzen Vorganges, dass der Lehrer die Partialproducte ihrem Werte nach von den Schülern aussprechen lasse. Z. B. in der vorhergehenden Aufgabe lesen die Schüler: 3696 E. oder 3696; 3168 Z. oder 31680, 1584 H. oder 158400.

Die Multiplication mit vier oder mehrstelligen Multiplicatoren wird den Schülern nun nicht schwer fallen, wenn sie das bisher

Gelehrte gehörig aufgefasst haben, und wir haben daher nunmehr einige Fälle zu betrachten.

Enthält der Multiplicator in einer oder mehreren Zwischenstellen Nullen z. B. 8972 × 603, so braucht man nur in Erinnerung zu bringen, dass das Product 0 wird, wenn ein Factor Null ist; daher erhält man auch, wenn man mit 0 Z. multipliciert, im Theilproducte lauter Nullen; man übergeht deshalb dieses Product ganz und multipliciert gleich mit 6 H., schreibt aber die erste Ziffer dieses Theilproductes gleich an die Stelle der Hunderter.

```
  8972
   603
 -----
 26916
53832
-------
5410116
```

Kommen am Ende der Factoren Nullen vor, so sind die Schüler leicht darauf hinzuführen, dass sie dieselben anfangs weglassen, und nur die übrigbleibenden Zahlen zu multiplicieren und schließlich dem hierdurch erhaltenen Producte so viele Nullen anzuhängen (jede Ziffer des Productes so viele Stellen nach links zu schieben) haben, als sie in beiden Factoren Nullen weggelassen haben. Z. B. 5300 × 13.

```
5300 × 13
-------
159
53
-------
68900
```

5300 sind 53 H.; diese 13 mal genommen gibt 689 H. oder 68900 E.

oder

```
  537 × 120
  -------
  1074
  537
  -------
  64440
```

Die Zahl 537 mit 12 multipliciert gibt 6444; da aber die Zahl 537 nicht mit 12, sondern mit 120 d. i. 10 mal 12 zu multiplicieren ist, so muss man sie noch 10 mal nehmen und man erhält 10 mal 6444 d. i. 64440, man muss also dem Producte noch 0 anhängen.

```
  2870 × 6300
  -------
   861
  1722
  ---------
  28081000
```

Die 287 mit 63 multipliciert gibt das Product 18081, dieses Product muss aber 10 mal genommen werden, da 2870 10 mal 287 ist, wir erhalten daher 180810; nun ist aber 2870 nicht 63 mal, sondern 63 hundertmal zu nehmen, weshalb das Product 180810 noch mit 100 zu multiplicieren ist, und daher noch 2 Nullen anzuhängen sind.

Die Schüler durch Ausführung der Multiplication mit den Nullen auf die so eben entwickelte Regel zu führen, wie das in dem nebenstehenden Beispiele geschieht, ist als Mechanismus zu vermeiden; kennen die Schüler den Stellenwert des Productes, und sind sie gewöhnt worden, das Product immer an die richtige Stelle zu schreiben, so wird es nur weniger Fingerzeige bedürfen, damit dieselben dergleichen Multiplicationen auch ohne besondere Regel ausführen.

$$\begin{array}{r} 2870 \times 6300 \\ \hline 0000 \\ 0000 \\ 8610 \\ 17220 \\ \hline 18081000 \end{array}$$

Sowohl zur Einübung der Multiplication und Subtraction als auch zur Vorbereitung für eine spätere Stufe ist es anzurathen, die Multiplication mit einem einzifferigen Multiplicator und die Subtraction des Productes unter einem verrichten zu lassen. Z. B. die Zahl 3649 soll mit 4 multipliciert und das Product sogleich von der Zahl 25631 subtrahiert werden.

Man lasse die Aufgabe zuerst lösen, indem man das Product durch Addition sucht und die erhaltene Summe subtrahiert. Die Schüler wissen, dass es einerlei ist, ob sie sagen 9 und 9 ist 18, und 9 ist 27, und 9 ist 36 und 5 (5 als Unterschied anzuschreiben) ist 41, bleibt 4 u. s. w. oder 4 mal 9 ist 36 und 5 ist 41 u. s. w. Man kann daher die Rechnung kurz darstellen:

$$\begin{array}{r} 25631 \\ -\left\{\begin{array}{r} 3649 \\ 3649 \\ 3649 \\ 3649 \end{array}\right. \\ \hline 11035 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25631 - 3649 \times 4 \\ \hline 11035 \end{array}$$

Aufgaben im IV. Rechenb. M. Seite 16—19. A. K. 9 bis 11.

§. 14.

Das Dividieren (Messen und Theilen).

a) Das Messen im Kopfe.

Statt des Wortes „Enthaltensein" wird gewöhnlich das Wort „Messen" gebraucht. Beim Messen untersucht man also, wie oft eine Zahl von einer andern weggezählt oder weggenommen werden kann, wie oft eine Zahl in einer andern enthalten ist.

Beim Theilen zerlegt man eine Zahl in so viele unter sich gleiche Theile, als eine andere anzeigt oder Einheiten enthält.

Die Aufgaben des Messens und Theilens im Kopfe müssen auch auf dieser Stufe noch getrennt behandelt werden; der in den beiden ersten Schuljahren behandelte Lehrstoff wird im 3. Schuljahre wiederholt und erweitert.

Nach Lösung solcher Aufgaben des Messens bei denen das Resultat kleiner als 10 ist, schreitet man zum Messen durch Einer, wenn das Resultat 10 oder mehr ist als 10. Z. B.

Wie oft ist 2 in 20, 3 in 30, 4 in 40 . . . 9 in 90 enthalten?

Wie oft ist 2 in 200, 3 in 300 . . . 9 in 900 enthalten? Wie oft ist 3 in 60 enthalten? 3 ist in 6 E. 2 mal, in 6 Z. 10 mal so oft, also 20 mal enthalten.

Wie oft ist 8 in 320 enthalten? 8 ist in 32 E. 4 mal, in 32 Z. 10 mal so oft, also 40 mal enthalten.

Wie oft ist 2 in 800 enthalten? 2 ist in 8 E. 4 mal, in 8 H. 100 mal so oft, also 400 mal enthalten.

Wie oft ist 4 in 84 enthalten? Wir zerlegen 84 in 80 und 4; — 4 in 80 ist 20 mal, 4 in 4 1 mal, in 84 also 21mal enthalten.

Wie oft 5 in 248 enthalten? Wir zerlegen 248 in 200 und 48; 5 in 200 ist 40 mal, in 48 9 mal enthalten, bleibt 3 als Rest.

Schriftliche Übungsaufgaben Močnik im III. Rechenbuche S. 28 und 29, b.

Wie oft ist 10 in 20, in 30 . . . 90 enthalten? Wie oft 30 in 180 enthalten? 30 E. sind 3 Z., 180 E. sind 18 Z., 3 Z. sind in 18 Z. ebenso oft enthalten als 3 E. in 18 E., daher 6 mal.

Wieviel ist 2 mal, 3 mal . . . 9 mal 11? Wie oft ist daher 11 in 22, in 33 . . . 99 enthalten?

Wieviel ist 2mal, 3mal . . . 9mal 12?

Wie oft ist daher 12 in 24, 36, . . . 108 enthalten?

Anwendungen. Ein Hektoliter Weizen kostet 9 fl.; wieviel Hektoliter kann man für 99 fl. kaufen?

Für 1 Hektoliter muss man 9 fl. von 99 fl. wegnehmen; für noch 1 Hektoliter muss man vom Reste wieder 9 wegnehmen. So oft man also ein von 99 fl. 9 fl. wegnehmen kann, so viele Hektoliter erhält man; 9 fl. kann man so oft von 99 fl. wegnehmen, als

9 fl. in 99 fl. enthalten sind; also 11 mal, daher erhält man für 99 fl. 11 Hektoliter.

Das Messen durch Zehner und Einer setzt eine sichere Kenntnis der Vielfachen der höheren Zahlen voraus, aus welchem Grunde es auf dieser Stufe seine Beschränkung findet.

Schriftliche, abgeleitete und angewandte Aufgaben III. Rechenb. v. M. S. 29, c. S. 30 bis 33.

b) Das Theilen im Kopfe.

Nach Wiederholung des in den früheren Schuljahren über das Theilen Erlernten kommen Aufgaben, in welchen das Theilen auf einen Bruch führt. Z. B. Wieviel ist $\frac{1}{3}$ von 16? 16 ist 15 und 1; $\frac{1}{3}$ von 15 ist 5, $\frac{1}{3}$ von 1 ist $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$ von 16 ist also $5\frac{1}{3}$. Wieviel ist $\frac{1}{4}$ von 39? 39 ist 36 und 3; $\frac{1}{4}$ von 36 ist 9, $\frac{1}{4}$ von 3 ist $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{4}$ von 39 ist also $9\frac{3}{4}$.

Wieviel ist 2 mal der 3. Theil von 15, oder wieviel ist $\frac{2}{3}$ von 15? $\frac{1}{3}$ von 15 ist 5, $\frac{2}{3}$ von 15 ist daher 2 mal 5 also 10.

Wenn das Resultat beim Theilen durch Einer mehr als 10 beträgt, so beachte am folgenden Stufengang: Wieviel ist $\frac{1}{2}$ von 20, $\frac{1}{3}$ von 30, $\frac{1}{4}$ von 40... $\frac{1}{9}$ von 90?

Wieviel ist $\frac{1}{2}$ von 200, $\frac{1}{3}$ von 300 .... $\frac{1}{9}$ von 900.

Wieviel ist $\frac{1}{3}$ von 60? $\frac{1}{3}$ von 6 Z. sind 2 Z. oder 20.

Wieviel ist $\frac{1}{4}$ von 56? $\frac{1}{4}$ von 40 ist 10, $\frac{1}{4}$ von 16 ist 4, $\frac{1}{4}$ von 56 ist daher 14. u. s. w.

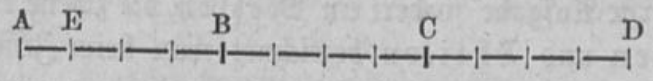
Schriftliche Aufgaben im III. R. v. M. S. 33 a. und b.

Das Theilen durch Zehner und durch Zehner und Einer im Kopfe ist nur dann leicht möglich, wenn als Divisor nur reine Zehner oder solche zweistellige Zahlen gegeben sind, welche im Einmaleins als Vielfache vorkommen. Soll z. B. der Schüler den 24. Theil von 120 suchen, so lasse der Lehrer die Zahl 24 in die Factoren 4 und 6 oder auch 3 und 8 zerlegen, bringe den Schüler zur Einsicht, dass der 24. Theil von 120 ebensoviel beträgt, als der 6. Theil vom 4. Theile von 120, lasse den 4. Theil von 120 suchen, und von dem gefundenen 4. Theile 30 den 6. Theil nehmen.

Um dem Schüler das Theilen durch Factoren recht verständlich zu machen, theile er irgend ein zweckmäßiges Ganzes, z. B. ein

Stäbchen, einen langen Papierstreifen, eine Linie an der Tafel zuerst in 3 gleiche Theile (AB = BC = CD).

Frage, in wie viele gleiche Theile die Linie (das Ganze) getheilt wurde, der wievielte Theil einer dieser Theile von der ganzen



Linie ist, und wie man einen solchen Theil nennt. Hierauf theile er jedes Drittel in 4 gleiche Theile, lasse die Zahl der Theile bei jedem Drittel angeben und frage. der wievielte Theil ein solcher Theil (AE) vom 3. Theile (AB) der Linie ist, in wie viele gleiche Theile nun die ganze Linie getheilt ist, der wievielte Theil also ein solcher Theil (AE) von der ganzen Linie (AD) ist, und wie man den 12. Theil eines Ganzen nennt. Die Schüler sehen nun, dass der 4. Theil vom 3. Theile eines Ganzen ($\frac{1}{4}$ von $\frac{1}{3}$) der zwölfte Theil ($\frac{1}{12}$) ist.

Was für Theile erhält man, wenn man eine Linie zuerst in 6 gleiche Theile und dann jeden solchen Theil in 3 gleiche Theile theilt? Um $\frac{1}{18}$ zu erhalten, sucht man zuerst $\frac{1}{6}$ und dann $\frac{1}{3}$ von $\frac{1}{6}$.

Wieviel ist $\frac{1}{10}$ von 10, 20, 30, 70, 90, 100, 140?

Wieviel ist $\frac{1}{20}$ von 180? $\frac{1}{20}$ ist $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{10}$ von 180 ist 18, und $\frac{1}{2}$ von 18 ist 9.

Meistens werden Divisionsaufgaben durch Zerfällung des Dividendes am leichtesten gelöst. Z. B. Was kostet 1 Meter Leinwand, wenn 28 Meter 21 fl. kosten?

Man zerfällt den Preis 21 fl. in 14 fl. und 7 fl. 14 fl. sind 28 halbe Gulden und 7 fl. sind 28 Viertelgulden; 1 Meter kostet daher $\frac{1}{2}$ fl. und $\frac{1}{4}$ fl. also $\frac{3}{4}$ fl. Schriftliche, abgeleitete und angewandte Aufgaben im III. R. M. S. 33, c, d., und 34, e bis S. 40.

c) Schriftliches Dividieren.

Es sei folgende Aufgabe gegeben: Wieviele Meter Tuch erhält man für 20 fl., wenn 1 Meter 5 fl. kostet? Man wird offenbar so viele Meter bekommen, als man 5 fl. hat, also 5 fl. von 20 fl. wegnehmen kann, d. i. sovielmal 1 Meter als 5 fl. in 20 fl. enthalten sind. Man muss bei der Lösung dieser Aufgabe untersuchen, wie oft eine gegebene Zahl in einer andern gegebenen erhalten ist.

Es sei hingegen die Aufgabe gegeben: Was kostet 1 Meter Tuch, wenn 5 Meter 20 fl. kosten? Da 1 Meter offenbar den 5. Theil von dem kostet, was 5 Meter kosten, so muss man von der Zahl 20 den 5. Theil suchen, also dieselbe in 5 gleiche Theile theilen.

Die erste Aufgabe fordert ein Messen, die zweite ein Theilen.

Messen und Theilen bezeichnet man beim Zifferrechnen mit dem gemeinschaftlichen Namen Dividieren.

Man muss also, um jede der beiden Aufgaben zu lösen, 20 durch 5 dividieren. Im ersten Falle muss man 20 in 5 + 5 + 5 + 5 also in 4 mal 5 zerlegen, hiedurch findet man, dass 5 in 20 4 mal enthalten ist. Anschaulich dargestellt:

●●●●● ●●●●● ●●●●● ●●●●●

Bei der Lösung der zweiten Aufgabe muss von der Zahl 20 der 5. Theil gesucht werden, man muss daher 20 in 5 gleiche Theile zerlegen, also in: 4 + 4 + 4 + 4 + 4 oder anschaulich dargestellt:

●●●● ●●●● ●●●● ●●●● ●●●●

5 ist in 20 4 mal enthalten und der 5. Theil von 20 ist 4. Das Resultat ist in beiden Fällen 4. Der 5. Theil von 20 ist also ebensoviel, als 5 in 20 enthalten ist. Wir können ja auch sagen: 4 ist der 5. Theil von 20, weil 5 mal 4 = 20 ist, oder weil 5 in 20 4 mal enthalten ist.

Man sieht hieraus, dass zwischen den Aufgaben des Messens und Theilens ein inniger Zusammenhang besteht; daher kann beim schriftlichen Dividieren dasselbe Zeichen gesetzt und derselbe Vorgang eingehalten und die Schüler können leicht auf die Erklärung geführt werden:

Dividieren heißt untersuchen, wie oft eine Zahl in einer anderen gegebenen Zahl enthalten ist, oder eine Zahl in zwei oder mehrere gleiche Theile theilen.

Oder: Dividieren heißt eine Zahl durch eine andere messen oder theilen.

Der Lehrer lasse sich in mehreren Aufgaben die Zahl nennen, welche gemessen und getheilt wird, und sage:

Die Zahl, welche gemessen oder getheilt wird, heißt **Dividend**.

Ebenso lasse er sich in diesen Aufgaben die Zahl angeben, durch welche der Dividend gemessen oder getheilt wird, und sage:

Die Zahl, durch welche gemessen oder getheilt wird, heißt **Divisor.**

Er frage ferner, welche Zahl in den gegebenen Aufgaben durch das Dividieren erhalten wurde und sage dann:

Die Zahl, welche man durch das Dividieren erhält, heißt **Quotient.**

Die Schüler sind schon im ersten Schuljahre mit dem Anschreiben und dem Zeichen der Division bekannt gemacht worden, und wir erinnern hier nur; dass 4 : 2 = 2 gelesen wird: 4 gemessen oder getheilt durch 2 ist gleich 2, oder 4 dividiert durch 2 ist gleich 2

Das Dividieren innerhalb des Zahlenkreises bis 1000 fordert ein genaues Vorgehen und viele Übung, wenn man beim Dividieren größerer Zahlen nicht auf Schwierigkeiten stoßen soll.

Um den Schülern das Dividieren der außer dem Einmaleins liegenden Zahlen zu erleichtern, ist eine gründliche, auf Anschauung beruhende, mündliche Vorbereitung sehr zu empfehlen.

Diese könnte etwa in Folgendem bestehen:

2 Knaben haben 5 Zehnkreuzerstücke zu theilen; wieviel erhält jeder? Wenn jeder 2 Zehnkreuzerstücke oder 20 Kreuzer erhält, wieviel haben sie zusammen bekommen? Was bleibt noch übrig? Was werden sie wohl mit dem 5. Zehnkreuzerstücke thun müssen? Wieviele einzelne Kreuzer erhalten sie, wenn sie das Zehnerstück wechseln lassen? Wieviel erhält jeder hievon? Wieviel hat nun jeder zusammen? Auf diese Art läßt sich die Hälfte, der dritte, vierte Theil von 70, 80, 90, 64 u. s. w. entwickeln.

3 Brüder haben 648 fl. zu theilen; wieviel bekommt einer?

Sie haben das Geld in Staatsnoten, also 6 H., 4 Z. und 8 Gulden.

Wieviele Hunderter erhält jeder? Warum? Wieviele Zehnernoten? Wenn jeder 1 Zehnernote erhält, wieviel haben sie zusammen erhalten? Wieviel Zehner bleiben übrig? Was werden sie nun thun, damit sie weiter theilen können? Wieviele einzelne Gulden erhält man für eine Zehnernote? Wieviele Gulden waren schon vorhanden? Wieviel sind das zusammen? Wieviel erhält jeder Bruder von den 18 fl.? u. s. w.

Es kann hier auch schon der Fall behandelt werden, dass ein Theil des Quotienten 0 ist. Z. B. 824 fl. sind unter 4 Personen zu theilen, wie viel erhält jede Person?

Man führt die Schüler wieder durch Fragen dahin, dass wohl die 8 Hunderter unter 4 Personen so vertheilt werden können, dass auf jede Hunderter (2) kommen; dass sich aber 2 Zehner nicht so in 4 gleiche Theile theilen lassen, dass auf jeden Theil Zehner entfallen; man erhält daher keine Zehner (0 Zehner) und muss die 2 Zehnernoten wechseln lassen, wofür man 20 Guldennoten erhält. Diese zu den 4 Gulden gezählt, geben 24 fl., welche nun wieder getheilt werden u. s. w.

In ähnlicher Weise geht man mit Hilfe der Zehnerbundstäbchen bei der Theilung 2ziffériger und mit Hilfe der Hundertbünde bei der Theilung 3ziffériger Zahlen vor.

Für den letzteren Fall legt der Lehrer einen Hundertbund vor, und beauftragt einen Schüler, diese Stäbchen unter 3 Mitschüler so zu vertheilen, dass jeder gleichviel erhält. Der beauftragte Schüler wird den Hundertbund auflösen und hat nun 10 Zehnerbünde. Die Schüler sehen, dass jeder 3 Zehnerbünde erhält, diese wieder zusammengelegt nur 9 Zehnerbünde geben und daher 1 Zehnerbündchen übrig bleibt, welches nun wieder aufgelöst werden muss.

Man versuche auf dieselbe Art 200, 400, 500 in 3 gleiche Theile zu zerlegen.

Nach diesen Vorbereitungen geht man zur Division von 2- und 3ziffériger Dividende über. Zuerst werden aber solche Aufgaben gewählt, wo kein Übergang in eine andere Ordnung stattfindet. Z. B.: 86 : 2.

86 : 2 = 4 Z. + 3 E. = 43.
8.
6
6

Wieoft ist 2 in 8 E. enthalten? Wie oft daher in 8 Z.? Die 4 Zehner schreiben wir rechts hinter das Gleichheitszeichen. Wir wollen sehen, ob 2 in 8 Z. genau 40 mal enthalten ist; 40 mal 2 ist 80 oder 8 Z.; diese schreiben wir unter die 8 Z. und subtrahieren. Da nichts übrig bleibt, so ist 2 in 8 Z. genau 40 mal enthalten. Nun suchen wir, wie oft 2 in 6 E. enthalten sind und setzen deshalb die 6 E. herab. 2 ist in 6 E. 3 mal enthalten; diese

3 E. setzen wir hinter die 4 Z.; 2 mal 3 ist 6; schreiben wir diese 6 unter die 6 Einer und subtrahieren, so bleibt nichts übrig. 2 ist daher in 86 40 mal und 3 mal, also 43 mal enthalten.

Ebenso verfährt man bei der Division einer dreizifferigen Zahl durch Einer. Z. B.:

396 : 3 = 1 H. + 3 Z. + 2 E. = 132.
3..
9.
9.
6
6

Nun kommen Aufgaben, in welchen bei der Division der höheren Zahlen ein Rest bleibt Z. B.: 96 : 2.

96 : 2 = 4 Z. + 8 E. = 48.
8.
16
16

Wie oft ist 2 in 9 E. enthalten? Wie oft daher in 9 Z.? Wir schreiben 40 oder 4 Z. in den Quotienten. Wieviel ist 40 mal 2? Wieviel Zehner sind 80 E.? Die 8 Z. schreiben wir unter die 9 Z. und subtrahieren. Es bleibt 1 Z. = 10 E. Wieviel sind 10 E. und die noch vorhandenen 6 E., welche wir zu 1 herabsetzen? Wie oft ist 2 in 16 E. enthalten? Wir schreiben die 8 E. in den Quotienten, und suchen ob noch ein Rest bleibt; 8 mal 2 ist 16, 16 von 16 weggenommen, bleibt nichts.

Wieviel ist der 4. Theil von 357?

357 : 4 = 8 Z. + 9 E. + $\frac{1}{4}$ = 98$\frac{1}{4}$.
32.
37
36
1

Können wir 3 H. so in 4 gleiche Theile theilen, dass auf 1 Theil ein Hunderter kommt? Wir müssen daher die 3 H. in Zehner auflösen. Wieviel Zehner sind 3 H.? Wieviel Zehner sind schon vorhanden? Wieviel Zehner haben wir also zu theilen? Wieviel ist der 4. Theil von 35 Z.? Wieviel Z. sind 8 mal 4 Z.? Wieviel Zehner bleiben von den 35 Z. noch übrig? Was ist noch zu theilen? (3 Z. und 7 E.) Wieviel Einer sind 3 Z. und 7 E.? Wieviel ist der 4. Theil von 37 E.? Wieviel ist aber 9 mal 4? Was bleibt also noch übrig? Der Quotient ist daher 8 Z. und 9 E. oder 89 mit dem Reste 1. Man kann aber den Rest noch in

4 gleiche Theile theilen; wieviel ist der 4. Theil von 1? Der 4. Theil von 357 ist also $89\frac{1}{4}$.

Nach wenigen Beispielen sehen die Schüler, dass man die einzelnen Quotienten (Theilquotienten) gleich unmittelbar neben einander schreiben kann, weil sie nach der Ordnung Hunderter, Zehner und Einer bedeuten und weil sie nach der Reihe hingeschrieben, schon in ihrer wahren Bedeutung erscheinen; auch der Grund des Herabsetzens der Ziffern werden sie bald einsehen.

Man gebe nun auch Aufgaben, in welchen ein Theilquotient 0 ist, z. B.:

642 : 6 = 107.

6
4
0
42

Die Schüler werden hier aufmerksam gemacht, dass 6 in 4 nicht oder 0 mal enthalten ist, diese 0 aber im Quotienten erscheinen muss; denn bliebe sie weg, so wäre der Zehner nicht ausgedrückt. Anfangs lasse der Lehrer das Product aus dem Quotienten 0 und dem Divisor 6 angeben und es unter den Theildividend 4 setzen; die Schüler werden aber bald zur Einsicht kommen, dass sie anstatt die 2 E. des Dividendes zum Reste 4 zu setzen, dieselben sogleich zum Theildividend herabsetzen können.

Aufgaben im III. R. M. S. 40 und 41.

Nun folgt das Dividieren durch zweizifferige Divisoren, und zwar a) durch reine Zehner.

Wieviel ist der 10. Theil von 350?

Der 10. Theil von 1 H. ist 1 Z., sind von 3 H. sind daher 3 Z. der 10. Theil 5 Z. sind 5 E.

350 : 10 = 35. Die Schüler sehen, dass beim Dividieren durch 10 als Quotient die Ziffern des Dividendes in derselben Reihenfolge erscheinen, dass jedoch aus den Hunderter Zehner, aus den Zehnern Einer werden, dass also jede Ziffer um eine Stelle weiter zur Rechten geschoben wurde.

Eine ganze Zahl wird durch 10 dividiert, indem man jede Ziffer derselben um 1 Stelle weiter zur Rechten schiebt, und dieses geschieht, wenn man von derselben eine Ziffer zur Rechten abschneidet; die abgeschnittene Ziffer gibt, wenn sie nicht 0 ist, den Rest. Z. B.

63$\underline{8}$: 10 = 63
8 Rest.

Nun dürften die Schüler in der Division durch 20, 30 u. s. w. keine besondere Schwierigkeit finden. Wieviel ist der 20. Theil von 473?

473 : 20 = 23	$\frac{1}{20}$ ist $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{10}$. Um daher den 20. Theil
4	von 473 zu bekommen, nimmt man von
7	473 zuerst den 10. Theil, indem man eine
6	Ziffer rechts abschneidet und dividiert
13 Rest.	dann noch 47 durch 2. Zu dem Reste

1 wird die abgeschnittene Ziffer gesetzt.

Übungsaufgaben im III. R. M. S. 41, 2. Gruppe.

b) Bei der Division durch Zehner und Einer wähle man anfangs solche Divisoren, in welchen die Einer sehr klein sind, damit die Schüler die Ziffern des Quotienten leichter aufsuchen können. Z. B.:

483 : 21 = 23	Die Schüler haben schon bei der Divi-
42	sion durch einzifferige Divisoren gelernt,
63	dass sie 2 Ziffern des Dividendes zu-
63	sammenfassen müssen, wenn die erste

Ziffer des Dividendes kleiner ist als der Divisor; sie werden daher auch hier die 4 H. in Zehner verwandeln und die vorhandenen 8 Zehner hinzugeben. 4 H. = 40 Z. und 8 dazu, sind 48 Z. Wir suchen daher, wie oft 21 E. in 48 E. enthalten sind. 21 E. sind in 48 E. nahe so oft enthalten, wie 20 E. in 40 E. oder wie 2 in 4, also 2mal, daher sind 21 E. in 48 Z. 10 mal so oft, also 20 mal enthalten. Um zu erfahren, ob dieses richtig ist, nehmen wir 20 mal 21 E. und suchen, ob sie sich von 48 Z. subtrahieren lassen. 20 mal 21 E. sind 420 E. oder 42 Z. Diese lassen sich von 48 Z. wegnehmen und es bleiben noch 6 Z. übrig. 6 Z. oder 60 E. und 3 E. sind 63 E. 21 E. sind in 63 E. nahe so oft enthalten, wie 20 E. in 60 E. oder wie 2 in 6, also 3 mal. 3 mal 21 E. sind 63 E., daher bleibt von 63 E. nichts übrig. 21 ist also in 483 23 mal enthalten.

Nach längerer Übung auf dieser Stufe, wähle man Divisoren, deren Einer ziemlich groß sind, z. B. 345 : 19. Die Schüler werden hier wahrscheinlich sagen 19 ist in 34 oder 1 ist in 3 3mal enthalten. Man lasse den Quotienten 3 anschreiben und mit dem Divisor multipli-

cieren; die Schüler überzeugen sich sogleich, dass derselbe zu groß ist, da ja 3 mal 19 57 ist und dieses Product daher nicht von 34 weggenommen werden kann, sie sehen auch leicht ein, dass man hier auch auf die Einer Rücksicht nehmen muss. Man mache sie damit bekannt, dass man sich das Aufsuchen der Ziffern des Quotienten erleichtert, wenn man für den gegebenen Divisor die nächst höhere reine Zehnerzahl annimmt.

Übungsaufgaben im III. R. M. S. 41, 3. Gruppe.
Abgeleitete Aufgabe III. R. M. S. 41, letzte Gruppe.
Angewandte Aufgabe III. R. M. S. 42 und 43.
A. K. S. 37 bis 40.

Im 4. Schuljahre wird das Dividieren im unbegrenzten Zahlenraume fortgesetzt. Das Lehrverfahren ist das gleiche, wie beim Dividieren unter 1000.

Als Übergang werden noch Aufgaben mit zweizifferigem Divisor sowohl im Sinne des Messens als des Theilens durchgeführt, wobei darauf hingewiesen wird, dass sowohl die Form des schriftlichen Dividierens als auch das Resultat sich gleich bleiben, ob man die Schlussweise des Messens oder des Theilens anwendet, und dass man daher der Kürze und Einfachheit wegen beim schriftlichen Dividieren auch bei den Aufgaben, welche eine Theilung fordern, sich der Ausdrücke bedient, welche beim Messen angewendet werden.

```
29016 : 72 = 403
288
 216
 216
```

Hienach würden wir bei der Aufgabe sagen: 72 ist in 2 nicht 1mal, also auch in 2 ZT. nicht 10000 mal und in 29 T. nicht 1000 mal enthalten, wir nehmen daher sogleich die drei ersten Ziffern des Dividendes, nämlich 290 als ersten Theildividend an und sagen 72 ist in 290 E. (7 in 29) 4 mal, also in 290 H. 400 mal enthalten und setzen in den Quotienten 4 H., 400 mal 72 ist 4 H. mal 72 = 288 H., diese von 290 H. subtrahiert, bleiben 2 H. 2 H. = 20 Z. und hierzu 1 Z. herabgesetzt sind 21 Z. 72 ist in 21 E. nicht 1 mal, also auch in 21 Z. nicht 10 mal enthalten, daher kommt im Quotienten an die Stelle der Zehner 0. Wir setzen zu den 21 Z. = 210 E. sogleich die 6 E. herab und erhalten 216 E. 72 ist in 216 (7 in 21) 3 mal enthalten, wir schreiben die 3 E. in den Quotienten; 3mal 72 ist 216, es bleibt also nichts übrig.

Sind die Schüler auf die angegebene Weise in Dividieren gehörig geübt, so entfällt beim Rechnen die Angabe der Stellenwerte, und man sagt kurz: 72 in 290 (7 in 29) ist 4 mal enthalten; 4 mal 2 ist 8 und 4mal 7 ist 28; (schreibt 288 unter 290) 288 von 290 bleibt 2; 1 herab. 72 in 21 ist 0 mal enthalten; 6 herab. 72 in 216 (7 in 21) ist 3mal enthalten; 3 mal 2 ist 6, 3 mal 7 ist 21; 216 von 216 bleibt nichts.

Die Division durch 3- und mehrzifferige Divisoren wird auf gleiche Art durchgeführt.

Wir wollen noch den Fall betrachten, wenn der Divisor rechts Nullen hat. Z. B.

35872 : 400 = 89
32
38
36
also 272 Rest

400 = 4 H. 4 H. sind in 358 H. ebenso oft enthalten, als 4 E. in 358 E., also 89 mal, bleibt 2 als Rest, zu welchem die abgeschnittenen Ziffern gesetzt werden.

Oder: 35872 : 400 = 89.
3200
3872
3600
272 Rest

Wenn der Divisor rechts Nullen hat, so läßt man dieselben weg, schneidet vom Dividende ebenso viele Ziffern rechts ab, und setzt diese Ziffern zum letzten Reste herab.

Haben die Schüler im Subtrahieren mittels des Ergänzens die gehörige Fertigkeit erlangt; sind sie tüchtig geübt worden, die Summe mehrerer Zahlen, sogleich während des Addierens, sowie das Product einer Zahl mit einem einzifferigen Multiplicator sogleich während des Multiplicierens von einer gegebenen Zahl zu subtrahieren, also beide Operationen unter einem zu verrichten; so wird es ihnen auch nicht schwer werden, jenes abgekürzte Divisionsverfahren zu erlernen, bei welchem man die Theilproducte nicht anschreibt, sondern sie sogleich während des Multiplicierens subtrahiert und nur die Reste hinsetzt.

Wir wollen hier ein Beispiel und zwar zuerst mit einzifferigem Divisor darstellen.

Vollständige Form:	Abgekürzt:
25884 : 9 = 2876	25884 : 9 = 2876
18	78
78	68
72	54
68	
63	
54	
54	

Bei der abgekürzten Form spricht man:

9 in 25 2 mal; 2 mal 9 ist 18 und **7** ist 25; 8 herab.
9 in 78 8 mal; 8 mal 9 ist 72 und **6** ist 78; 8 herab.
9 in 68 7 mal; 7 mal 9 ist 63 und **5** ist 68; 4 herab.
9 in 54 6 mal; 6 mal 9 ist 54 und **0** ist 54.

Schüler, welche nach dieser abgekürzten Form dividieren können, werden gar leicht dahin gebracht, dass sie auch den Rest nicht anschreiben, sondern sich denselben merken und den Quotienten gleich unter die entsprechende Stelle des Dividendes setzen. Z. B.

25884 : 9	Man spricht hier:
2876	9 in 25 2 mal, bleibt 7;
	9 in 78 8 mal, bleibt 6;
	9 in 68 7 mal, bleibt 5;
	9 in 54 6 mal.

Bei der Division durch einen mehrzifferigen Divisor wird das Product aus dem Divisor und der jedesmaligen Ziffer des Quotienten sogleich während des Multiplicierens subtrahiert und der Rest angeschrieben. Z. B.

Vollständige Form.	Abgekürzte Form:
80842 : 83 = 974	80842 : 83 = 974
747	614
614	332
581	
332	
332	

Man spricht hier: 83 in 808 oder 8 in 80 ist 9 mal enthalten; 9 mal 3 ist 27 und **1** ist 28, bleibt 2, 9 mal 8 ist 72 und 2 ist 74 und **6** ist 80; 4 herab. 8 in 61 ist 7 mal enthalten; 7 mal 3 ist 21 und **3** ist 24, bleibt 2; 7 mal 8 ist 56 und 2 ist 58 und **3** ist 61. u. s. w.

Die nähere Begründung des Vorganges siehe Seite 51 und 62.

Aufgaben IV. Rechenbuch M. S. 20—26. A. K. S. 12 bis 16.

Nun wird den Schülern auch die Probe der Division gezeigt. Schon im ersten Schuljahre mussten sie beim Messen und Theilen die Begründung angeben, sie sagten z. B. 3 ist in 12 4 mal enthalten, weil 4 mal 3 12 ist, und der 3. Theil von 12 ist 4, weil 3 mal 4 12 ist. Schon hiebei wird der Dividend als Product aus dem Quotienten und dem Divisor hingestellt.

Beim Messen wird aus dem Dividend und dem Quotienten der Multiplicator gesucht; beim Theilen sucht man den Multiplicand, daher:

Dividieren heißt, aus dem Producte zweier Zahlen und einer derselben die andere finden. Hieraus geht auch hervor, dass die Multiplication die Probe über die Division und die Division die Probe über die Multiplication ist.

Um die Schüler zur Einsicht des Verfahrens bei der Divisionsprobe zu führen, gebe man eine Aufgabe, bei welcher eine Theilung verlangt wird, z. B. Wieviel ist der 4. Theil von 7348?

7348 : 4 = 1837.
33
14
28

Was erhält man, wenn man den 4. Theil (1837) der Zahl 7348 wieder 4 mal nimmt? Wie kann man sich also überzeugen, ob man richtig dividiert habe?

Die Schüler werden auch leicht einsehen, dass man, wenn bei der Division ein Rest bleibt, diesen bei der Probe noch zum Producte aus dem Quotienten und dem Divisor addieren muss.

Aus dem früheren ist ersichtlich, dass die Division die Probe über die Multiplication ist. Der Lehrer lasse sowohl zur Wiederholung der Probe über die Multiplication als auch zur Einübung der Division Multiplicationen machen und das Product abwechselnd durch jeden der beiden Factoren dividieren.

Allgemeine Bemerkungen.

Schon im 3. Schuljahre, nachdem die Schüler die vier Grundoperationen innerhalb des Zahlenraumes bis 1000 durchführen gelernt haben, müssen diese gewonnenen Kenntnisse ihre praktische Verwertung finden; denn dies fördert nicht nur die formale Bildung der Jugend, sondern macht ihnen auch den Rechenunterricht interessant, schon deshalb, weil sie den Nutzen desselben einsehen lernen. Zu diesem Zwecke können hier schon leichtere Gewinn- und Verlustrechnungen, Regeldetri-Aufgaben (jedoch nur durch einfache Schlüsse zu lösen), Gesellschafts- und Durchschnittrechnungen gegeben werden, wie sie im III. R. M. als Wiederholungsaufgaben bezeichnet sind. Es ist hier nicht gemeint, dass diese Rechnungen schon ausführlich behandelt werden sollen, sondern die Schüler werden durch die Fragen des Lehrers zu Lösung geführt, ohne dass sie auch nur mit dem Namen Gesellschaftsrechnung 2c. bekannt gemacht werden. Um nicht missverstanden zu werden, wollen wir hier ein Beispiel durchführen.

Zwei Taglöhner A und B haben zusammen 24 fl. verdient: wieviel bekommt jeder, wenn A 3 und B 5 Tage gearbeitet hat?

Wieviele Tage haben beide Taglöhner zusammen gearbeitet? Was haben sie für diese 8 Tage als Lohn erhalten? Wieviel beträgt dieses für 1 Tag? Wievielmal 3 fl. wird daher A erhalten? Wieviel B.?

Ein Wirt mischt 2 hl Wein à 20 fl. und 3 hl à 35 fl. zusammen; wieviel ist 1 hl des gemischten Weines wert?

Wieviel kosten die 2 hl der 1. Sorte? Wieviel die 3 hl der 2. Sorte? Wieviel kostet daher die ganze Mischung? Wieviel hl enthält die Mischung? Was kostet daher 1 hl hievon?

Auch einfache Zinsrechnungen können hier schon durchgeführt werden. Da aber später von diesen Rechnungen in besonderen Capiteln gehandelt wird, so wollen wir dieselben, um Wiederholungen zu vermeiden, hier übergehen. Dasselbe gilt vom Rechnen mit Decimalen, worin im 3. Schuljahre bis zu den Tausendteln geschritten wird. Das III. Rechenb. M. II. Abschnitt von Seite 44 bis 51 bietet eine hinreichende Menge von Aufgaben. Für das 4. Schuljahr sind vortreffliche Wiederholungsaufgaben im IV. Rechenbuche M. S. 26 bis 29.

Auf das Rechnen mit sogenannten Rechnungsvortheilen ist kein besonderer Wert zu legen, da gründliches Verständnis und Sicherheit im Rechnen höher zu schätzen sind, als Schnelligkeit. Diese Vortheile müssen von den Schülern aus gegebenen Aufgaben selbst gefunden werden. Zu diesem Behufe müssen gewisse Vorübungen gemacht werden, welche hauptsächlich die Verwandlung der Geldsorten zum Gegenstande haben, als: der Zehner in Kreuzer, der Kreuzer in Zehner und Kreuzer, der Gulden in Zehner, der Zehner in Gulden und Kreuzer, der Zwanziger, Viertel-Gulden und halben Gulden in Gulden und Kreuzer.

Wir verweisen hierbei auf das III. R. M.

———