Zwölfter Abschnitt.

Zinseszinsen.

§. 74.

Wenn jemand ein bestimmtes Capital (z. B. 1000 fl.) zu bestimmten Procenten (5%) unter der Bedingung anlegt, dass die nach einem vorhinein bestimmten Zeitraume (nach einem Jahre) hievon entfallenden Interessen (50 fl.) wieder zum Capitale geschlagen werden; wenn ferner die im nächsten Zeitraume so angewachsene Summe (1050 fl.) verinteressiert und dieses Verfahren nach jedem späteren Zeitraume auf dieselbe Art wiederholt wird, so sagt man: Das Capital ist zu Zinseszinsen angelegt. Die Zinseszinsen heißen auch zusammengesetzte Zinsen zum Unterschiede von den einfachen Zinsen, welche zu den gewöhnlichen Terminen bezahlt werden, und doch nicht wieder zum Capitale gerechnet werden, wenn sie auch rückständig bleiben.

1. Berechnung des Wertes einer Geldsumme nach einer bestimmten Zeit.

Um die Schüler mit dem Verfahren bei der Zinseszinsenrechnung bekannt zu machen, gebe er eine Aufgabe, z. B. Ein Capital von 4000 fl. ist zu 5% angelegt; zu welcher Summe wird es in 3 Jahren anwachsen, wenn die Interessen am Ende eines jeden Jahres zum Capitale geschlagen und mit diesem weiter verzinset werden?

Auflösung.		
	Anfangscapital	4000 fl.
Zins von 400 fl. zu 5% für das erste Jahr. . . .	200 „	
Capital am Ende des ersten Jahres	4200 fl	
Zins von 4200 fl. zu 5% für das zweite Jahr: . .	210 „	
Capital am Ende des zweiten Jahres	4410 fl.	
Zins von 4410 fl. zu 5% für das dritte Jahr . .	220·5 fl	
Capital am Ende des dritten Jahres	4630·5 fl.	

Mit den einfachen Zinses wären die 4000 fl. nur zu 4600 angewachsen, der Unterschied ist daher 30 fl. 50 kr.

Bei diesem Verfahren mussten ebensoviele Rechnungen gemacht werden, als in der Aufgabe Jahre angegeben sind, was bei vielen Jahren sehr weitläufig ist. Wir wollen daher ein kürzeres Verfahren kennen lernen.

100 fl. wachsen zu 5% in einem Jahre zu 105 an; daher 1 1·05 fl.; 2 fl. zu 2 mal 1·05 fl. u. s. w. Will man zudaher erfahren wie groß eine Summe in 1 Jahre zu 5% wird, so darf man die selbe nur mit 1·05 multiplicieren.

Die 1·05 fl., welche zu Anfang des 2. Jahres zu 5% angelegt werden, vergrößern sich in diesem Jahre um ihr 1·05 faches; daher ist 1 fl. am Ende des 2. Jahres zu 1·05 × 1·05 fl. angewachsen. Wird diese Summe am Anfange des 3. Jahres angelegt, so gibt sie am Ende des 3. Jahres 1·05 × 1·05 × 1·05 fl. Hieraus sehen wir, dass man, um zu erfahren zu wieviel 1 fl. Capital am Ende einer gegebenen Anzahl von Jahren anwächst, den Jahreswert (1·05) so vielmal als Factor setzen muss, als Jahre gegeben sind.

Sowie bei 5% verhält es sich auch bei 1, 2, 3. . . Procent.

Aus dem Ertrage von 1 fl. findet man den Ertrag für jedes andere Capital, wenn man dieses mit dem Ertrage von 1 fl. multipliciert.

Der Betrag, zu welchem ein Capital mittelst Zinseszinsen nach einer bestimmten Zeit anwächst, wird gefunden, wenn man den Jahreswert von 1 Gulden zur so vielten Potenz erhebt als Jahre gegeben sind, und diese Potenz mit dem Capitale multipliciert.

Nach dieser Regel würden wir unsere frühere Aufgabe so rechnen: $(1·05)^3$ fl. 4000 mal genommen gibt 1·157625 × 4000 = 4630·5 fl.

Würden die Zinsen nicht ganzjährig, sondern am Ende eines jeden halben Jahres zum Capitale geschlagen, so müsste man, da 100 fl. bei 5% in einem halben Jahre nur zu 102·5 fl. anwachsen und daher 1 fl. nur den Wert von 1·025 erhält, um das Endcapital nach 3 Jahren oder 6 Halbjahren zu erhalten $(1·025)^6$ mit 4000 multiplicieren.

$1{\cdot}025^6 \times 4000 = 1{\cdot}159693 \times 4000 = 4638{\cdot}77$ fl.

Man hat eigene Tabellen, welche die Zahlen schon ausgerechnet enthalten, mit welchen man das Capital zu multiplicieren hat, um den nach Zinsenszinsen angewachsenen Endwert bei verschiedenen Procenten und Zeitperioden zu erhalten.

2. Berechnung des Wertes einer Geldsumme vor einer bestimmten Zeit.

Es sei die Aufgabe zu lösen: Wieviel sind 4630·5 fl., welche nach 3 Jahren zu zahlen sind, bei 5% Zinsenszins gegenwärtig, also um 3 Jahre früher wert?

Der Lehrer mache die Schüler hier aufmerksam, dass sie ja nur über die früheren Rechnungen die Probe zu machen haben, denn die Aufgabe könnte ja auch so gegeben sein: Wie groß ist das Capital, welches bei 5% Zinseszinsen in 3 Jahren zu 4630·5 fl. anwächst?

Die Schüler sehen ein, dass sie den künftigen Wert 4630·5 fl. durch die nämliche Zahl zu dividieren haben, um den gegenwärtigen Wert zu finden, mit welcher sie das Anfangscapital multipliciert haben. Die Zahl ist für unsere Aufgabe, die früher berechnete Zahl 1·157625, daher der gegenwärtige Wert 4630·5 fl. : 1·157625 = 4000 fl.

Anstatt 4630·5 fl. : 1·157625 kann man auch $4630{\cdot}5 \times \frac{1}{1{\cdot}157625}$ setzen; $\frac{1}{1{\cdot}157625} = 0{\cdot}863838$; daher braucht man nur den Endwert des Capitals mit diesem Quotienten zu multiplicieren. Man hat auch hierauf bezügliche Tabellen zusammengestellt. (Močnik Arithmetik für Bürgerschulen III. Hft.