Achter Abschnitt.

Interessen-, Discont- und Terminrechnung.

I. Einfache Interessenrechnung.

§. 66.

Die Schüler können schon einfache Aufgaben über die Interressenrechnung erhalten, ehe sie mit der Lehre von den Proportionen bekannt sind; denn, wenn sie über die Begriffe: Capital Zins oder Interesse, Procent gehörige Aufklärungen erhalten haben, so fällt es ihnen, sobald sie im Lösen von Multiplications- und Divisionsaufgaben gehörig geübt sind, auch nicht schwer, leichte Interessenrechnungen zu lösen.

Um den Schülern die oben genannten Begriffe zu erklären, weise man sie auf verschiedene, diesbezügliche Fälle aus dem practischen Leben hin, z. B. Wer kein eigenes Haus hat, muss sich eine Wohnung mieten und dem Hausbesitzer für die Benützung derselben eine jährliche Entschädigung geben, welche man Zins nennt. Wer Waren einkaufen will, aber hiezu nicht das nöthige Geld hat, muss sich dasselbe von einem andern ausleihen, aber diesem bis er das geliehene Geld zurückzahlt, etwas Bestimmtes im Gelde entrichten, was man auch Zins nennt. Derjenige, welcher Geld darleiht, heißt Gläubiger, die Person, welche das Geld entlehnt, Schuldner und das dargeliehene Geld wird Capital genannt. Leiht z. B. A dem B 3000 fl. und zahlt B jährlich 150 fl. als Vergütung, so ist A der Gläubiger, B der Schuldner, die 3000 fl. sind das Capital und die 150 fl. der Zins oder die Interessen.

Gleich bei der Darleihung des Capitals kommen der Gläubiger und der Schuldner miteinander überein, wieviel dieser für die jähr-

liche Benützung von je 100 fl. an jenen zu bezahlen hat. Dieser verabredete Betrag für 100 fl. in einem Jahre, nennt man Procent (%), vom Lateinischen pro centum, (für, von, auf hundert) oder Zinsfuß. Wenn z. B. jemand sagt, er habe sein Geld zu 5%, 6% u. s. w. ausgeliehen, so heißt dies, dass er für je 100 fl. in einem Jahre 5, 6, u. s. w. Gulden als Vergütung empfängt, überdies aber noch den ganzen Betrag des dargeliehenen Capitales zu fordern berechtigt ist.

Für die Schüler des dritten Schuljahres wären Aufgaben, wie etwa die nachfolgenden angezeigt.

Von 100 fl, bekommt man 5 fl. Zins; wieviel von 800 fl.? 800 fl. sind 8 mal 100 fl.; daher geben 800 fl. 8 mal 5 fl. also 40 fl. Zins.

Wieviel Zins erhält man für 1 fl. Capital, wenn 100 fl. jährlich 6 fl. Zins geben?

1 fl. ist der 100. Theil von 100 fl, daher gibt auch 1 fl. Capital nur den 100. Theil von 6 fl., der 100. Theil von 1 fl. ist 1 Kreuzer, der 100. Theil von 6 fl. sind 6 Kreuzer; also gibt 1 fl. Capital 6 Kreuzer Zins. Hieraus ersehen die Schüler leicht den Rechnungsvortheil: So viele Gulden jährlichen Zins von 100 fl. Capital, soviele Kreuzer gibt 1 fl. Capital.

Wieviel Zins erhält man jährlich von 48 fl. Capital, wenn dasselbe zu 5% angelegt ist?

100 fl. Capital geben jährlich 5 fl. Zins; 1 fl. Capital gibt daher 5 Kreuzer und 48 fl. Capital geben 48 mal 5 Kreuzer, d. i. 240 kr. oder 2 fl. 40 kr. Zins.

Übungsaufgaben in III. R. M. S. 57.

Die einfache Interessenrechnung kommt unserem Lehrplane gemäß erst in der siebenten Classe vor.

Nachdem der Lehrer die Begriffe Capital, Interessen und Procent wiederholungsweise auseinandergesetzt hat, gebe er eine Aufgabe, in welcher nach den Interessen gefragt wird, und lasse sie nach der zusammengesetzten Proportion und durch Schlüsse auflösen, z. B. Wieviele Gulden Interessen tragen 5400 fl. Capital zu 5% in 3 Jahren?

100 fl. Cap. in 1 J. 5 fl. Inter.
5400 „ „ „ 3 „ x „ „

$$100 : 5400 = 5 : x$$
$$1 : 3$$

$$x = \frac{5400 \times 5 \times 3}{100}$$
$$= 810 \text{ fl. Interessen.}$$

Oder: Je 100 fl. Capital geben in 1 Jahre 5 fl. Interessen; man wird also so oftmal 5 fl. erhalten, soviele 100 fl. man aus-

geliehen hat, so oftmal also 100 fl. in 5400 fl. enthalten sind, d. i. 5400 : 100 = 54 mal. Die Interessen für 1 Jahr betragen daher 54 mal 5 fl. oder $5 \times 54 = 270$ fl., für 3 Jahre beträgt dies 3 mal 270 fl., also 270 fl. $\times 3 = 810$ fl. Interessen.

Aus beiden Darstellungsweisen ersehen die Schüler. **Die Interessen werden gefunden, wenn man das Capital mit den Procenten und der in Jahren ausgedrückten Zeit multipliciert und das Product durch 100 dividiert.**

Schüler der siebenten Classe, welche ja schon im Auflösen von Ziffergleichungen geübt wurden, können hier auch mit der Formel bekannt gemacht werden:

$$J = \frac{C \times P \times Z.}{100}$$

Ist die Zeit in Monaten oder Tagen angegeben, so werden diese in Theile des Jahres verwandelt; man dividiert das Product aus dem Capitale, den Procenten und der in Jahren ausgedrückten Zeit durch 100 und im ersten Falle noch durch 12 und im zweiten Falle durch 360, z. B.

Wieviel Interessen erhält man von 3900 fl. Capital zu $4\frac{1}{2}$ % in 5 Monaten?

$$J = \frac{3900 \times 4\frac{1}{2} \times 5}{100 \times 12} = 73\frac{1}{8} \text{ fl.}$$

Wieviel Zinsen geben 8100 fl. Capital zu 5% in 48 Tagen?

$$J = \frac{8100 \times 5 \times 48}{100 \times 360} = 54 \text{ fl.}$$

Wenn die Zeitangabe mehrnamig ist, so kann man sich dieselbe in passende Theile zerlegen und die Zinserträgnisse für die einzelnen Theile suchen. Auch die Procente können zerlegt werden, z. B. Wieviel Zinsen tragen 5634 fl. Capital zu $5\frac{3}{4}$% in 3 Jahren 8 Monaten 25 Tagen?

Capital	5634 Gulden
Zinsen in 1 Jahr zu 1 %	56·34 „
„ „ 1 „ „ 5 %	281·70 „
„ „ 1 „ „ $\frac{1}{2}$ %	28·17 „
„ „ 1 „ „ $\frac{1}{4}$ %	14.085 „
„ „ 1 „ „ $5\frac{3}{4}$%	323·955 „

Zinsen in 3 Jahren zu $5\frac{3}{4}$%	.....	971·865	Gulden
„ „ 6 Monaten „ „	.....	161·9775	„
„ „ 2 „ „ „	.....	53·9925	„
„ „ 20 Tagen „ „	.....	17·9975	„
„ „ 5 „ „ „	.....	4·4994	„
		1210·3319	Gulden

Um Schüler auf die Berechnung des Capitals zu führen, verfahre man ähnlich wie bei der Berechnung der Zinsen.

Wie groß ist das Capital, welches zu 5% in 3 Jahren 810 fl. Interessen trägt?

Nach der Proportion.

100 fl. Cap. in 1 Jahr 5 fl. Inter.
x „ „ „ 3 „ 810 „ „

$$5 : 810 = 100 : x$$
$$1 : 3$$

$$x = \frac{810 \times 100}{5 \times 3} = 5400 \text{ fl. Cap.}$$

Oder: Das zusuchende Capital trägt zu 5% in 3 Jahren 810 fl. Interessen, daher in 1 Jahr $\frac{810}{3}$ fl. Das Capital muss aber aus so oftmal 100 fl. bestehen, als die Procente 5 fl. in den jährlichen Interessen enthalten sind, also aus $\frac{810}{3} : 5 = \frac{810}{3 \times 5}$ mal 100 fl. d. i. $C = \frac{810 \times 100}{5 \times 3}$ fl. = 5400 fl. Capital.

Aus beiden Darstellungen ersehen die Schüler:

Das Capital wird gefunden, indem man die 100fachen Interessen durch das Product aus den Procenten und der Zeit in Jahren dividiert. Durch Buchstaben ausgedrückt.

$$C = \frac{100 \times J}{P \times Z}.$$

Berechnung der Procente. Wir geben z. B. die Aufgabe: Zu wieviel Procent muss man das Capital 5400 fl. anlegen, damit es in 3 Jahren 810 fl. Interessen trägt?

Der Lehrer lasse die Aufgabe mittelst der Proportion lösen und dann durch Schlüsse.

5400 fl. Cap. in 3 J. 810 fl. Inter.

$$1 \text{ „ „ „ „ „ } \frac{810}{5400} \text{ „ „}$$

$$100 \text{ „ „ „ „ „ } \frac{810 \times 100}{5400}$$

$$100 \text{ „ „ „ „ 1 J. } \frac{810 \times 100}{5400 \times 3}$$

Die Procente werden gefunden, wenn man die 100fachen Interessen durch das Product aus dem Capitale und der Zeit in Jahren dividiert. Durch Buchstaben ausgedrückt: $P = \frac{100 \times J}{C \times Z}$.

Berechnung der Zeit. In wieviel Jahren tragen 5400 fl. Capital zu 5% 810 fl. Interessen?

100 fl. Cap. 5 fl. Zins in 1 Jahr

$$1 \text{ „ „ } 5 \text{ „ „ „ } 100 \text{ „}$$

$$5400 \text{ „ „ } 5 \text{ „ „ „ } \frac{100}{5400} \text{ „}$$

$$5400 \text{ „ „ } 1 \text{ „ „ „ } \frac{100}{5400 \times 5}$$

$$5400 \text{ „ „ } 810 \text{ „ „ „ } \frac{100 \times 810}{5400 \times 5}$$

Die Zeit in Jahren wird gefunden, wenn man die 100fachen Interessen durch das Product aus dem Capitale und den Procenten dividiert.

$$Z = \frac{100 \times J}{C \times P}.$$

Die Erfahrung lehrt, dass die Schüler, die wenigsten Fehler begehen, wenn sie, nachdem das ganze Verfahren gründlich aufgefasst wurde, nach der Strichmethode rechnen. Hiebei werden alle Factoren des Dividends an die rechte, alle Factoren des Divisors an die linke Seite eines aufrechten Striches gesetzt, und wie bei der zusammengesetzten Proportion weiter vorgegangen, z. B. Wieviele Gulden Interessen geben 4872 fl. 75 kr. zu 5% in 8 Monaten?

$$\begin{array}{r|l} 100 & (4872\tfrac{3}{4}) \quad \cancel{19491} \\ 4 & 5 \qquad 6497 \\ \cancel{3} & \frac{2}{\cancel{3}} \\ \hline \end{array}$$

162·425 fl. Inter.

Aufgaben, so wie die hier anzuwendenden Vortheile ꝛc. im V. R. M. S. 85 bis 89. und VII. A. K. S. 31 bis 45.

II. Discontrechnung.

§. 67.

Der Lehrer gehe wieder von einem bestimmten Falle aus, um den Schülern den Begriff Discont oder Rabatt und die Rechnungen hierüber recht klar zu machen, z. B. Jemand hat sich verpflichtet 3000 fl. ohne Zinsen nach 2 Monaten zu zahlen. Nun will er aber diese Schuld sogleich entrichten. Die 3000 fl. würden aber dem Schuldner während der 2 Monate Interessen tragen. Hätte er sie z. B. zu 5% angelegt, so würde er 25 fl. Interessen erhalten.

Wenn er aber sogleich bezahlt, so wird er offenbar einen Nachtheil von 25 fl. erleiden. Ist der Gläubiger damit einverstanden, dass der Schuldner hiefür entschädiget werde, so wird der Schuldner um diese Interessen, also um 25 fl. weniger, daher nicht 3000 fl., sondern nur 3000 fl. — 25 fl. = 2975 fl. zu zahlen haben. Dieser Abzug (25 fl.) von der Schuldsumme (3000 fl.), welche der Gläubiger dem Schuldner wegen früheren Zahlung gewährt, heißt Discont oder Rabatt, und wird nach Procenten berechnet. Der Rest (2975 fl.), den man erhält, wenn man den Discont vom Schuldcapitale subtrahiert, heißt der bare oder gegenwärtige (discontierte) Wert des Capitals.

Auf diese hier angegebene Art wird der Discont und der discontierte Wert des Capitales gewöhnlich von den Kaufleuten bei Warenbeträgen und bei Wechseln berechnet, wo es sich um eine kurze Zeitfrist handelt. Bei längeren Zeitabschnitten würde der Gläubiger durch diese Berechnung sehr im Nachtheile sein. Wünschte z. B. der Schuldner eine Schuld von 100 fl., die er erst in 20 Jahren zu zahlen hätte bei 5% Discont sogleich zu bezahlen, so hätte er, da der Discont auch 100 fl. beträgt, dem Gläubiger gar nichts zu zahlen; ja wären die 100 fl. erst nach 40 Jahren zahlbar, so würde der Discont 200 fl. betragen und der Schuldner vom Gläubiger noch 100 fl. erhalten.

Man geht daher bei längeren Zeitabschnitten in nachstehender Weise vor, z. B.

Jemand will eine unverzinsliche Schuld von 570 fl., die er erst nach 2 Jahren zu zahlen hätte, sogleich bezahlen; a) wieviel der Discont zu 5% jährlich, b) wie groß ist der bare Wert?

Die Barsumme von 100 fl. wächst bei 5% durch die Interessen in 2 Jahren zu 110 fl. an; oder 110, fl., welche nach 2 Jahren zu zahlen sind, haben einen gegenwärtigen Wert von 100 fl., oder von je 110 fl. werden, wenn sie 2 Jahre früher bezahlt werden, 10 fl. als Discont abgezogen. Wir haben also:

110 fl. Cap. 10 fl. Discont

$$1 \quad " \quad " \quad \frac{10}{110} \quad " \quad "$$

$$570 \quad " \quad " \quad \frac{570 \times 10}{110} = 51{\cdot}82 \text{ fl. Discont.}$$

Ziehen wir nun den Discont 51·82 fl. von dem Schuldcapitale 570 fl. ab, so erhalten wir 518·18 fl. als gegenwärtigen Wert.

Probe. 518·18 fl. à 5% Barbezahlung 518·18 fl.
51·82 fl. Inter. für 2 J. Inter. für 2 J. 51·82
570

Aufgaben im V. M. R. S. 90 und 91, M. Arithm. für Bürgersch. 69 bis 71 und A. K. VII. S. 45 und 46.

III. Terminrechnung.

§. 68.

Jemand hat einen Garten um 600 fl. unter der Bedingung gekauft, dass er 100 fl. nach 2 Monaten, 200 fl. nach 4 Monaten und 300 fl. nach 5 Monaten und zwar ohne Interessen zu zahlen habe. Nach wieviel Monaten wäre die ganze Schuld auf einmal zu bezahlen, wenn weder der Schuldner noch der Gläubiger hiedurch einen Nachtheil erleiden soll?

In dieser Aufgabe wird gesagt, dass eine Schuld (600 fl.) in einzelnen Theilbeträgen nach bestimmter Zeitperioden oder Terminen bezahlt wird. Man nennt eine solche Zahlungsweise eine Terminzahlung, und die Zeit, zu welcher diese in verschiedenen Terminen zu zahlenden Capitalien ohne Nachtheil des Schuldners oder des Gläubigers auf einmal geschehen kann, die mittlere Verfallszeit oder den mittleren Zahlungstermin. Das Verfahren, durch welches der mittlere Zahlungstermin gefunden wird, nennt man die Terminrechnung.

Die Schüler werden leicht zur Einsicht gebracht, dass 100 fl. in 2 Monaten ebensoviel Zins tragen als 2 mal 100 fl. in 1 Monate,

200 fl. in 4 Monaten ebensoviel als 4 mal 200 fl. in 1 Monate und 300 fl. in 5 Monaten ebensoviel als 5 mal 300 fl. in 1 Monate Hienach hat man:

100 fl. in	2	Monaten	=	200 fl. in	1	Monate
200 „ „	4	„	=	800 „ „	1	„
300 „ „	5	„	=	1500 „ „	1	„
600 fl. in	x	„	=	2500 fl. in	1	Monate.

$$\text{Hieraus ist } x = \frac{2500}{600} = 4\tfrac{1}{6} \text{ Mon.}$$

Man findet also den mittleren Zahlungstermin mehrerer Terminzahlungen, wenn man jede Terminzahlung mit der ihr zugehörigen Zeit multipliciert, und die Summe dieser Producte durch die Summe aller Terminzahlungen dividiert.

Um die über diese Rechnung die Proben zu machen, nehmen wir für diese Zahlungen bestimmte Procente an, und berechnen für beide Zahlungsarten die Interessen. Wenn die Rechnung richtig ist, so müssen die einzelnen Terminzahlungen in den ihnen zugehörigen Zeiten ebensoviel Interessen tragen, als die ganze Summe in der für sie gefundenen Zeit. Nehmen wir z. B. 5% an.

100 fl. tragen zu 5% in	2	Monaten				$\frac{5}{6}$	fl.	Inter.
200 „ „ „ „ „	4	„				$3\frac{1}{3}$	„	„
300 „ „ „ „ „	5	„				$6\frac{1}{4}$	„	„
			Zusammen			$10\frac{5}{12}$	fl.	Inter.

600 tragen zu 5% in $4\frac{1}{6}$ Mon. ebenfalls $10\frac{5}{12}$ fl. Inter.

Zur Terminrechnung gehörten auch Aufgaben, in welchen verlangt wird, dass ein gegebener Zahlungstermin in einen andern verwandelt werde, z. B.

A ist vertragsmäßig verpflichtet 500 fl. nach 2 Jahren, 400 fl. nach 3 Jahren und 200 fl. nach 4 Jahren zu zahlen; er bezahlt aber 800 fl. nach $2\frac{1}{2}$ Jahren; wann muss er den Rest zahlen?

A hat zu benutzen die Zinsen:

a) von	500 fl.	2	Jahre	=	1000 fl.	1	Jahr.
b) „	400 „	3	„	=	1200 „	1	„
c) „	200 „	4	„	=	800 „	1	„
zusammen	1100 fl.				3000 fl.	1	Jahr;
er benutzt	800 „	$2\frac{1}{2}$	Jahr	=	2000 fl.	1	Jahr.
hat noch zu benutzen	300 fl.	x	Jahr	=	1000 fl.	1	Jahr.

$$\text{hieraus} \quad x = \frac{1000}{300} = 3\tfrac{1}{3} \text{ Jahre.}$$

Aufgaben im V. R. S. 95 und 96 und A, K. VII. S. 47 — 51.