Zweiter Abschnitt.

Elemente des Bruchrechnens.

§. 6.

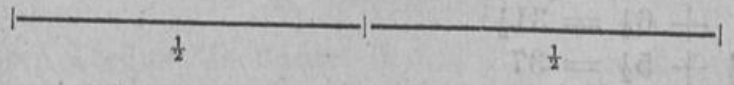
1. Halbe.

a) Auffassung. Der Lehrer zeige einen Papierbogen vor und lasse die Schüler bemerken, dass an demselben nichts fehlt, dass er also ein ganzer Bogen ist. Er zerschneide den Bogen in zwei und dann in mehrere Stücke und sage, diese Stücke heißen auch Theile des Bogens; daher kann man auch sagen: Ich theile den Bogen, anstatt ich zerschneide denselben.

Man schneide nun einen Bogen durch die Mitte und lasse die Schüler bemerken, dass nun ein Theil eben so groß ist, wie der andere, — dass der Bogen in zwei gleiche Theile getheilt wurde und sage: Jeder solcher Theil heißt ein halber Bogen oder die Hälfte des Bogens.

Ebenso mache man es mit einem Stücke Band 2c.

Der Lehrer ziehe nun an der Schultafel eine gerade Linie, lasse dieselbe von einem Schüler in zwei ungleiche Theile und dann eine zweite Linie in zwei gleiche Theile theilen und frage hiebei:



Wo muss man die Linie theilen, damit die Theile gleich groß werden? Was ist dann ein solcher Theil von der Linie, wenn man dieselbe in zwei gleiche Theile theilt?

Theilt man ein Ganzes in zwei gleiche Theile, so nennt man jeden der erhaltenen gleichen Theile ein Halbes oder die Hälfte.

Was erhält man, wenn man ein Ganzes in 2 gleiche Theile theilt und 1 solchen Theil nimmt? Wie viele Halbe hat ein Ganzes? Was geben zwei Halbe zusammen?

Ein Halbes bezeichnet man durch $\frac{1}{2}$ und 2 Halbe durch $\frac{2}{2}$ u. s. w.

b) Verwandeln der Ganzen in Halbe und umgekehrt. Wieviel Halbe sind 2 Ganze? 1 Ganzes hat 2 Halbe; 2 Ganze haben 2 mal 2 Halbe, d. i. 4 Halbe.

Schriftlich $2 = \frac{4}{2}$ u. s. f.

Wieviel Ganze sind 8 Halbe? 2 Halbe sind 1 Ganzes. Nimmt man daher $\frac{2}{2}$ von $\frac{8}{2}$ weg, so bleiben $\frac{6}{2}$, von $\frac{6}{2}$ wieder $\frac{2}{2}$ weggenommen bleiben $\frac{4}{2}$ u. s. f.

$\frac{8}{2}$ sind daher sovielmal 1 Ganzes als man $\frac{2}{2}$ davon wegnehmen kann, oder so oft $\frac{2}{2}$ in $\frac{8}{2}$ enthalten sind. $\frac{2}{2}$ sind in $\frac{8}{2}$ so oft enthalten als 2 in 8, d. i. 4 mal; $\frac{8}{2}$ sind daher 4 mal ein Ganzes oder 4 Ganze.

Man betrachtet bei diesem Vorgange den Zähler als die eigentliche Zahl und den Nenner nur als den Namen und rechnet dann, wie mit benannten ganzen Zahlen, wodurch den Anfängern das Rechnen mit Brüchen sehr erleichtert wird.

Wieviel Ganze sind 6, 8, 12, 16, 3, 5, 17 Halbe?

Schriftlich. $\frac{12}{2} = ?$ Ganze.

Zuerst muss den Schülern gezeigt werden: $\frac{2}{2} = 1$ Ganzes $\frac{2}{2}$ in $\frac{12}{2} = 2$ in $12 = 6$ Ganze.

c) Zuzählen. Wieviel sind 3 Halbe und 1 Halbes? $\frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$ Ganze.

$3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2} = ?$ $3\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 4$, und 2 ist 6.

$25 + 6\frac{1}{2} = 31\frac{1}{2}$

$31\frac{1}{2} + 5\frac{1}{2} = 37$

$37 + 5\frac{1}{2} = 42\frac{1}{2}$ u. s. f.

d) Wegzählen. Wieviel ist $\frac{7}{2}$ weniger $\frac{3}{2}$? $\frac{7}{2}$ weniger $\frac{3}{2}$ sind $\frac{4}{2}$ oder 2 Ganze. $\frac{7}{2} - \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2$.

Wie viel ist 3 weniger $\frac{1}{2}$?

Statt 3 kann man auch $2\frac{2}{2}$ setzen und man hat dann $2\frac{2}{2} - \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$

$25 - 3\frac{1}{2} = 24\frac{2}{2} - 3\frac{1}{2} = 21\frac{1}{2}$
$21\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} = 18$
$18 - 3\frac{1}{2} = 14\frac{1}{2}$
$14\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} = 11$, u. s. w.

e) Vervielfachen. Wieviel ist 5 mal $\frac{3}{2}$? 5 mal 3 Halbe sind 15 Halbe. $5 \times \frac{3}{2} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$. Wieviel ist 8 mal $9\frac{1}{2}$? 8 mal 9 ist 72; 8 mal $\frac{1}{2} = \frac{8}{2} = 4$;
72 und 4 ist 76.

f) Messen. Wie oft ist $\frac{3}{2}$ in $\frac{18}{2}$ enthalten? 3 Halbe sind in 18 Halben so oft enthalten als 3 in 18, also 6 mal, daher $\frac{3}{2}$ in $\frac{18}{2} = 6$.

g) Theilen. Wieviel ist der 3. Theil von $\frac{21}{2}$? Der 3. Theil von 21 Halben sind 7 Halbe; daher $\frac{1}{3}$ von $\frac{21}{2} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$.

h) Anwendungen. Wieviel Kreuzer hat $\frac{1}{2}$ Gulden? Ein Gulden hat 100 Kreuzer; ein $\frac{1}{2}$ Gulden ist die Hälfte von 100 Kreuzern, also 50 Kreuzer.

Wieviel Decimeter ist $\frac{1}{2}$ Meter? Wieviel Liter ist $\frac{1}{2}$ Hektoliter? Wie viele Minuten hat $\frac{1}{2}$ Stunde? Eine ganze Stunde hat 60 Minuten, eine halbe Stunde ist die Hälfte von 60 Minuten = 30 Minuten.

Angewandte Aufgaben II. Rechenbuch M. Seite 48 und 49.

2. Drittel.

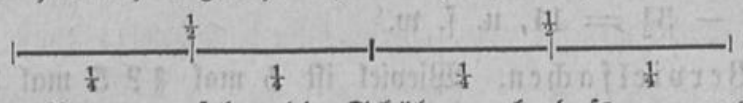
Bei der Theilung in 3 gleiche Theile sind Vorgang und Übungen wie bei der Theilung in Halbe. Aufgaben Močnik II. Rechenbuch 49—51.

3. Viertel.

Bei der Theilung in Viertel ist das Verfahren ebenfalls gleich dem bei Halben, nur müssen die schon behandelten Halben mit den Vierteln in Verbindung gebracht werden.

Indem wir daher, um Wiederholungen zu vermeiden, die Entwicklung des Begriffes Viertel und die dazu gehörigen Übungen umgehen, wollen wir nur von der genannten Verbindung sprechen. Es ist angezeigt, sogleich bei der Theilung hierauf Rücksicht zu

nehmen und zuerst die Ganzen in Halbe und diese erst in 2 gleiche Theile zu theilen, und die Schüler hiebei selbst bemerken zu lassen, dass man hiedurch 4 gleiche Theile erhält, welche Viertel heißen.



Bei diesem Vorgange sehen die Schüler auch, dass man aus Halben Viertel machen und durch Zusammensetzen von je 2 Vierteln wieder Halbe bilden kann.

1 Halbes $= \frac{2}{4}$, 1 Viertel $= \frac{1}{2}$ von 1 Halben.

Wieviel Viertel sind 3 Halbe? 1 Halbes hat 2 Viertel, 3 Halbe haben daher 3 mal 2 Viertel, also 6 Viertel.

Wieviel Halbe sind 12 Viertel? Ein Halbes hat 2 Viertel; daher sind 12 Viertel so viele Halbe als $\frac{2}{4}$ in $\frac{12}{4}$ oder 2 in 12 enthalten sind, also 6 Halbe.

Wieviel ist $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$?

Kann man wohl sagen 1 Zehner und 3 Kreuzer sind 4 Zehner oder 4 Kreuzer? Was muss man zuerst thun, wenn man Zehner und Kreuzer zusammenzählen will? Wieviele Kreuzer hat 1 Zehner? Wir haben also 10 Kreuzer und 3 Kreuzer; wieviel Kreuzer sind das?

So wie man die Zehner erst in Kreuzer verwandeln muss, um sie zu den Kreuzern zählen zu können, so muss man auch, um $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{4}$ zusammenzählen zu können, sie erst auf gemeinschaftliche Benennung bringen. Man verwandelt daher $\frac{1}{2}$ in $\frac{2}{4}$ und hat dann $\frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$.

Wieviel ist $52\frac{1}{2}$ weniger $14\frac{3}{4}$? Statt $52\frac{1}{2}$ setzen wir $52\frac{2}{4}$; da man aber $\frac{3}{4}$ von $\frac{2}{4}$ nicht wegzählen kann, so setzen wir $52 = 51\frac{4}{4}$; jetzt haben wir $51\frac{6}{4} - 14\frac{3}{4} = 37\frac{3}{4}$.

Wie oft ist $1\frac{1}{4}$ in $7\frac{1}{2}$ enthalten? Hiezu müssen wir die Brüche $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{2}$ auf gleiche Benennung bringen. $1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$; $7\frac{1}{2} = 7\frac{2}{4} = \frac{30}{4}$. $\frac{5}{4}$ in $\frac{30}{4} = 5$ in $30 = 6$.

Aufgaben in II. Rechenbuch M. S. 51 u. 52.

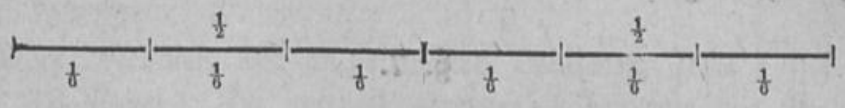
4. Fünftel.

Bei der Theilung in Fünftel ist die Behandlung dieselbe wie bei den Halben und Dritteln.

Aufgaben II. Rechenbuch M. Seite 53—54.

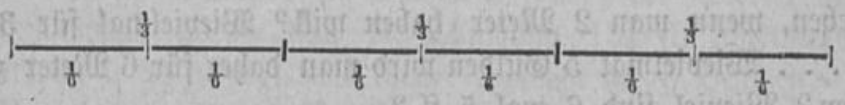
5. Sechstel.

Bei der Theilung in Sechstel müssen diese mit den Halben und Dritteln in Verbindung gebracht werden. Man theilt zuerst



das Ganze in Halbe, und jedes Halbe wieder in 3 gleiche Theile, wobei die Schüler bemerken, dass das Halbe 3 Sechstel hat, und daher sich Halbe in Sechstel verwandeln lassen, und dass das Sechstel ein Drittel von einem Halben ist.

1 Halbes = 3 Sechstel; 1 Sechstel = $\frac{1}{3}$ von 1 Halben.



Dann theilt man das Ganze zuerst in Drittel und hierauf jedes Drittel wieder in zwei gleiche Theile, wobei die Schüler bemerken, dass 1 Drittel 2 Sechstel hat, dass also 1 Sechstel 1 halbes Drittel ist, und dass sich Drittel in Sechstel verwandeln lassen.

1 Drittel = 2 Sechstel; 1 Sechstel = $\frac{1}{2}$ von 1 Drittel.

6. Achtel.

Die Theilung in Achtel und die Verbindung derselben mit Vierteln und Halben bleibt der vierten Stufe vorbehalten.

7. Zehntel.

Die Zehntel werden mit Halben und Fünftel verbunden.

Wegen des metrischen Maßes und der Münzen ist es angezeigt, auch auf dieser Stufe die Theilung in Hundertel vorzunehmen und mit den Zehnteln in Verbindung zu bringen. Als Versinnlichungsmittel ist hiebei der Meterstab angezeigt, an welchem die Decimeter die Zehntel und die Centimeter die Hundertel sind.

Aufgaben siehe II. R. M. von S. 56—59. A. K. S. 48 bis 55.

Ein zweckmäßiger Apparat zur Veranschaulichung der Brüche ist Hermann's Bruchapparat. Er ist bezüglich des Gestelles so eingerichtet wie der russische Apparat, nur sind statt der Kugeln

Stäbe angebracht, und zwar auf dem ersten Drahte ein Stab als Ganzes, auf dem zweiten Drahte ein Stab von derselben Länge in 2, auf dem dritten in drei u. s. f. und auf dem zehnten in zehn gleiche Theile getheilt.

§. 7.

Preisberechnungen.

a) Was kosten 6 Meter Tuch, wenn 1 Meter 5 fl. kostet?

Der Schüler wiederholt die Aufgabe, und hierauf fragt der Lehrer: Um was wird hier gefragt? Was ist bekannt? Wieviel Gulden muss man für 1 Meter zahlen? Wie oft mal muss man 5 fl. hingeben, wenn man 2 Meter haben will? Wievielmal für 3 Meter? . . . Wievielmal 5 Gulden wird man daher für 6 Meter zahlen müssen? Wieviel sind 6 mal 5 fl.?

Nun wird das Ganze wiederholt, der Schüler hat zu sagen: Wenn 1 Meter Tuch 5 fl. kostet, so kosten 6 Meter 30 fl.

b) 6 Kilogramm kosten 48 kr.; wieviel kostet 1 Kilogramm?

6 Kilogramm sind 6 mal 1 Kilogramm, daher ist 1 Kilogramm der 6. Theil. Deshalb muss man die 48 kr. in 6 gleiche Theile zerlegen; auf 1 Kilogramm kommt also der 6. Theil von 48 kr. oder 8 kr.

c) Anna soll für ihren Vater auf 6 Hemden Leinwand kaufen: Was soll sie hiebei als verständiges Mädchen wissen? Nun zu einem Männerhemde braucht man gewöhnlich 3 Meter. Wieviel Meter muss sie kaufen? Warum? 1 Meter dieser Leinwand kostet 75 kr. Wie oft muss sie 75 kr. ausgeben? Wieviel sind aber 18 mal 75 kr.? Wir wollen indessen 25 kr. weglassen und annehmen, 1 Meter koste 50 kr. Der wievielte Theil eines Guldens sind 50 kr.? Wieviel halbe Gulden muss sie für 18 Meter bezahlen? Wieviel ganze Gulden sind 18 Halbe? Warum? Wieviel Kreuzer haben wir aber zurückgelassen? Der wievielte Theil sind 25 kr. von 1 fl? Wieviele Viertelgulden hat also Anna noch zu bezahlen? Wie viel ganze Gulden sind 18 Viertelgulden? Wozu müssen wir die

4 fl. und 2 Viertelgulden noch rechnen? Wie viel macht dies zusammen? Wie können wir 2 Viertelgulden noch anders ausdrücken?

Was kosten also die 18 Meter Leinwand, wenn 1 Meter 75 kr. kostet?

Oder: Nehmen wir an, 1 Meter Leinwand koste 1 fl.; was kosten 18 Meter? Um wieviel Kreuzer haben wir das Meter zu theuer gerechnet? — Der wievielte Theil von 1 Gulden sind 25 kr.? Wieviele Viertelgulden haben wir daher bei 18 Meter zu viel gerechnet? Wieviel haben wir also von 18 fl. wegzurechnen?

Nun müssen die Hemden gemacht werden. Anna kann sie nicht machen, sondern muss für jedes Hemd $1\frac{1}{2}$ fl. Macherlohn bezahlen. Wieviel beträgt 6 mal 1 fl. Wieviel 6 mal $\frac{1}{2}$ fl? Wieviel beträgt dies zusammen? Wenn nun die Leinwand $13\frac{1}{2}$ fl. kostet und der Macherlohn 9 fl. beträgt, wie theuer kommen die 6 Hemden?

Aufgaben in M. II. R. S. 60—64.